



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Engenharia

Instabilidades Elásticas e Inerciais em Escoamento Laminar com Curvatura:

Um Estudo Numérico

Joana Mafalda Moura Malheiro

Tese para obtenção do Grau de Doutor em
Engenharia Mecânica
(3º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor Paulo Jorge dos Santos Pimentel de Oliveira

Covilhã, Abril de 2017



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Engenharia

Instabilidades Elásticas e Inerciais em Escoamento Laminar com Curvatura:

Um Estudo Numérico

Joana Mafalda Moura Malheiro

Tese para obtenção do Grau de Doutor em
Engenharia Mecânica
(3º ciclo de estudos)

Orientador:

Prof. Doutor Paulo Jorge dos Santos Pimentel de Oliveira

Júri:

Doutor Viriato Sérgio de Almeida Semião
Doutor João Miguel de Amorim Novais da Costa Nóbrega
Doutor Fernando Manuel Coutinho Tavares de Pinho
Doutor António Carlos Mendes
Doutor Abílio Manuel Pereira da Silva

Covilhã, Abril de 2017

Resumo

Neste trabalho são estudadas as instabilidades estacionárias e não-estacionárias que ocorrem em escoamento laminar de fluidos não-newtonianos através de condutas curvas, em que as instabilidades, apesar de origem inercial, são influenciadas pelo carácter viscoelástico dos fluidos. É assumido escoamento tridimensional, laminar, em desenvolvimento de fluidos não-newtonianos viscoelásticos, através de canais com curvatura de comprimento angular igual a 180° e secção transversal rectangular, para diferentes condições de escoamento e com parâmetros geométricos variáveis. É investigado o efeito da inércia ($0 < Re \leq 2332$) e a ausência desta ($Re \approx 0$), da elasticidade ($0 < Wi \leq 5.00$), da extensibilidade ($L^2 \leq 500$) e do parâmetro de retardamento ($0 \leq \beta \leq 1.0$), para além do efeito das condições de entrada e da geometria ($1.50 \leq R_c \leq 15.10$ e $0.50 \leq A \leq 5.00$). A análise é realizada através de simulação computacional, em que as equações de governo foram resolvidas utilizando um algoritmo totalmente implícito, tendo como base o método dos volumes finitos, e com a aplicação do esquema de alta resolução CUBISTA para a discretização dos termos convectivos das equações da tensão e da quantidade de movimento. As propriedades viscoelásticas dos fluidos foram definidas pelos modelos constitutivos reológicos FENE-P e FENE-CR.

O escoamento em curvas desenvolve escoamento secundário, perpendicular ao escoamento principal, cujo padrão mais simples (dito principal) é caracterizado por dois vórtices simétricos que circulam na direcção da parede exterior da curva ao longo do plano de simetria. Este escoamento desenvolve-se em escoamentos de fluidos viscoelásticos mesmo na ausência de inércia. O mecanismo de desenvolvimento do escoamento secundário na presença de inércia é diferente daquele na ausência de inércia. Enquanto no primeiro a força motriz é a força centrífuga desenvolvida pela combinação da inércia e da curvatura, no segundo a força motriz é a elevada tensão norma axial nas paredes.

Em determinadas condições de escoamento e para geometrias com secção transversal quadrada, o padrão de escoamento pode tornar-se mais complexo, com o desenvolvimento de dois vórtices junto da parede exterior da curva, também simétricos, mas de tamanho mais reduzido e com rotação oposta à do par principal de vórtices. Não existe um valor único de Re crítico de transição, necessário para que ocorra o desenvolvimento do par adicional de vórtices, pois depende da razão de curvatura, do modelo de fluido, da elasticidade e dos parâmetros viscoelásticos. Porém, de uma forma geral, os modelos viscoelásticos e as propriedades fluidificante do modelo, assim como o aumento de Wi e de L^2 , e a diminuição de β , aumentam a intensidade do escoamento secundário, diminuindo o Re crítico de transição, comparativamente ao escoamento de fluido newtoniano.

Por sua vez, quando considerados os parâmetros geométricos, existe um valor de R_c e A para os quais o Re crítico de transição é mínimo. Os resultados deste trabalho indicam que estes parâmetros assumem os valores $R_c \approx 7.5$ e $A \approx 1.5$, independentemente do modelo

reológico. O estudo do efeito da razão de aspecto mostra que para $A > 1.5$ o número de pares de vórtices adicionais desenvolvidos ao longo da parede exterior da curva aumenta.

No escoamento em desenvolvimento, as condições de entrada são importantes. Aqui é comparado o desenvolvimento do escoamento quando o perfil de entrada é completamente desenvolvido e uniforme. Verifica-se que no segundo caso o desenvolvimento do escoamento secundário é retardado, independentemente das condições de escoamento. Além disso, em curvas com $R_c \leq 3.5$, observa-se a existência do efeito da curvatura a montante da curva e, por esse motivo, a presença ou não do canal de entrada é também avaliada. Os resultados mostram que, nestas geometrias, a presença do canal de entrada retarda o desenvolvimento do escoamento, mas apresenta maior estabilidade numérica. Apesar das diferenças na evolução do escoamento para as diferentes condições de entrada, os escoamentos tendem a aproximar-se no final da curva sem, no entanto, se igualarem, indicando que o comprimento angular da curva não é suficiente para que o escoamento atinja o desenvolvimento completo.

Os resultados apresentados mostram ainda que o escoamento secundário persiste até ao final do canal recto de saída a jusante da curva, apesar do escoamento axial atingir novamente o desenvolvimento completo.

Para $Re = 2332$, o escoamento de fluido newtoniano é estacionário, mas para fluido viscoelásticos o escoamento passa a não-estacionário, embora com natureza não-turbulenta, mesmo para valores de elasticidade reduzidos ($Wi = 0.10$). O escoamento secundário passa a apresentar oscilações que se concentram junto da parede exterior da curva, em particular na região do par adicional de vórtices. O padrão de escoamento secundário depende consideravelmente quer da elasticidade quer do parâmetro de retardamento, mas a variação deste segue a mesma linha de evolução para estas variáveis.

Finalmente, admitindo escoamento pulsante à entrada da curva com diferentes parâmetros pulsantes, o escoamento de fluido newtoniano e não-newtoniano é analisado. Os resultados obtidos mostram que as paredes rectas da secção transversal retardam, ou mesmo evitam o desenvolvimento do escoamento de Lyne (característico do escoamento pulsante em curva com secção transversal circular), uma vez que, nas condições de escoamento assumidas neste trabalho, aquele tipo de escoamento não se desenvolve.

Palavras-chave: simulação numérica; método dos volumes finitos; escoamento tridimensional; escoamento laminar; instabilidades estacionárias e não-estacionárias; fluidos newtoniano e viscoelástico; modelos FENE-P e FENE-CR; canal curvo; razão de aspecto; razão de curvatura; escoamento secundário; escoamento pulsante.

Abstract

In this work, the stationary and non-stationary instabilities that occur in laminar flows of non-Newtonian fluids through a curved channel, associated with the viscoelastic nature of the fluids, are examined. It is assumed three-dimensional, laminar, developing flow of viscoelastic fluids through curved ducts with angular length 180° and rectangular cross-section, considering different flow conditions and variable geometrical parameters. Both inertial ($0 < Re \leq 2332$) and creeping ($Re \approx 0$) flow conditions, and the effects of elasticity ($0 < Wi \leq 5.00$), extensibility ($L^2 \leq 500$) and retardation parameter ($0 \leq \beta \leq 1.0$) are investigated, in addition to the effects of entry conditions and geometry ($1.50 \leq R_c \leq 15.10$ and $0.50 \leq A \leq 5.00$). The analysis is performed by computer simulation, with the governing equations solved using a fully implicit algorithm based on the finite volume method, and the high resolution scheme CUBISTA applied for the discretization of the convective terms of the equations. The viscoelastic properties of the fluids are defined by the rheological models FENE-P and FENE-CR.

The flow in curved ducts develops secondary flow perpendicular to the main flow, in which the main pattern is characterized by two symmetrical vortices with the fluid moving towards the outer wall of the curve along the plane of symmetry. This secondary flow develops for viscoelastic fluids, even in the absence of inertia. The secondary flow development mechanism in the presence of inertia is different from that in the absence of inertia. While in the first case the driving force is the centrifugal force developed by the combination of inertia and curvature, in the second case the driving force is the high axial normal tension at the walls.

Under certain flow conditions and considering curved ducts with square cross-section, the flow pattern can become more complex with the development of two vortices near the outer wall of the curve, also symmetric but smaller in size and with opposite rotation compared to the main vortices pair. There is no single critical value of Re for the development of the additional pair of vortices; it depends on the curvature ratio, fluid model, elasticity and viscoelastic parameters. However, in general, the viscoelastic model and the shear-thinning properties of the fluid, as well as the increase of Wi and L^2 , and decrease of β , lead to the growth of the intensity of the secondary flow, reducing the critical value of Re , as compared to the corresponding Newtonian fluid flow case.

On the other hand, when considering the geometric parameters, there is a value of R_c and A for which the critical value of Re is the lowest. In this study, the results indicate that these parameters assume the values of $R_c \approx 7.5$ and $A \approx 1.5$, regardless of the rheological model. The analysis of the effect of the aspect ratio also shows that for $A > 1.5$ the number of additional pair of vortices near the outer wall increases.

The imposed entry flow conditions are important to the development of the flow. In this work, the flow development is analysed considering uniform and fully developed flows at the curve entrance. It is observed that in the former case the development of the secondary flow is delayed, regardless of flow conditions. In curved channels with $R_c \leq 3.5$, the flow upstream of the curve is affected by the curvature, therefore the effect of including a straight channel at the entrance of the curve is also evaluated. The results show that, in these geometries, the presence of the inlet channel decelerates the development of the flow, but tends to promote numerical stability. Despite differences in flow development, the flow patterns tend to approach each other (with and without inlet channel) at end of the curve, albeit without becoming exactly equal, indicating that the angular length of the curve is not sufficient for the flow to reach fully development.

The results also show that the secondary flow persists downstream of the curve along the straight outlet channel, although in this case full development is achieved.

When $Re = 2332$, Newtonian fluid flow is stationary in a curved channel, but viscoelastic fluid flow becomes non-stationary, with non-turbulent nature, even for low elasticity ($Wi = 0.10$). The secondary flow is then oscillatory, and the oscillations are concentrated near the outer wall, particularly in the region of the additional pair of vortices. The pattern of secondary flow is highly dependent on the elasticity and retardation parameter, but this variation follows the same line of evolution for both variables.

Finally, assuming a pulsating flow through the curved duct with different pulsating parameters, the Newtonian and non-Newtonian flow response is also analysed. The results show that the straight walls of the cross-section delay, or even prevent, the development of a Lyne type flow (characteristic of pulsating flow in curved ducts of circular cross-section); apparently, for the assumed conditions, such kind of flow does not tend to develop.

Keywords: numerical simulation; finite volume method; three-dimensional flow; laminar flow; stationary and non-stationary instabilities; Newtonian and viscoelastic fluid; FENE-P and FENE-CR models; curved channel; aspect ratio; curvature ratio; secondary flow; pulsating flow.

Agradecimentos

Terminada a tese de doutoramento, resta-me registar os meus sinceros agradecimentos a um conjunto de pessoas e entidades que, de várias formas, contribuíram para a realização deste trabalho.

Em primeiro lugar, quero agradecer ao Professor Doutor Paulo Jorge dos Santos Pimentel de Oliveira, meu orientar científico, pela partilha do saber, disponibilidade, incentivo e pelas valiosas sugestões essenciais para a concretização deste trabalho.

À Universidade da Beira Interior, em particular ao Departamento de Engenharia Electromecânica, quero agradecer os recursos, equipamentos e infra-estruturas que me foram disponibilizados.

Ao Professor Doutor Fernando Pinho, pelas sugestões e valiosa orientação durante a curta jornada de trabalho experimental na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Aos meus pais e irmãos pelo apoio incondicional.

Ao Zé e aos “Três Felizes Tigres”, pois sem vocês não teria tido uma noite mal dormida ou uma refeição sem algazarra.

Aos meus amigos pelo carinho e amizade.

Aos meus colegas Gerardo, Hélder e Luís pelo companheirismo. E ainda ao Curro, Laura, Vera e Patrícia por toda a ajuda e paciência.

Quero também agradecer à Fundação para a Ciência e a Tecnologia pela concessão da bolsa de investigação com a referência SFRH/BD/68357/2010, financiada pelo POPH/FSE, sem a qual este trabalho não seria realizável.

A todos, obrigada!



Índice

Lista de Símbolos	x
Capítulo 1	
Introdução	1
1.1. Enquadramento	1
1.2. Motivação	2
1.3. Comportamentos reológicos	2
1.3.1. Fluido newtoniano	3
1.3.2. Fluido não-newtoniano	3
1.4. Modelos reológicos	4
1.5. Simulação numérica do escoamento de fluidos	7
1.6. Objectivos	9
1.7. Estrutura da Tese	9
Capítulo 2	
Equações Fundamentais	11
2.1. Equações de conservação	11
2.2. Equações constitutivas	12
2.2.1. Modelo Hookeano	13
2.2.2. Modelos não-Hookeanos	15
2.2.2.1. Modelos FENE	16
2.2.2.2. Modelo FENE-P	16
2.2.2.3. Modelo FENE-CR	19
2.3- Equações de governo adimensionalizadas	19
Capítulo 3	
Método Numérico	23
3.1. Transformação de coordenadas	24
3.2. Discretização das equações	28
3.2.1. Equação da conservação da massa	30
3.2.2. Equação da conservação da quantidade de movimento	32
3.2.3. Equação constitutiva	39
3.3. Algoritmo de solução	43
3.4. Condições fronteira	45
Capítulo 4	
Escoamento em canal curvo - Introdução	47
4.1. Escoamento secundário	50
4.1.1. Número de Reynolds crítico	54
4.1.2. Factor de atrito	57
4.1.3. Escoamento completamente desenvolvido	60
4.2. Escoamento em curva de 180° com secção transversal rectangular	62
4.2.1. Transformação das coordenadas cartesianas	63
4.2.2. Geometria e malha computacional	67
Capítulo 5	
Escoamento em desenvolvimento de fluido newtoniano, em curva de 180° com secção transversal quadrada	69
5.1. Descrição do problema	74
5.2. Resultados	75
5.2.1. Efeito da inércia	75
5.3. Conclusões	102

Capítulo 6

Escoamento em desenvolvimento de fluido viscoelástico, em curva de 180° com secção transversal quadrada	103
6.1. Descrição do problema	109
6.2. Resultados	110
6.2.1. Efeito de Re e de Wi	110
6.2.1.1. Efeito do modelo viscoelástico: FENE-CR e FENE-P	126
6.2.2. Efeito de L^2 e de β	133
6.2.2.1. Efeito do modelo viscoelástico: FENE-CR e FENE-P	146
6.3. Conclusões	157

Capítulo 7

Escoamento em canais com diferentes curvaturas	159
7.1. Descrição do problema	161
7.2. Resultados	162
7.2.1. Fluido newtoniano	163
7.2.2. Fluido viscoelástico	175
7.2.2.1. Efeito de Wi	175
7.2.2.2. Efeito de β	181
7.2.2.3. Efeito de L^2	188
7.3. Conclusões	190

Capítulo 8

Escoamento a montante e a jusante de curva com curvatura acentuada	193
8.1. Descrição do problema	197
8.2. Resultados	197
8.2.1. Escoamento a montante da curva	200
8.2.1.1. Fluido newtoniano	200
8.2.1.2. Fluido viscoelástico	204
8.2.2. Escoamento a jusante da curva	209
8.2.2.1. Fluido newtoniano	209
8.2.2.2. Fluido viscoelástico	217
8.3. Conclusões	224

Capítulo 9

Efeito das condições de entrada	227
9.1. Descrição do problema	227
9.2. Resultados - Canal com curvatura moderada	228
9.2.1. Fluido newtoniano	228
9.2.2. Fluido viscoelástico	232
9.2.2.1. Efeito de β e de L^2	241
9.2.3. Conclusões	245
9.3. Resultados - Canal com curvatura acentuada	246
9.3.1. Efeito do perfil de entrada	246
9.3.2. Efeito do canal recto de entrada	252
9.3.3. Conclusões	257
9.4. Conclusões	258

Capítulo 10

Escoamento em curvas com diferentes razões de aspecto	259
10.1. Descrição do problema	265
10.2. Resultados	266
10.2.1. Fluido newtoniano	266
10.2.2. Fluido viscoelástico	279
10.2.2.1. Efeito do modelo viscoelástico: FENE-CR e FENE-P	289
10.3. Conclusões	294

Capítulo 11

Escoamento viscoelástico sem inércia e com inércia reduzida	297
11.1. Descrição do problema	299

11.2. Resultados	300
11.3. Conclusões	307
Capítulo 12	
Escoamento variável no tempo	309
12.1. Descrição do problema	313
12.2. Resultados - Escoamento estacionário ao longo do tempo	314
12.3. Resultados - Transição para escoamento não estacionário	319
12.4. Conclusões	348
Capítulo 13	
Escoamento pulsante	349
13.1. Descrição do problema	353
13.2. Resultados	355
13.2.1. Fluido newtoniano	355
13.2.2. Fluido viscoelástico	376
13.3. Conclusões	381
Capítulo 14	
Conclusão e sugestões para trabalho futuro	383
14.1. Conclusão	383
14.2. Sugestões para trabalho futuro	388
Referências	391

Lista de Símbolos

a	Parâmetro adicional do modelo FENE-P (Cap.2)
a_r	Raio da esfera do modelo <i>dumbell</i>
A	Razão de aspecto ($=h/d$)
\mathbf{A}	Tensor adimensional (Cap.2); matriz dos coeficientes (Cap.3)
a_F	Coeficiente das equações discretizadas (Cap.3)
a_P	Coeficiente central das equações discretizadas (Cap.3)
b	Face na direcção “base” da célula P
\mathbf{b}	Vector dos termos fonte e das condições fronteira (Cap.3)
b	Parâmetro elongacional dos modelos FENE (Cap.2); passo do canal helicoidal (Cap.4)
B	Célula na direcção “base” da célula P
\mathbf{B}	Área da superfície
B_{li}	Área superficial ou componente i da área da superfície da célula alinhada com a direcção (Cap.3)
Bm	Número de Bingham
c	Concentração de polímero
C	Curvatura ($=d/R$)
d	Largura do canal curvo; diâmetro da secção transversal (Eq(4.1))
\mathbf{D}	Tensor velocidade de deformação
De	Número de Débora
Dn	Número de Dean
D_f	Condutância difusiva na face f
D_h	Diâmetro hidráulico da definição de Bm
e	Face na direcção “este” da célula P
e	Termo de contribuição isotrópica extra do modelo FENE-P (Cap.2)
E	Célula na direcção “este” da célula P
f	Função de extensibilidade dos modelos FENE (Cap.2, Cap.3); factor de expansão ou compressão das células; factor de atrito (Cap.4); Frequência obtida pela FFT (Cap.12); frequência (Cap.13)
f_s	factor de atrito em canal recto (Cap.4)
f_c	factor de atrito em canal curvo (Cap.4)
f	Face do volume de controlo
F	Volume de controlo vizinho relativamente à célula genérica P , segundo a direcção f ; Caudal mássico (Eq(3.18))
$\mathbf{F}^{(c)}$	Força de conexão da mola do modelo <i>dumbell</i>
ff	Índice da face da segunda célula vizinha relativamente à célula genérica P , segundo a direcção f .
FF	Índice da segunda célula vizinha relativamente à célula genérica P , segundo a direcção f .
f_x, f_y, f_z	Factor de compressão dos volumes de controlo segundo a direcção x , y e z .
g	Aceleração da gravidade
G	Módulo de rigidez ou de distorção (Lei de Hooke)
h	altura do canal curvo
H	Constante da mola (Cap.2); helicidade
$H()$	Operador representativo da influência das células vizinhas relativamente à célula P .
\mathbf{I}	Matriz unitária (ou identidade) (Cap.2)
\mathbf{J}	Matriz Jacobiana
J	Determinante da matriz Jacobiana ($=\det(\mathbf{J})$)
k	Traço de um tensor dependente do tempo (Cap.2); parâmetro controlador do método de discretização temporal (Cap.3)

k_B	Constante de Boltzman (Cap.2)
K	Parâmetro definido por Dean (Eq(4.1)); consistência (Cap.6, lei de potência)
K_e, K_o	Amplitude estacionária e oscilatória
L^2	Parâmetro de extensibilidade dos modelos FENE
L	Distância a montante e a jusante da curva
n	Face na direcção “norte” da célula P .
n	Número de moléculas poliméricas por unidade de volume (Cap.2)
N	Célula na direcção “norte” da célula P .
N_1	Primeira diferença de tensões normais
N_2	Segunda diferença de tensões normais
NX, NY, NZ	Numero de volumes de controlo segundo a direcção x , y e z .
Nu	Número de Nusselt
p	Pressão
$p_{e, entrada}$	Pressão à entrada da secção curva do canal
p'	Correcção da pressão
P	Volume de controlo genérico
Pr	Número de Prandtl
Q	Comprimento de estiramento da mola (Cap.3)
\mathbf{Q}	Vector de ligação entre as esferas do modelo <i>dumbbell</i>
Q_{eq}	Comprimento entre as esferas do modelo <i>dumbbell</i> em estado de equilíbrio
Q_0	Comprimento máximo de estiramento da mola
\mathbf{r}	Vector de ligação entre a esfera e o centro do modelo <i>dumbbell</i>
r	Razão de raios ($= r_o / r_i$)
r_i	Raio interior da secção transversal anelar
r_o	Raio exterior da secção transversal anelar
R	Raio (médio) de curvatura
Re	Número de Reynolds
$Re_{crítico}$	Número de Reynolds de transição de regime laminar para regime turbulento; Número de Reynolds de transição do padrão de escoamento secundário
Re_0	Número de Reynolds crítico de transição à entrada da curva
R_1	Raio interior de curvatura
R_2	Raio exterior de curvatura
R_c	Razão de curvatura ($= R/d$)
s	Face na direcção “sul” da célula P .
S	Célula na direcção “sul” da célula P .
S	Termo fonte das equações discretizadas
St	Número de Strouhal
$tr()$	Operador traço
t	Face na direcção “topo” da célula P .
t	Tempo
T	Célula na direcção “topo” da célula P .
T	Temperatura (Cap.2); período (Cap.13)
\mathbf{u}	Vector velocidade
u, v, w	Componentes do vector velocidade segundo as coordenadas x , y e z .
u_e	Velocidade estacionária
u_i	Coordenada cartesiana da velocidade segundo a direcção i .
$\hat{u}_{i,f}$	Componente i , da velocidade na face f estimada por interpolação especial, referente aos termos convectivos
$\tilde{u}_{i,f}$	Componente j , da velocidade na face f estimada por interpolação especial
u_o	Velocidade oscilatória
U	Velocidade média (Cap.2); Componente axial da velocidade para sistema de coordenadas “rodado”
U_m	Velocidade média da definição de Bm
U_0	Constante com dimensão de velocidade (Eq(4.1))
Ut	Magnitude absoluta da velocidade transversal ($= \sqrt{V^2 + W^2}$)
V	Volume genérico de uma célula

V_p	Volume de uma célula de controlo
V_P	Volume do volume de controlo centrado em P .
V, W	Componentes transversais da velocidade para sistema de coordenadas “rodado”
w	Face na direcção “oeste” da célula P .
W	Célula na direcção “oeste” da célula P .
Wi	Número de Weissenberg
$Wi_{critico}$	Número de Weissenberg crítico de transição de 1 para 2 pares de vórtices
Wi_{mod}	Número de Weissenberg modificado ($= (1 - \beta)Wi$)
Wo	Número de Womersley
x, y, z	Coordenadas cartesianas
X, Y, Z	Coordenadas cartesianas “rodadas”
\mathbf{x}	Vector das variáveis da matriz \mathbf{A} (Cap.3)
$X_{c,e}$	Comprimento canal recto de entrada
$X_{c,s}$	Comprimento canal recto de saída
x_i	Coordenada cartesiana segundo a direcção i .
Y_{va}	Tamanho dos vórtices adicionais

Índices superiores

C	Coeficiente da parte convectiva
D	Coeficiente da parte difusiva
f	Face f
n	passos de integração temporal
P	Célula genérica
T	Transposta
$+$	Índice para a face positiva
$-$	Índice para a face negativa
$—$	Média aritmética; interpolação linear na face f entre os volumes de controlo centrado P e vizinhos F
∇	Índice da derivada superior de Oldroyd
$**, *$	Passos intermédios do algoritmo (Cap.3)
\wedge, \sim	Interpolações especiais (Cap.3)

Índices inferiores

D	Coeficiente da parte difusiva
D	Jusante
e	Estacionário
ef	Efectiva
eq	Equilíbrio
f	Face f
f	Direcção da face f
F	Volume de controlo vizinho da célula P segundo a direcção f .
FD	Completamente desenvolvido (<i>Fully Developed</i>)
i, j, k	Índices de coordenadas cartesianas (x_i)
l	Convenção de Einstein para os termos difusivos artificiais
l, m, n	Índices de coordenadas generalizadas (ξ_i)
\max	Máximo
\min	Mínimo
o	Oscilante
p	Soluto polimérico

P	Volume de controlo genérico
s	Solvente newtoniano
tot	Total
U	Montante
0	Condições estacionárias

Símbolos gregos

α	Frequência adimensional; ou número de Stokes
β	Parâmetro de retardamento ou razão de viscosidade do solvente
β_{ii}	Co-factor da matriz Jacobiana
γ	Deformação
$\dot{\gamma}$	Norma ou o segundo invariante do tensor $\dot{\gamma}$; razão de deformação característica
$\dot{\gamma}$	Taxa de deformação
Γ	Coeficiente de difusão
Δt	Passo de integração temporal
Δp	Diferença de pressão
ΔP_c	Diferença de pressão relativa à pressão na entrada da curva
Φ, ϕ	Variável genérica
η, μ	Viscosidade
η_p	Viscosidade do polímero
$\eta_{p,ef}$	Coeficiente de viscosidade polimérica efectiva (= η_p / f)
η_s	Viscosidade do solvente (newtoniano)
η_0	Viscosidade total da mistura polimérica; coeficiente de viscosidade total (Cap.3)
η_{xy}	Viscosidade de corte
λ	Tempo de relaxação do fluido
λ_{ef}	Tempo de relaxação efectivo (= λ / f)
μ_w	Viscosidade na parede da definição de Bm
ν	Propriedade genérica de um fluido (Cap.2); viscosidade cinemática (Eq(4.1))
ρ	Massa volúmica
ξ_l	Sistema generalizado de coordenadas não-ortogonais
ζ	Coeficiente de atrito de Stokes (Cap.2)
τ_0	Tensão de cedência da definição de Bm
τ_c	Tensão de cedência
τ_{ij}	Componente polimérica viscoelástica do tensor das tensões diferencial (Cap.3)
$\tilde{\tau}_{ij,f}$	Componente i, j da tensão na face f , estimada por interpolação especial
$\hat{\tau}_{ij,f}$	Componente i, j da tensão na face f , estimada por interpolação especial referente ao termo convectivo
$\tau_{ij,P}$	Componente i, j da tensão no volume de controlo P
$\tau_{ij,s}$	Componente de solvente newtoniano do tensor das tensões diferencial? (Cap.3)
τ_{tot}	Tensor das tensões total/extra
τ_s	Tensor das tensões do solvente (newtoniano)
τ	Tensor das tensões do polímero; Tensor das tensões
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Tensões de corte
$\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}$	Tensões normais
$\tau_{XY}, \tau_{XZ}, \tau_{YZ}$	Componentes de corte e normais da tensão para sistema de coordenadas “rodado”
$\tau_{XX}, \tau_{YY}, \tau_{ZZ}$	
τ_{kk}	Traço do tensor das tensões (Cap.3)
ψ	Função de distribuição (Cap.2)
ω	Frequência angular do gradiente de pressão oscilante

Abreviaturas

2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
3NT	Método de três níveis no tempo
CEF	Fluido de Criminale-Eriksen-Filbey
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (Dinâmica de Fluidos Computacional)
CUBISTA	<i>Convergent and Universally Bounded Interpolation Scheme for Treatment of Advection</i>
FDM	<i>Finite Difference Method</i> (Método das Diferenças Finitas)
FEM	<i>Finite Element Method</i> (Método dos Elementos Finitos)
FENE	<i>Finite Extensible Nonlinear Elastic</i>
FENE-P	<i>Finite Extensible Nonlinear Elastic - Peterlin</i>
FENE-CR	<i>Finite Extensible Nonlinear Elastic - Chilcott and Rallison</i>
FENE-MCR	<i>Finite Extensible Nonlinear Elastic - Modified Chilcott and Rallison</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FVM	<i>Finite Volume Method</i> (Método dos Volumes Finitos)
GNF	<i>Generalised Newtonian Fluid</i> (Fluido Newtoniano Generalizado)
HRS	<i>High-Resolution Scheme</i> (Esquema de Alta Resolução)
MPTT	<i>Modified Phan-Thien-Tanner fluid</i> (fluido de PTT modificado)
MVF	Método dos Volumes Finitos (<i>Finite Volume Method</i>)
NVC	Número (total) de Volumes de Controlo
PTT	Modelo de Phan-Thien-Tanner
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations</i>
SIMPLE-C	<i>Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations - Consistent</i>
SMART	<i>Sharp and Monotonic Algorithm for Realistic Transport</i>
SOF	<i>Second Order Fluid</i> (fluido de 2ª ordem)
UCM	<i>Upper Convected Maxwell model</i> (modelo convectivo superior de Maxwell)
UDS	<i>Upwind Differencing Scheme</i> (Esquema de diferenças de montante de 1ª ordem)
VC	Volume de controlo
V	Vórtices
V/A	Vórtices Assimétricos
V/RN	Vórtices com Rotação Normal
V/RO	Vórtices com Rotação Oposta

Capítulo 1.

Introdução

1.1. Enquadramento

Na física dos meio contínuos, a dinâmica de fluidos clássica e a reologia avançam lado a lado no progresso da ciência e da tecnologia. Enquanto a primeira estuda o escoamento/movimento de fluidos, a segunda analisa a deformação e escoamento dos materiais em geral, estabelecendo uma ponte entre as mecânicas clássicas dos sólidos e dos fluidos. O conhecimento sobre o escoamento e deformação de materiais fluidos tem grande importância nos mais diversos processos industriais (indústria alimentar, farmacêutica, de polímeros, de moldes, de tintas, etc.), em engenharia (sistemas de refrigeração, extrusão, etc.) e até mesmo em biologia e biotecnologia (sistema circulatório, injeção de fármacos, hemodiálise, etc.). Trata-se, por isso, de uma área de investigação relevante e em contínua actualização, que se reflecte na quantidade de literatura publicada. Para iniciar o estudo do tema, sugere-se a leitura dos dois volumes de *Dynamics of Polymeric Liquids* de Bird et al. (1987a, 1987b), que tratam a teoria da dinâmica de fluidos não-newtonianos, na sua maioria com propriedades viscoelásticas, através da análise de equações constitutivas que descrevem muitos dos comportamentos destes fluidos. Outros livros importantes na área da reologia são: *An Introduction to Rheology* de Barnes et al. (1989), *Engineering Rheology* de Tanner (1992) e ainda, o único livro em português, *Reologia e suas Aplicações Industriais* de Castro et al. (2001). A nível experimental destaca-se o livro de Boger & Walters (1993), da série de livros *Rheological Phenomena in Focus* por diferentes autores, onde é ilustrada fotograficamente a grande diversidade de comportamentos complexos que os fluidos não-newtonianos podem apresentar.

O estudo do escoamento de fluidos pode ter três abordagens diferentes: experimental, teórica/analítica e numérica. As diferentes metodologias permitem obter resultados que explicam os fenómenos físicos dos problemas em questão, apesar das vantagens e/ou desvantagens inerentes. A simulação numérica de escoamentos, a que se dá o nome de Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD, *Computational Fluid Dynamics*), surgiu como forma de ultrapassar as dificuldades apresentadas pela investigação experimental e da impossibilidade de se chegar a uma solução analítica exacta de escoamentos complexos. No entanto, é importante e indispensável olhar para estas metodologias como sendo complementares. Embora, a dinâmica de fluidos computacional, seja mais recente que as demais abordagens, o uso de métodos numéricos e algoritmos como ferramentas para resolver as equações de governo e analisar problemas envolvendo escoamentos de fluidos, tem-se

tornado cada vez mais popular entre os investigadores. Também aqui se verifica um constante desenvolvimento com o objectivo de aumentar a precisão da aproximação das soluções obtidas. Alguns títulos de referência da Dinâmica de Fluidos Computacional são, por ordem de publicação: *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow* de Patankar (1980), *Numerical Simulation of Non-Newtonian Flow* de Crochet et al. (1984), e *Computational Methods for Fluid Dynamics* de Ferziger & Peric (1996). O livro mais recente a realçar intitula-se *Computational Rheology*, de Owens & Philips (2005), que apresenta com detalhe a evolução da reologia computacional desde a sua génese, na década de 60, até 2001.

1.2. Motivação

Desde há muito que existe interesse da comunidade científica sobre o escoamento através de canais com curvatura. Apesar da configuração simples do ponto de vista geométrico, os canais com curvatura são usados como modelos para, por exemplo, o escoamento em rios e o escoamento do sangue em artérias. Contudo, o escoamento de fluidos não-newtonianos e o desenvolvimento de instabilidades elásticas neste tipo de geometria é relativamente recente. Estas instabilidades são fenómenos que ocorrem em inúmeros escoamentos com interesse, onde se obtêm resultados difíceis de prever. Do ponto de vista da engenharia, é claramente importante conhecer as condições de escoamento para as quais essas instabilidades ocorrem e de que forma ocorrem. Assim, a primeira e principal motivação deste trabalho surge da escassez de informação na literatura especializada sobre o escoamento viscoelástico em curvas, e a necessidade de melhor compreender e caracterizar este tipo de escoamento. Em particular, o desenvolvimento de instabilidades com fluidos viscoelásticos para uma gama diversificada de condições de escoamento, sabendo que o escoamento laminar newtoniano através de curva também desenvolve instabilidades, mas, neste caso, devidas à inércia.

1.3. Comportamentos reológicos

Os fluídos são definidos como materiais que se deformam continuamente quando submetidos a uma tensão de corte. A deformação, que ocorre enquanto o fluido estiver sob o efeito da tensão de corte, caracteriza-se pelo deslizamento de camadas infinitesimalmente próximas. Quando o fluido está em movimento, surge uma força contrária de resistência à deformação entre as camadas de partículas de fluido, devida ao atrito, definida pela viscosidade de corte. A viscosidade de corte é uma propriedade reológica dos materiais que, no caso dos fluidos, quantifica a resistência que um fluido oferece ao escoamento. Esta propriedade é característica de cada material e pode depender de diferentes variáveis, tais como, a temperatura, a pressão, a velocidade de deformação (também designada por taxa de deformação) e o tempo de deformação. Existem dois grandes grupos de fluidos, definidos segundo o seu comportamento reológico: os fluidos newtonianos e os fluidos não-newtonianos.

1.3.1. Fluido newtoniano

Os fluidos newtonianos apresentam uma viscosidade de corte constante e independente da taxa de deformação, para uma determinada temperatura. O comportamento reológico dos fluidos newtonianos incompressíveis é descrito pela lei de Newton da viscosidade dada por:

$$(1.1) \quad \tau = \eta \dot{\gamma}$$

Nesta equação, o tensor das tensões (τ) é directamente proporcional à taxa de deformação, representada por $\dot{\gamma}$, e a viscosidade (η) é a função material que caracteriza o fluido.

1.3.2. Fluido não-newtoniano

Os fluidos não-newtonianos não apresentam, em geral, uma relação linear directa entre o tensor das tensões e a taxa de deformação aplicada. Por isso, necessitam de equações constitutivas mais complexas para descrever o seu comportamento reológico. Tendo em conta o seu comportamento típico, os fluidos não-newtonianos podem ser divididos em três grupos: fluidos puramente viscosos ou inelásticos; fluidos viscoelásticos; e fluidos perfeitamente elásticos.

Os fluidos puramente viscosos ou inelásticos não apresentam qualquer tipo de comportamento elástico, sendo incapazes de armazenar energia na forma elástica, isto é, não apresentam o efeito “memória”. Estes fluidos podem ser caracterizados, segundo a dependência do seu comportamento em relação ao tempo, como:

- 1) Fluidos dependentes do tempo: a taxa de deformação é função da tensão de corte instantânea aplicada, do intervalo de tempo a que está sujeito à tensão de corte, e também do intervalo de tempo entre as aplicações da tensão. Estes fluidos podem ser ainda subdivididos em dois tipos diferentes:
 - a) Fluidos tixotrópicos (apresentam uma diminuição da viscosidade com o tempo de deformação);
 - b) Fluidos antitixotrópicos (apresentam um aumento da viscosidade com o tempo de deformação).

Os comportamentos descritos acima podem apresentar um efeito de reversibilidade (ou histerese), em que, passado um intervalo de tempo após a cessação da aplicação da deformação, o fluido retoma a viscosidade inicial, mas não necessariamente pelo mesmo “caminho”.

- 2) Fluidos independentes do tempo: a taxa de deformação depende apenas da tensão de corte instantânea. Estes fluidos podem ser, por sua vez, subdivididos em:
 - a) Fluidos sem tensão de cedência (não dependem de uma tensão inicial ou tensão de cedência, τ_c , para começarem a deformar). Este grupo de fluidos pode ainda ser dividido em:

- i) Fluidos reofluidificantes ou pseudoplásticos (apresentam uma diminuição da viscosidade com o aumento da taxa de deformação);
- ii) Fluidos reoespessantes ou dilatantes (apresentam um aumento da viscosidade com o aumento da taxa de deformação).
- b) Fluidos com tensão de cedência (é necessário atingir uma determinada tensão inicial ou de cedência, τ_c , para que comecem a deformar). Estes fluidos podem apresentar comportamentos típicos de:
 - i) Fluidos reofluidificantes;
 - ii) Fluidos reoespessantes;
 - iii) Plásticos de Bingham (fluidos que apresentam comportamento newtoniano para tensões superiores à tensão de cedência, $\tau > \tau_c$).

Com um comportamento oposto aos fluidos inelásticos estão os fluidos perfeitamente elásticos. Estes, por sua vez, são capazes de armazenar energia na forma elástica, e recuperam a totalidade dessa energia armazenada, voltando sempre ao estado inicial.

Os fluidos não-newtonianos viscoelásticos exibem um comportamento intermédio aos fluidos puramente viscosos e perfeitamente elásticos. Apresentam, simultaneamente, características viscosas e elásticas quando sujeitos a uma deformação. A relação entre a tensão e a deformação não é local no tempo nem no espaço, e a viscosidade pode não ser constante para determinadas condições de temperatura e pressão. A combinação destas características dá origem a comportamentos complexos, muitos deles ilustrados em Boger & Walters (1993). Os fluidos viscoelásticos podem também ser classificados como fluidos dependentes e independentes do tempo, relativamente à sua componente viscosa. Mas, no caso de fluidos viscoelásticos com características viscosas dependentes do tempo, é difícil separar o efeito da elasticidade do efeito das propriedades tixotrópicas/antitixotrópicas do fluido (Castro et al. (2001)).

Na dinâmica de fluidos computacional, a solução de problemas que envolvam fluidos não-newtonianos implica, em primeiro lugar, a caracterização do fluido, para depois escolher o modelo constitutivo que melhor caracteriza o escoamento. Actualmente, existe na literatura especializada uma grande variedade de equações constitutivas que descrevem, com precisão, os mais diversos comportamentos dos fluidos.

1.4. Modelos reológicos

Na abordagem macroscópica da mecânica dos meios contínuos, a micro-estrutura dos fluidos (interacção e estrutura atómica e molecular) não é tida em consideração explicitamente. Ao invés, as tensões sofridas pelos elementos macroscópicos do fluido são relacionadas com a história da deformação através de uma equação constitutiva. Desta forma, o escoamento de um fluido pode ser descrito matematicamente através de um conjunto de equações que inclui as equações da conservação e a equação ou o conjunto de equações constitutivas reológicas.

A equação constitutiva define a relação do tensor das tensões (τ_{tot}) com a deformação e velocidades de deformação a que o fluido é submetido. A complexidade da relação entre tensão e deformação depende das características do fluido, e toma a forma mais simples no caso dos fluidos newtonianos através da Lei de Newton, apresentada anteriormente pela Eq.(1.1). No caso dos fluidos não-newtonianos, cuja relação entre a tensão e a deformação é mais complexa, não existe uma única equação capaz de descrever a diversidade de comportamentos que estes fluidos podem apresentar. Por este motivo, existem inúmeros modelos constitutivos para descrever os fluidos não-newtonianos, dos quais apenas alguns são aqui brevemente apresentados. Sugere-se a leitura dos livros de Bird (Bird et al. (1987a, 1987b)), para aprofundar o tema.

O modelo constitutivo mais simples para fluidos não-newtonianos é o modelo de fluido newtoniano generalizado (GNF, *Generalised Newtonian Fluid*). O modelo GNF descreve o comportamento não-newtoniano inelástico ou puramente viscoso dos fluidos. Foi desenvolvido como uma extensão do modelo newtoniano, onde a viscosidade deixa de ser constante e passa a ser função da taxa de deformação (Bird et al. (1987a)):

$$(1.2) \quad \tau = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}$$

onde $\dot{\gamma}$ é a norma ou o segundo invariante do tensor $\dot{\gamma}$. Existem ainda variações empíricas do modelo GNF, são exemplo o modelo da Lei de Potência (de Waele (1923) e Ostwald (1925)), o modelo da Lei de Potência truncada (Spriggs (1965)) e o modelo de Carreau-Yasuda (Yasuda et al. (1981)).

Contudo, e como já referido anteriormente, é comum os fluidos não-newtonianos exibirem combinações de comportamentos lineares ou não-lineares viscosos com comportamento elástico, os denominados fluidos viscoelásticos. Estes fluidos, para além das diferentes variações da tensão e da viscosidade com a taxa de deformação, têm efeito elástico de “memória” das deformações sofridas anteriormente. Assim, os fluidos viscoelásticos apresentam uma diversidade enorme de comportamentos, impossíveis de serem descritos por uma única equação. O desenvolvimento de modelos constitutivos reológicos para descrever o escoamento de fluidos viscoelásticos tem sido permanente, quer no sentido de melhorar os modelos existentes quer no sentido de descrever novos tipos de escoamento. Os modelos viscoelásticos existentes podem ser divididos em dois grandes grupos: os modelos viscoelásticos lineares e os modelos viscoelásticos não-lineares.

Do ponto de vista reológico, os modelos viscoelásticos lineares são mais simples porque têm origem na combinação algébrica simples das leis lineares de Newton (para fluido puramente viscoso) e de Hooke¹ (para sólido perfeitamente elástico). Alguns exemplos deste tipo de modelos são o Modelo de Maxwell, o Modelo de Kelvin-Voigt e o Modelo de Jeffreys (Castro et al. (2001)).

¹ A Lei de Hooke é definida como $\tau = G\gamma$, onde τ é a tensão, γ a taxa de deformação linear e G o módulo de rigidez ou de distorção (Castro et al. (2001)).

Por outro lado, os modelos viscoelásticos não-lineares são mais complexos e pode ser encontrado na literatura uma grande diversidade de modelos. O modelo mais simples é o modelo convectivo superior de Maxwell (UCM, *Upper-Convected Maxwell model*) (Oldroyd (1950), Castro et al. (2001)), que tem origem no modelo linear de Maxwell. Outro modelo importante é o modelo Oldroyd-B. Este modelo, tem origem no modelo de Jeffreys e resulta da combinação linear do modelo UCM, para a parte polimérica, e do modelo newtoniano, para o solvente (Oldroyd (1950)). No entanto, estes dois modelos apresentam algumas limitações significativas bem conhecidas (ver por exemplo, Pinho & Oliveira (2001)): a viscosidade elongacional tende para infinito quando a taxa de deformação tende para $1/(2\lambda)$; e não são capazes de prever comportamento reofluidificante. Isto é, apresentam viscosidade viscosimétrica constante e primeira diferença de tensões normais ($N_1 = \tau_{xx} - \tau_{yy}$) proporcional a $\dot{\gamma}^2$, e ainda segunda diferença de tensões normais ($N_2 = \tau_{yy} - \tau_{zz}$) nula. Em termos de cálculo numérico, estes dois modelos tendem a gerar problemas de convergência difíceis de resolver, porque dão origem a tensões normais elevadas, principalmente para razões de viscosidade² baixas (Pinho & Oliveira (2001)).

Existem, no entanto, modelos reológicos capazes de descrever o comportamento reofluidificante, comum nos fluidos viscoelásticos. O modelo White-Metzner (White & Metzner (1963)) é uma forma generalizada empírica do modelo de Maxwell capaz de descrever o comportamento fluidificante dos fluidos viscoelásticos, para a viscosidade de corte e para a primeira diferença de tensões normais. Contudo, admite viscosidade elongacional infinita e segunda diferença de tensões normais nula. Por outro lado, o modelo Giesekus (Giesekus (1982)) já prevê comportamento fluidificante para a segunda diferença de tensões normais e o problema de viscosidade elongacional infinita deixa de existir. Este modelo prevê ainda comportamento reoespessante da viscosidade elongacional, limitada à região de taxa de deformação extensional elevada. O modelo de Phan-Thien e Tanner (ou modelo PTT) (Phan-Thien & Tanner (1977)) assenta numa base teórica forte de modelos de redes moleculares, e prevê segunda diferença de tensões normais negativa, que vai de encontro aos resultados experimentais de escoamento de soluções poliméricas e polímeros fundidos (Bird et al. (1987b)). Além dos modelos atrás mencionados, existe uma grande variedade de modelos viscoelásticos diferenciais, como são exemplo os modelos de Oldroyd de 4, 6 e 8 constantes, ou ainda os modelos de Gordon-Schowaler, Johnson-Segalman, Bird-DeAguiar e Acierno et al. Pormenores destes e de outros modelos poderão ser consultados em Bird et al. (1987a, 1987b) e Bird & Wiest (1995).

Ao contrário dos modelos reológicos anteriores, os modelos que derivam directamente da teoria cinética molecular apresentam resultados mais realistas no que diz respeito à descrição de escoamentos de líquidos poliméricos. Alguns exemplos deste tipo de modelos são o modelo

² A razão de viscosidades é definida como $\eta_s / (\eta_s + \eta_p)$, onde η_s é a viscosidade de solvente e η_p é a viscosidade polimérica.

FENE (*Finitely Extensible Nonlinear Elastic*) e suas modificações (FENE-P, FENE-CR, FENE-MCR) (Bird et al. (1987b)), e ainda o modelo Pom-pom (McLeish & Larson (1998)).

O modelo FENE resulta da teoria cinética através de um modelo não-linear elástico do tipo esfera-mola, para descrever a interação entre moléculas de polímero e o solvente líquido. Descreve, em simultâneo, o estiramento/extensibilidade e a orientação das moléculas poliméricas em escoamentos complexos, e prevê efeitos de reofluidificação e de viscosidade elongacional finita. Os modelos reológicos desenvolvidos a partir do modelo FENE original surgem como simplificações deste (Bird et al. (1987b)). Alguns exemplos importantes são o modelo FENE com aproximação de Peterlin (FENE-P) (Peterlin (1966), Bird et al. (1987b)), o modelo FENE proposto por Chilcott e Rallison (FENE-CR) (Chilcott & Rallison (1988)), e o modelo FENE-CR modificado (FENE-MCR). Herchen & Ottinger (1997) apresentaram uma comparação destas versões do modelo FENE. Outros modelos deste tipo podem ser ainda consultados em, por exemplo, Bird et al. (1987b), Lielens et al. (1999) e Oliveira (2009).

O modelo mais próximo da versão original FENE é o modelo FENE-P (Bird et al. (1987b)), que tem no seu comportamento característico efeitos de reofluidificação na viscosidade de corte. Mais tarde, Chilcott e Rallison (Chilcott & Rallison (1988)), com vista a separar os efeitos elásticos dos efeitos de fluidificação, propuseram uma nova versão do modelo FENE obtida empiricamente, designado por FENE-CR. Neste modelo, a viscosidade de corte passa a ser constante com a variação da taxa de deformação, mas a primeira diferença de tensões normais apresenta fluidificação. Desta forma obtiveram um modelo capaz de descrever com aproximação razoável o comportamento de fluidos de Boger (soluções poliméricas diluídas num solvente de elevada viscosidade). O modelo FENE-MCR surgiu da simplificação proposta por Coates et al. (1992), que desprezaram o termo da derivada substantiva da função de extensibilidade do modelo FENE-CR. Porém, este modelo pode apresentar diferenças significativas relativamente ao modelo FENE-CR original, em escoamentos de forte convecção local e escoamentos dependentes do tempo, onde o termo desprezado passa a ser importante.

Neste trabalho, os modelos do tipo FENE são utilizados para representar os fluidos viscoelásticos. Por esse motivo, estes modelos serão, mais tarde, explanados com maior detalhe, aquando da apresentação das equações de governo no Capítulo 2.

1.5. Simulação numérica do escoamento de fluidos

O conjunto das equações de governo, que define um problema sobre escoamento de fluidos não-newtonianos, não é, na maior parte dos casos, passível de ser resolvido analiticamente. Consequentemente, é resolvido através de métodos numéricos que resultam em soluções aproximadas. Na computação numérica, existe uma grande variedade de metodologias utilizadas no cálculo da solução de problemas sobre escoamentos. No que diz respeito ao método de discretização das equações de governo destacam-se três métodos

diferentes: o método das diferenças finitas, o método dos elementos finitos e o método dos volumes finitos.

O método das diferenças finitas (FDM, *Finite Difference Method*) foi o primeiro, dos métodos enumerados, a surgir, nos anos 70. A metodologia reside na aproximação das derivadas das equações diferenciais através de séries de Taylor. Todavia, este método não garante a conservação das quantidades físicas, e actualmente é utilizado, apenas, em combinação com outros métodos numéricos mais precisos.

No método dos elementos finitos (FEM, *Finite Element Method*), por outro lado, a aproximação à solução das equações diferenciais é realizada por uma função em cada um dos elementos que constituem o domínio do problema. É um método versátil geometricamente, sendo, por esse motivo, particularmente interessante na resolução de problemas em geometrias complexas. Na resolução de problemas em geometrias simples, a principal desvantagem deste método sobressai, uma vez que é mais exigente em termos de recursos computacionais, principalmente para fluidos viscoelásticos. A revisão de Baaijens (1998) sobre esta metodologia merece uma leitura atenta para aprofundamento do assunto.

Por último, no método dos volumes finitos (FVM, *Finite Volume Method*), a aproximação à solução das equações de governo é obtida através de balanços de fluxos sobre volumes de controlo discretos que constituem o domínio do problema. Este método oferece maior estabilidade numérica, e é mais vantajoso em termos de recursos computacionais, relativamente ao FEM. A importância do FVM surge do crescente interesse sobre problemas de escoamento de fluidos mais complexos em geometrias simples, onde o método revela ser o mais eficiente. Nesta matéria, além dos títulos listados anteriormente (em particular Patankar (1980) e Ferziger & Peric (1996)), é importante referenciar o livro *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method* de Versteeg & Malalasekera (1995).

No trabalho presente, foi utilizado o método dos volumes finitos para a resolução dos problemas sobre escoamentos. Por conseguinte, o assunto será aprofundado posteriormente, no Capítulo 3. Os cálculos numéricos apresentados foram efectuados tendo como base um código computacional já existente programado em linguagem FORTRAN®, posteriormente modificado para se adaptar às necessidades da investigação. O procedimento para obtenção dos resultados é composto por três fases principais:

- 1) Pré-processamento: geração da malha computacional, e definição das condições do escoamento e parâmetros de simulação.

- 2) Processamento: resolução das equações de conservação da massa e da quantidade de movimento, juntamente com as equações constitutivas que regulam o comportamento do material. Este programa de simulação é adequado ao tratamento do escoamento de fluidos newtonianos e não-newtonianos elásticos em regime laminar estacionário e não estacionário.

- 3) Pós-processamento: representação gráfica dos resultados obtidos através dos programas comerciais Tecplot® e Grapher®.

1.6. Objectivos

O objectivo principal desta tese é estudar o desenvolvimento de instabilidades que ocorrem no escoamento de fluidos não-newtonianos viscoelásticos, em regime laminar, através de canais com curvatura, utilizando, para isso, métodos numéricos. As geometrias consideradas reproduzem escoamentos básicos que se encontram nas mais diversas aplicações, desde a indústria até à fisiologia, isto é, onde quer que ocorra escoamento em curvas. A natureza fundamental deste trabalho é relevante para melhor compreender a evolução do escoamento em curvas, o desenvolvimento de instabilidades e a sua natureza.

Assim, este trabalho irá envolver a aplicação de uma ferramenta numérica de previsão, desenvolvida com base no método dos volumes finitos, para a resolução de problemas sobre escoamentos tridimensionais viscoelásticos, em regime laminar, estacionário e não-estacionário, através de canal curvo com secção transversal rectangular. No escoamento em curvas a inércia promove o desenvolvimento de instabilidades transversais à direcção do escoamento principal, que aumentam em complexidade, conduzindo eventualmente a instabilidades não-estacionárias. A viscoelasticidade tende a favorecer e acelerar o desenvolvimento destas instabilidades, mas a sua influência não está completamente clarificada. Por esse motivo, será realizado um estudo detalhado sobre o escoamento não-newtoniano viscoelástico considerando o efeito de diferentes parâmetros e condições sobre o escoamento, tais como: parâmetros geométricos (curvatura e secção transversal), perfil do escoamento de entrada (completamente desenvolvido e uniforme), presença e ausência de inércia, propagação dos efeitos da curvatura a montante e a jusante da curva, gradiente de pressão pulsante, entre outros.

1.7. Estrutura da Tese

A tese é estruturalmente dividida em 14 capítulos. No Capítulo 1 presente faz-se um breve enquadramento do tema a tratar na tese, assim como, a descrição da motivação e dos objectivos.

No Capítulo 2 são descritas as equações que regem o escoamento de um fluido viscoelástico, em regime laminar e em condições isotérmicas. Neste capítulo apresentam-se as equações de conservação (massa e quantidade de movimento), juntamente com as equações constitutivas reológicas do tensor das tensões, para os modelos newtoniano, FENE-CR e FENE-P. As equações são apresentadas primeiro na forma dimensional, posteriormente, são escritas na sua forma adimensional e são definidos os parâmetros adimensionais utilizados.

No Capítulo 3 descreve-se o método numérico utilizado neste trabalho, apresentando as equações do escoamento na forma diferencial, transformadas para coordenadas não ortogonais generalizadas. Em seguida, trata-se da discretização das equações seguindo o método dos volumes finitos, assim como, uma breve explicação dos esquemas de diferenças

utilizados para cada um dos termos, do algoritmo SIMPLEC empregue no acoplamento entre pressão, velocidade e tensões, e ainda a descrição das condições de fronteira implementadas.

A introdução ao tema principal é apresentada no Capítulo 4, que se divide em duas partes principais: primeiro faz-se uma revisão bibliográfica sobre o escoamento através de condutas curvas; e em segundo é apresentada uma introdução aos problemas abordados nesta tese.

Nos capítulos seguintes são apresentados os resultados obtidos, precedidos por uma revisão bibliográfica relevante ao problema tratado. Assim, no Capítulo 5, a evolução e as características do escoamento laminar de fluido newtoniano sob o efeito da inércia é descrito detalhadamente. Além disso, os resultados obtidos são comparados com os resultados publicados como forma de validar a metodologia utilizada. No Capítulo 6 o mesmo tipo de abordagem é efectuado para os modelos do tipo FENE, considerando a mesma geometria.

No Capítulo 7 é avaliado o efeito da variação da curvatura do canal sobre o desenvolvimento do escoamento newtoniano e não-newtoniano viscoelástico.

No Capítulo 8 faz-se um estudo detalhado do efeito da curvatura no escoamento a montante e a jusante da secção curva do canal, para fluido newtoniano e viscoelástico, admitindo uma geometria com curvatura acentuada.

O efeito das condições de entrada sobre o desenvolvimento do escoamento newtoniano e não-newtoniano através de curva é analisado no Capítulo 9, onde é comparada a evolução do escoamento considerando perfis de entrada completamente desenvolvido e uniforme.

No Capítulo 10 apresentam-se resultados relativos ao efeito da variação da secção transversal no desenvolvimento de instabilidades no escoamento laminar newtoniano e viscoelástico. Aqui, a secção transversal rectangular é variada pelo sucessivo aumento da profundidade do canal enquanto a largura do canal é mantida constante.

O Capítulo 11 é dedicado à comparação entre o escoamento sem inércia e com inércia reduzida, isto é, nos casos onde o efeito inercial sobre o escoamento através de curva é nulo ou consideravelmente reduzido, isolando os efeitos viscoelásticos no desenvolvimento de instabilidades puramente elástica neste tipo de geometria.

Nos Capítulos 12 e 13 são abordados os casos do escoamento newtoniano e viscoelástico em regime não-estacionário. Em determinadas condições, o escoamento através de curvas alcança um regime de transição, em que o escoamento é dependente do tempo, mas sem atingir regime turbulento. No Capítulo 12, é analisado o desenvolvimento temporal do escoamento, em particular, para condições onde se verifica que as instabilidades desenvolvidas deixam de ser estacionárias. Já no Capítulo 13 considera-se que o escoamento é dependente do tempo por imposição, à entrada do canal, de um gradiente de pressão a oscilar em fase.

Finalmente, no Capítulo 14, são apresentadas as principais conclusões referentes ao trabalho desenvolvido e sugerem-se algumas linhas de estudo para trabalhos futuros.

Capítulo 2.

Equações Fundamentais

Para chegar à solução de problemas sobre escoamentos, em dinâmica de fluidos computacional é necessário resolver o conjunto das equações da conservação em simultâneo com a equação constitutiva reológica. O conjunto das equações da conservação compreende as equações da conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia térmica. Quando o problema é isotérmico, a equação da conservação de energia é redundante. Assim, o problema passa a ser definido pelas equações da conservação da massa e da quantidade de movimento que relaciona os campos da velocidade, pressão e tensões, e pela equação constitutiva que relaciona o campo de tensões com o campo cinemático das deformações, taxas de deformação e, quando aplicável, o tempo.

2.1. Equações de conservação

Assumindo que o escoamento é laminar e isotérmico, e que o fluido é incompressível, a equação da conservação da massa é simplificada e pode ser expressa, na sua forma vectorial, como:

$$(2.1) \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

onde \mathbf{u} é o vector velocidade (com componentes u , v e w segundo as direcções x , y e z , respectivamente).

Por sua vez, a equação da quantidade de movimento pode ser escrita, também na forma vectorial, como:

$$(2.2) \quad \rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} \equiv \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_{tot}$$

Nesta equação, o termo $D(\nu)/Dt = \partial(\nu)/\partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla(\nu)$ é a derivada material ou substancial da propriedade ν (que representa a variação no tempo dessa propriedade quando associada a um determinado elemento de fluido, em meio deformável), ρ a massa volúmica, t o tempo, p a pressão, \mathbf{g} a aceleração da gravidade (termo que pode ser desprezado ou incluído no termo da pressão), e $\boldsymbol{\tau}_{tot}$ o tensor das tensões extra. O tensor das tensões extra é uma grandeza tensorial que depende da posição e da orientação do plano sobre o qual as forças associadas estão a ser avaliadas. Pela conservação do movimento angular e

considerando um referencial cartesiano, o tensor das tensões é simétrico com matriz do tipo (Castro et al. (2001)):

$$(2.3) \quad \boldsymbol{\tau}_{tot} \equiv \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

Para “fechar” o sistema de equações de governo, é necessário determinar o tensor das tensões extra que é definido por uma ou mais equações constitutivas.

2.2. Equações constitutivas

A inexistência de um modelo constitutivo geral capaz de descrever o comportamento reológico de todos os fluidos, leva a que escolha da equação constitutiva, para definir $\boldsymbol{\tau}_{tot}$, dependa das características do fluido no problema que se pretende resolver. Considerando fluidos viscoelásticos, do tipo soluções poliméricas diluídas (como os fluidos considerados neste estudo), o comportamento do fluido é definido por duas partes distintas: um soluto polimérico diluído num solvente newtoniano. Assim, $\boldsymbol{\tau}_{tot}$, que define a relação entre as tensões e a deformação, é o resultado da soma de uma parte newtoniana ($\boldsymbol{\tau}_s$) e outra polimérica ($\boldsymbol{\tau}$), e é escrito da seguinte forma:

$$(2.4) \quad \boldsymbol{\tau}_{tot} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}$$

Esta equação descreve fluidos newtonianos para $\boldsymbol{\tau} = 0$, e soluções poliméricas com propriedades viscoelásticas para $\boldsymbol{\tau} \neq 0$. As soluções poliméricas são consideradas homogêneas, i.e., soluções cuja concentração de polímero é a mesma em qualquer ponto do escoamento.

A parte de solvente newtoniano segue a Lei de Newton da viscosidade:

$$(2.5) \quad \boldsymbol{\tau}_s = 2\eta_s \boldsymbol{D} \equiv \eta_s \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right)$$

onde η_s é a viscosidade do solvente que é considerada constante, \boldsymbol{D} o tensor velocidade de deformação dado por $\boldsymbol{D} = 1/2 \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right)$, e $(\nabla \mathbf{u})^T$ a transposta do gradiente de velocidade. A viscosidade do solvente (η_s) relaciona-se com viscosidade total (η_0) através da razão definida pelo parâmetro $\beta = \eta_s / \eta_0$. Por sua vez, η_0 escreve-se como a soma da viscosidade do solvente com a viscosidade polimérica da seguinte forma:

$$(2.6) \quad \eta_0 = \eta_s + \eta_p = \beta \eta_0 + (1 - \beta) \eta_0$$

Para descrever reologicamente a parte polimérica do tensor das tensões, τ , serão utilizados modelos tipo FENE (Bird et al. (1987b)). A equação constitutiva destes modelos descreve o comportamento reológico de soluções de baixa concentração polimérica, onde a interação polímero-polímero é menos frequente, e baseia-se na teoria cinética de moléculas com extensão elástica finita e não-linear. Aqui as moléculas de polímero, dispersas em solvente newtoniano, são representadas por conjuntos do tipo esfera-mola (não-linear), cujo modelo mais simples é constituído por duas esferas conectadas por uma mola, e é designado por modelo *dumbbell*, representado esquematicamente na Figura 2.1.

Os conjuntos esfera-mola dispersos em solvente newtoniano estão sujeitos a diferentes forças: as forças viscosas do solvente, que provocam distorção e movimentos lineares; e forças de atracção-repulsão entre esferas devidas à elasticidade da mola. A partir deste modelo simples podem-se obter vários modelos viscoelásticos dependendo da lei usada para descrever a mola. A forma mais simples deste modelo admite que as forças de atracção-repulsão entre as esferas são proporcionais ao estiramento da mola resultando no Modelo Hookeano (Bird et al. (1987b)).

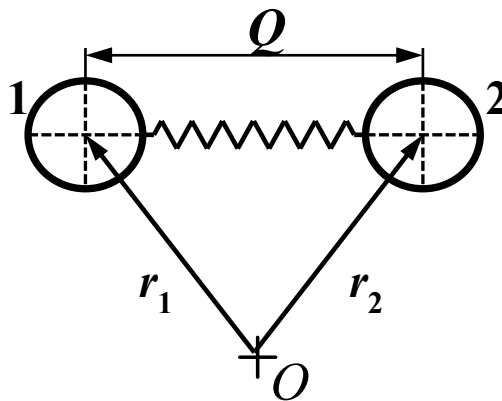


Figura 2.1- Modelo conjunto esfera-mola ou modelo *dumbbell*.

2.2.1. Modelo Hookeano

O Modelo Hookeano, que resulta da teoria cinética para uma solução diluída de polímeros lineares flexíveis, faz aparecer uma constante de proporcionalidade que existe entre as forças elásticas (ou de atracção-repulsão entre as esferas) e o estiramento da mola, definida como:

$$(2.7) \quad \mathbf{F}^{(e)} = H\mathbf{Q}$$

onde $\mathbf{F}^{(e)}$ denomina-se força de conexão. Pela Figura 2.1, $\mathbf{Q} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ é o vector de ligação entres as esferas 1 e 2, e H é a constante da mola elástica.

O Modelo Hookeano expressa apenas a relação entre forças que actuam somente sobre um conjunto simples de esfera-mola. No entanto, para se chegar à equação do tensor das

tensões, é essencial estabelecer uma ponte entre os efeitos microscópicos (forças que actuam num único conjunto esfera-mola) e os efeitos macroscópicos (forças que actuam sobre e entre vários conjuntos esfera-mola). Assim, tendo como base a teoria cinética, torna-se necessário formular uma relação capaz de descrever a variação da distribuição dos conjuntos esfera-mola em função do tempo. Esta relação é dada pela equação de difusão da função de distribuição $\psi(\mathbf{Q}, t)$, apresentada em Bird et al. (1980) da seguinte forma:

$$(2.8) \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{Q}} \cdot \left((k \cdot \mathbf{Q}) \psi - \frac{2}{\zeta} \mathbf{F}^{(c)} \psi \right) + \frac{2k_B T}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \mathbf{Q}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{Q}} \psi$$

onde k é o traço de um tensor dependente do tempo que descreve a velocidade do solvente, k_B é a constante de Boltzman, T é a temperatura e $\zeta = 6\pi\eta_s a_r$ é o coeficiente de atrito (dado pela lei de Stokes) entre as esferas e o solvente, e a_r o raio da esfera. Nesta equação, o primeiro termo do lado direito é o resultado da força de arrasto hidrodinâmico provocado pelo movimento do conjunto esfera-mola no solvente, o segundo termo resulta da força da mola e o terceiro e último termo resulta da força browniana nas esferas.

Usando as expressões de Kramers (Kramers (1944) e Bird et al. (1987b)) e de Giesekus (Giesekus (1962) e Bird et al. (1987b)) a parte polimérica do tensor das tensões extra τ passa a ser escrita, respectivamente, como:

$$(2.9) \quad \tau = n \langle \mathbf{Q} \mathbf{F}^{(c)} \rangle - nk_B T \mathbf{I}$$

$$(2.10) \quad \tau = -\frac{n\zeta}{4} \langle \overset{\nabla}{\mathbf{Q} \mathbf{Q}} \rangle$$

onde o termo $n \langle \mathbf{Q} \mathbf{F}^{(c)} \rangle$ é a contribuição da tensão na conexão do conjunto esfera-mola, n é o número de moléculas poliméricas por unidade de volume (densidade de conjuntos esfera-mola na solução), e $\mathbf{F}^{(c)}$ é definido pela Eq(2.7). O parêntese $\langle \cdot \rangle = \int \cdot \psi(\mathbf{Q}) d\mathbf{Q}$ é o valor médio do conjunto das moléculas na unidade de volume, onde $\psi(\mathbf{Q})$ é a função de distribuição definida na Eq(2.8). Ainda na equação de Kramers (Eq(2.9)), o termo $-nk_B T \mathbf{I}$ tem origem no movimento browniano, onde \mathbf{I} é a matriz identidade. Já na equação de Giesekus (Eq(2.10)) o símbolo $\overset{\nabla}{(\cdot)}$ representa a derivada convectiva superior de Oldroyd (Oldroyd (1950)) escrita, para um tensor \mathbf{A} , da seguinte forma:

$$(2.11) \quad \overset{\nabla}{\mathbf{A}} = \frac{D\mathbf{A}}{Dt} - (\nabla \mathbf{u})^T \cdot \mathbf{A} - \mathbf{A} \cdot (\nabla \mathbf{u}) = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{A} - (\nabla \mathbf{u})^T \cdot \mathbf{A} - \mathbf{A} \cdot (\nabla \mathbf{u})$$

Substituindo, na equação de Kramers (Eq(2.9)), a força de conexão $\mathbf{F}^{(c)}$ do Modelo Hookeano (Eq(2.7)) a contribuição polimérica passa a ser definida por:

$$(2.12) \quad \boldsymbol{\tau} = nH \langle \mathbf{Q}\mathbf{Q} \rangle - nk_B T \mathbf{I}$$

Aplicando à Eq(2.12): **1)** a regra da derivada convectiva superior (Eq(2.11)); **2)** a expressão de $\langle \mathbf{Q}\mathbf{Q} \rangle$ que resulta da equação de Giesekus (Eq(2.10)); **3)** a derivada convectiva superior da matriz identidade (considerando que é dada por $\overset{\nabla}{\mathbf{I}} = -\nabla \mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})^T = -2\mathbf{D}$); **4)** o coeficiente de viscosidade do polímero e o tempo de relaxação do fluido definidos, respectivamente, como $\eta_p = nk_B T \lambda$ e $\lambda = \zeta / 4H$, surge a equação diferencial do tensor das tensões poliméricas:

$$(2.13) \quad \boldsymbol{\tau} + \lambda \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} = 2\eta_p \mathbf{D}$$

A nova equação reológica para o tensor das tensões poliméricas Eq(2.13), em conjunto com a Eq(2.5) para a tensão devida ao solvente, é idêntica macroscopicamente à equação constitutiva do modelo Oldroyd-B (Oldroyd (1950, 1955)). Enquanto a primeira foi obtida através do modelo Hookeano segundo a teoria molecular, a segunda teve base na mecânica dos meios contínuos. No entanto, este modelo reológico apresenta dois inconvenientes: para além do facto de a viscosidade de corte ser constante, as moléculas podem apresentar extensibilidade infinita para taxas elongacionais elevadas mas finitas. Estas características afastam o modelo da realidade, em que um elemento de fluido tem por natureza extensibilidade finita e a sua viscosidade de corte não é normalmente constante (a não ser que as moléculas constituintes sejam simples, de forma que o comportamento seja newtoniano). Assim, a relação linear hookeana da força da mola pode ser utilizada apenas em problemas de pequenas deformações, para os quais apresenta soluções realistas.

2.2.2. Modelos não-Hookeanos

Em reologia, os problemas de escoamentos sujeitos a grandes deformações têm grande significado, e o modelo Hookeano deixa de ter aplicabilidade. Numa tentativa de ultrapassar/corrigir as limitações deste modelo, a mola hookeana de extensibilidade infinita pode ser substituída por uma mola de extensibilidade finita e não-linear, cuja rigidez aumenta com a elasticidade, limitando a extensibilidade da cadeia molecular polimérica a um valor máximo finito. Esta alteração no modelo Hookeano dá origem aos modelos não-Hookeanos de elasticidade não-linear de extensibilidade finita, também designados por modelos FENE (*Finitely Extensible Nonlinear Elastic*) (Bird et al. (1987b)).

2.2.2.1. Modelos FENE

Os modelos reológicos não-lineares com extensibilidade elástica finita, FENE, já foram utilizados no cálculo numérico de escoamentos viscoelásticos (por exemplo, Purnode & Legat (1996), Remmelgas & Leal (2000), Oliveira (2003), Rocha (2010), Matos (2010) e Malheiro et al. (2013)), na medida em que reproduzem com grande aproximação a reologia de soluções poliméricas diluídas.

Na década de 70, Warner introduziu a não-linearidade no Modelo Hookeano original recorrendo a uma mola com extensibilidade elástica finita com características não-lineares de forma a obter um comportamento macroscópico reofluidificante (*shear-thinning*), em que a viscosidade da solução polimérica depende da taxa de deformação (Warner (1972)). Assim a força de conexão da mola passa a ser definida por (Warner (1972)):

$$(2.14) \quad \mathbf{F}^{(e)} = \frac{H\mathbf{Q}}{1 - \frac{(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{Q})}{Q_0^2}} \quad \text{com} \quad (Q \leq Q_0)$$

onde, e tal como na Eq(2.7) e segundo a Figura 2.1, \mathbf{Q} é o vector da conexão que liga as duas esferas e H é a constante elástica da mola. Na Eq(2.14), $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{Q} = Q^2$ e Q_0 é o comprimento máximo de estiramento da mola ($Q_0^2 = \langle \mathbf{Q} \mathbf{Q} \rangle_{\max}$). Neste modelo a força da mola admite um comportamento linear para pequenos estiramentos, aproximando-se do Modelo Hookeano, mas a mola torna-se mais rígida à medida que é alongada para um máximo elongacional de valor Q_0 . Assim, os efeitos elongacionais são determinados pelo parâmetro adimensional b dado por $b = HQ_0^2/kT$. Desta forma, a equação que define o tensor das tensões poliméricas é reescrita como:

$$(2.15) \quad \boldsymbol{\tau} = nH \left\langle \frac{\mathbf{Q} \mathbf{Q}}{1 - (Q/Q_0)^2} \right\rangle - nkT \mathbf{I} = n \langle \mathbf{Q} \mathbf{F}^{(e)} \rangle - nk_B T \mathbf{I}$$

O modelo FENE, tal qual definido na Eq(2.15), é utilizado no cálculo microscópico de escoamentos viscoelásticos. No entanto, para a simulação macroscópica do escoamento é necessária uma simplificação da equação constitutiva no termo que representa a média (termo da Eq(2.15) dentro de $\langle \cdot \rangle$). É a simplificação e aproximação deste termo que resulta nas diferentes versões macroscópicas do modelo FENE. As propostas simplificadas do modelo original FENE mais relevantes são as sugeridas por Peterlin (1966), e por Chilcott & Rallison (1988), resultando, respectivamente, nos modelos FENE-P e FENE-CR.

2.2.2.2. Modelo FENE-P

No modelo FENE, a função de distribuição do conjunto esfera-mola é altamente localizada, o que significa que as forças brownianas difusivas são fracas comparativamente às outras

forças que actuam no conjunto (Tanner (1992)). Por isso, é possível chegar a uma equação constitutiva aproximada. A simplificação sugerida por Peterlin (1966) reside na transformação da média da razão da Eq (2.15) em razão das médias dos factores, como se segue (Bird et al. (1987b)):

$$(2.16) \quad \boldsymbol{\tau} = nH \frac{\langle \boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q} \rangle}{1 - \langle Q^2/Q_0^2 \rangle} - (1 - eb)nkT\boldsymbol{I}$$

onde $e = 2/(b^2 + 2b)$ é o termo de contribuição isotrópica extra, que serve para melhorar a simplificação (Bird et al. (1987b)). A força de conexão da mola passa a ser dada por (Bird et al. (1987b)):

$$(2.17) \quad \boldsymbol{F}^{(e)} = \frac{H\boldsymbol{Q}}{1 - \langle Q^2/Q_0^2 \rangle}$$

A equação constitutiva aproximada é obtida eliminando todas as quantidades que surgem dentro do operador da média ($\langle \cdot \rangle$) nas Eq(2.10) e Eq(2.16). Considerando a simplificação

$\frac{1}{1 - \langle Q^2/Q_0^2 \rangle} = f \Leftrightarrow \left\langle \frac{Q^2}{Q_0^2} \right\rangle = 1 - \frac{1}{f}$, aplica-se à Eq(2.16) o operador traço e resolve-se a equação em função de $\langle Q^2/Q_0^2 \rangle$:

$$(2.18) \quad tr\boldsymbol{\tau} = nHQ_0^2 \frac{\langle Q^2/Q_0^2 \rangle}{1 - \langle Q^2/Q_0^2 \rangle} - 3(1 - eb)nkT$$

onde $tr(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}) = Q^2$ e $tr\boldsymbol{I} = 3$. A função f é a função de extensibilidade e passa a ser escrita como:

$$(2.19) \quad f = 1 + \frac{3}{b} \left[(1 - eb) + \frac{tr\boldsymbol{\tau}}{3nkT} \right]$$

Reescrevendo a Eq(2.18), a expressão simplificada de Kramers para o modelo FENE-P fica:

$$(2.20) \quad \boldsymbol{\tau} = nHZ \langle \boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q} \rangle - (1 - eb)nkT\boldsymbol{I}$$

Para se obter a equação constitutiva final, aplica-se a regra da derivada superior ao termo $(\boldsymbol{\tau}/M)$ e usa-se a expressão de Giesekus (Eq(2.10)) para eliminar o termo $\langle \overset{\nabla}{\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}} \rangle$ na Eq(2.20). A equação constitutiva é então escrita como (Bird et al. (1987b)):

$$(2.21) \quad f\boldsymbol{\tau} + \lambda \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} - \lambda \left[\boldsymbol{\tau} + (1 - eb)nkTI \right] \frac{D \ln f}{Dt} = 2(1 - eb)nkT\lambda \mathbf{D}$$

Nesta equação, a função de extensibilidade f , dada pela Eq(2.19), quando apresentada em função da variável dependente $tr(\boldsymbol{\tau})$ toma a seguinte forma:

$$(2.22) \quad f = f(tr\boldsymbol{\tau}) = \frac{L^2 + (\lambda/a\eta_p)tr\boldsymbol{\tau}}{L^2 - 3}$$

onde $a = L^2 / (L^3 - 3)$.

A forma compactada da equação constitutiva do modelo FENE-P é escrita como:

$$(2.23) \quad \boldsymbol{\tau} + \left(\frac{\lambda \boldsymbol{\tau}}{f} \right) \overset{\nabla}{=} = 2 \frac{a\eta_p}{f} \mathbf{D} - \frac{D}{Dt} \left(\frac{a\eta_p}{f} \right) \mathbf{I}$$

O parâmetro extensibilidade L^2 , na Eq(2.22), é proporcional ao quadrado da razão entre o comprimento das moléculas do polímero quando estão completamente estendidas (Q_0) e o seu comprimento em estado de equilíbrio (Q_{eq}), $L^2 = 3Q_0^2/Q_{eq}^2$, onde $Q_{eq}^2 = 3kT/aH$, (Oliveira (2002)). Quando a extensibilidade é elevada ($L^2 \rightarrow \infty$), a função extensibilidade $f \rightarrow 1$, e a equação constitutiva Eq(2.23) reduz-se ao modelo Oldroyd-B (Eq(2.13)). Quando não existe viscosidade de solvente, a equação do modelo Oldroyd-B, por sua vez, reduz-se ao caso particular do modelo UCM.

Assim, o modelo FENE-P descreve fluidos viscoelásticos com fluidificação da viscosidade de corte e da primeira diferença de tensões normais ($N_1 = \tau_{xx} - \tau_{yy}$), e apresenta viscosidade elongacional finita para qualquer valor da taxa de deformação. Por outras palavras, quando a taxa de deformação de corte é baixa ($\lambda\dot{\gamma}$), isto é, não é suficiente para vencer as forças intermoleculares, a viscosidade de corte é elevada. Mas quando $\lambda\dot{\gamma}$ é suficientemente elevada para vencer as forças intermoleculares, as moléculas de polímero tendem a orientar-se segundo a direcção do escoamento, e a viscosidade de corte diminui, reflectindo as propriedades fluidificantes do modelo.

De uma maneira geral, o modelo FENE-P é uma boa aproximação da teoria cinética do modelo FENE para simulação macroscópica de escoamento viscoelásticos estacionário. Em escoamentos dependentes do tempo, a simplificação do termo da média, pode levar a diferenças significativas no comportamento reológico. A comparação entre estes modelos foi levada a cabo por Herrchen & Öttinger (1997).

2.2.2.3. Modelo FENE-CR

A formulação do modelo FENE-CR, proposta por Chilcott & Rallison (1988), tem origem no modelo constitutivo FENE-P. O modelo usa, por isso, a aproximação de Peterlin (1966), mas elimina a dependência da viscosidade de corte com a deformação, de forma a descrever o comportamento reológico de fluidos do tipo Boger (James (2009)). Assim, o modelo FENE-CR apresenta efeitos de elasticidade e de reofluidificação nas tensões normais, mas, ao contrário do modelo FENE-P (que possui comportamento reofluidificante na viscosidade de corte), apresenta viscosidade de corte ($\eta(\dot{\gamma})$) constante, independente da deformação. No entanto, para escoamentos estacionários elongacionais, os modelos FENE-P e FENE-CR apresentam comportamentos semelhantes (Herrchen & Ottinger (1997)).

Assim, partindo da Eq(2.16), Chilcott & Rallison (1988) consideraram $e=0$, resultando na seguinte equação:

$$(2.24) \quad \boldsymbol{\tau} = nH \frac{\langle \boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q} \rangle}{1 - \langle Q^2/Q_0^2 \rangle} - nkT\boldsymbol{I}$$

Considerando a expressão de Giesekus Eq(2.10), a equação constitutiva final do modelo FENE-CR é então obtida:

$$(2.25) \quad \boldsymbol{\tau} + \lambda \left(\frac{\nabla \boldsymbol{\tau}}{f} \right) = 2\eta_p \boldsymbol{D}$$

onde a viscosidade polimérica (η_p) é dada por:

$$(2.26) \quad \eta_p = nkT\lambda$$

e a função extensibilidade (f) é reformulada, e passa a ser escrita como:

$$(2.27) \quad f = f(\text{tr}\boldsymbol{\tau}) = \frac{L^2 + (\lambda/\eta_p)\text{tr}\boldsymbol{\tau}}{L^2 - 3}$$

De forma a conseguir descrever o comportamento do fluido num escoamento, é necessário resolver o conjunto das equações constituído pelas equações da conservação da massa Eq(2.1) e da quantidade de movimento Eq(2.2) para além da equação constitutiva Eq(2.23) para o caso do modelo FENE-P, ou a equação constitutiva Eq(2.25) para o caso do modelo FENE-CR.

2.3. Equações de governo adimensionalizadas

A adimensionalização das equações faz aparecer os grupos adimensionais que controlam o escoamento, facilita a análise e comparação de resultados, e baseia-se nas escalas

características de comprimento, velocidade e tempo do problema em questão. Para os cálculos realizados neste trabalho, a adimensionalização das variáveis que constam nas equações de governo têm como base uma escala de comprimento igual à altura do canal d , e uma escala de velocidade igual à velocidade média U na secção do canal (calculada como o caudal volumétrico a dividir pela área da secção). Nos escoamentos aqui considerados não há uma escala de tempo independente. Assim, as variáveis dimensionais das equações apresentadas anteriormente (agora representadas com um asterisco), são transformadas em variáveis adimensionais através das expressões seguintes:

$$(2.28) \quad u_i = \frac{u_i^*}{U}, \quad x_i = \frac{x_i^*}{d}, \quad t = \frac{t^*}{d/U}, \quad p = \frac{p^*}{\rho U^2} \quad \text{e} \quad \tau_{ij} = \frac{\tau_{ij}^*}{\eta_p U / d}$$

Substituindo as variáveis adimensionais da Eq.(2.28) nas equações de governo apresentadas anteriormente temos que a equação da conservação da massa passa a ser escrita como:

$$(2.29) \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

enquanto a forma adimensional da equação da quantidade de movimento passa a ser escrita como:

$$(2.30) \quad \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \frac{\beta}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1-\beta}{\text{Re}} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$$

Por sua vez, aplicando as variáveis adimensionais também às equações constitutivas, os modelos tipo FENE podem ser reescritos para obter equações adimensionais. Assim, o modelo FENE-P é reescrito como:

$$(2.31) \quad \frac{Wi}{f} \frac{D\boldsymbol{\tau}}{Dt} + \boldsymbol{\tau} \left(1 + Wi \frac{D(1/f)}{Dt} \right) = d \left(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T \right) + \frac{Wi}{f} \left(\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T \cdot \boldsymbol{\tau} \right) - \frac{D(d/f)}{Dt} \mathbf{I}$$

cujas função de extensibilidade passa a ser expressa por:

$$(2.32) \quad f = \frac{L^2 + (Wi/a) \text{tr} \boldsymbol{\tau}}{L^2 - 3}$$

Já o modelo FENE-CR toma a seguinte forma:

$$(2.33) \quad \frac{Wi}{f} \frac{D\boldsymbol{\tau}}{Dt} + \boldsymbol{\tau} \left(1 + Wi \frac{D(1/f)}{Dt} \right) = \left(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T \right) + \frac{Wi}{f} \left(\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T \cdot \boldsymbol{\tau} \right)$$

Para este modelo, a função extensibilidade na forma adimensional é escrita como:

$$(2.34) \quad f = \frac{L^2 + Wi \, tr \tau}{L^2 - 3}$$

Com a adimensionalização das equações de governo, surgem parâmetros independentes adimensionais importantes no estudo de escoamentos viscoelásticos, nomeadamente: a extensibilidade (L^2), o número de Reynolds (Re), o número de Weissenberg (Wi) e o parâmetro de retardamento ou razão de viscosidade de solvente (β), respectivamente:

$$(2.35) \quad Re = \rho \frac{Ud}{\eta_0}, \quad Wi = \frac{\lambda U}{d} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{\eta_s}{\eta_0}$$

O parâmetro de extensibilidade (L^2) caracteriza a extensibilidade adimensional máxima das moléculas de polímero, representadas pelo conjunto esfera-mola (Chilcott & Rallison (1988) e Byars et al. (1994)). Como, nos modelos FENE, a extensibilidade máxima das moléculas de polímero tem valor finito, à medida que as moléculas são deformadas, a taxa de aumento das tensões normais associadas aumenta. Este parâmetro, definido anteriormente ($L^2 = 3Q_0^2/Q_{eq}^2$), reflecte a relação entre o comprimento das moléculas de polímero quando estão completamente estendidas e o seu comprimento em estado de equilíbrio.

O parâmetro adimensional de retardamento (β) é definido como a relação de dois tempos diferentes: o tempo de relaxação (que é o tempo necessário para as cadeias de polímero relaxarem até ao seu estado de equilíbrio, depois que cessa a aplicação da deformação); e o tempo de retardamento (que é a fracção do tempo de relaxação dependente da razão da viscosidade de solvente) (James (2009)). Em alternativa, o parâmetro de retardamento pode ser também definido como a relação entre viscosidades, ou seja, a razão entre a viscosidade de solvente e a viscosidade total (que por sua vez é definida pela soma das viscosidades de solvente e de polímero, expresso anteriormente pela Eq(2.6)). Isto é, β pode ser expresso como: $\beta = \eta_s/\eta_0 = \lambda_r/\lambda$. Quando β é igual a 1 temos o caso newtoniano, mas para $\beta < 1$ os efeitos de elasticidade tornam-se maiores. A concentração polimérica (c) é definida como a razão entre a viscosidade de polímero e a viscosidade de solvente ($c = \eta_p/\eta_s$) e relaciona-se com o parâmetro de retardamento como $\beta = 1/(1+c)$.

O número de Reynolds (Re) define-se como a razão entre as forças de inércia e as forças viscosas que actuam no escoamento, e, de uma forma geral, controla a inércia do escoamento. Na expressão dada pela Eq(2.35), a viscosidade é calculada para taxa de deformação nula no caso de modelos reofluidificantes.

O número de Weissenberg (Wi) é definido como o produto entre o tempo de relaxação do fluido (λ) e a razão de deformação característica ($\dot{\gamma}$), $Wi = \lambda \dot{\gamma}$, e descreve o grau de não-linearidade do comportamento viscoelástico do fluido. Na definição anterior (Eq(2.35))

considera-se $\dot{\gamma} = U/d$. O número de Weissenberg e o número de Deborah (De) são muitas vezes confundidos embora tenham interpretações físicas diferentes. Enquanto Wi reflecte uma razão de tensões, De reflecte uma razão de tempos (Dealy (2010)). O Wi indica o grau de anisotropia ou de orientação gerado pela deformação, e é indicado para descrever escoamentos com uma história de estiramento constante, com uma tensão de corte simples. Por outro lado, o De define o grau a que a elasticidade se manifesta como resposta a uma deformação variável no tempo (grau em que a resposta, de um material a uma deformação, é viscoelástica em vez de meramente viscosa). Isto é, é a razão entre o tempo (de relaxação) característico de um fluido (λ) e o intervalo de tempo no qual a deformação é aplicada. Quando este é definido como U/d , o número de Deborah é dado por $De = \lambda U/d$, tornando-se igual ao Wi , ambos descrevem a relação entre as forças elásticas e as forças viscosas que actuam no escoamento.

Capítulo 3.

Método Numérico

Os métodos numéricos são técnicas algébricas utilizadas para obter soluções aproximadas na resolução de problemas de escoamentos. A solução numérica das equações de governo (apresentadas no Capítulo 2) pode ser obtida usando diferentes métodos, como é exemplo o método dos volumes finitos, que será usado neste trabalho.

O método dos volumes finitos está bem descrito em livros da especialidade (Patankar (1980) e Ferziger & Peric (1996)) e resume-se aos seguintes passos. Perante um determinado problema de fluidos, é necessário, primeiramente, estabelecer as equações diferenciais de governo (tratadas no Capítulo 2) num sistema de coordenadas que melhor se adapta à geometria do espaço (designada por domínio computacional ou de cálculo) onde se pretende obter a solução. O domínio computacional é definido pela geometria e por condições de fronteira, onde o valor das variáveis dependentes é estabelecido, e é dividido em um número finito de volumes ou células de controlo (VC) tridimensionais, com volume V_p . Cada volume de controlo está rodeado de volumes de controlo vizinhos dispostos num espaço discreto dando forma à malha computacional. O volume de controlo genérico está representado na Figura 3.2 na sua forma bidimensional para coordenadas generalizadas. A notação indicada na Figura 3.2 tem como base o trabalho de Oliveira et al. (1998) e que será usada neste trabalho. As equações diferenciais de governo são depois discretizadas por integração no espaço e no tempo para cada um desses volumes de controlo, de forma a garantir que as quantidades físicas sejam conservadas. Aqui, o termo do gradiente de pressão na equação da quantidade de movimento não é tratado de forma conservativa, tal como descrito em Oliveira (1992). Após a integração das equações de governo sobre os volumes finitos, as equações diferenciais são transformadas num sistema de equações algébricas linearizado com a forma $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$. A matriz \mathbf{A} é a matriz dos coeficientes cuja estrutura pode variar dependendo da dimensão do problema, da forma de discretização e da ordenação dos volumes de controlo na malha computacional. Ainda na equação, \mathbf{x} representa o vector das variáveis e \mathbf{b} representa o vector dos termos fonte e das condições fronteira impostas. A solução do sistema de equações algébricas pode, por sua vez, ser obtida através de métodos iterativos, directos ou mistos.

Neste trabalho, os cálculos numéricos foram realizados utilizando um código computacional já existente originalmente desenvolvido por Oliveira & Miranda (1996), programado em linguagem FORTRAN®.

3.1. Transformação de coordenadas

A utilização de coordenadas não-ortogonais generalizadas possibilita que a malha computacional se adapte com facilidade a uma geometria complexa, permitindo que um domínio físico complexo se transforme num domínio computacional simples e regular para o método numérico. Embora esta transformação viabilize a utilização das componentes cartesianas das variáveis dependentes vectoriais e tensoriais (vector velocidade, tensor das tensões, etc.), resulta, no entanto, num aumento da complexidade das equações de governo. Assim, as equações diferenciais são primeiramente escritas para um sistema de coordenadas cartesianas (onde x_i , $i=1, 2$ e 3 , para x, y e z , respectivamente) e depois transformadas para um sistema de coordenadas não-ortogonais (onde ξ_l , $l=1, 2$ e 3 , para ξ, η e ζ respectivamente), tal como representado na Figura 3.1.

As equações de governo apresentadas no Capítulo 2 na forma vectorial, quando escritas em termos de derivadas parciais para coordenadas cartesianas espaciais x_i têm a seguinte forma:

$$(3.1) \quad \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0$$

$$(3.2) \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij,tot}}{\partial x_j}$$

para a equação da conservação de massa (Eq(3.1)) e para a equação da conservação da quantidade de movimento (Eq(3.2)) respectivamente.

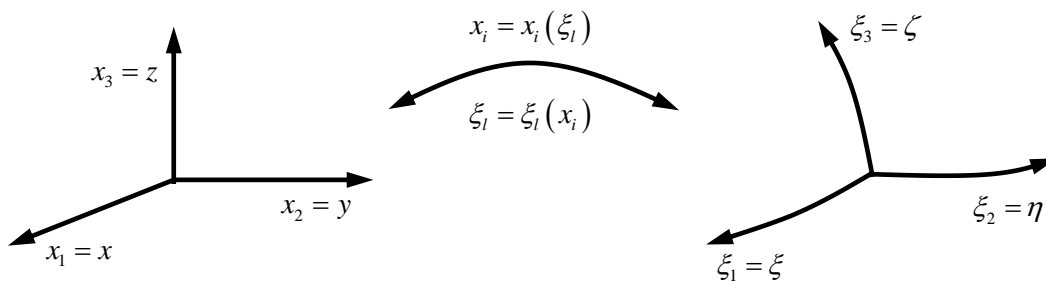


Figura 3.1- Representação esquemática da transformação do sistema de coordenadas cartesianas rectangulares para um sistema de coordenadas não-ortogonais.

Em termos de simplificação da escrita das equações, será utilizada a convenção de Einstein: $\sum_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$.

No método dos volumes finitos, a presença de termos difusivos nas equações de transporte é importante em termos de estabilidade do método (Patankar & Spalding (1972), Ferziger &

Peric (1996) e Oliverira et al. (1998)). Como a Eq(3.2) não apresenta nenhum termo difusivo, é adicionado um termo difusivo artificial seguindo a técnica utilizada por Oliveira et al. (1998). O termo difusivo artificial tem a forma $\partial/\partial x_j (\Gamma \partial u_i / \partial x_j)$ na variável dependente u_i , onde o coeficiente de difusão (Γ) é igual ao coeficiente de viscosidade total do fluido (η_0), $\Gamma \equiv \eta_0$. A adição dos termos difusivos artificiais na equação da quantidade de movimento faz-se nos dois lados da equação, mantendo a equação matematicamente inalterada. Assim, a Eq(3.2) é reescrita da seguinte forma:

$$(3.3) \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\eta_0 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)}_{\text{termo difusivo artificial}} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij,tot}}{\partial x_j} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\eta_0 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)}_{\text{termo difusivo artificial}}$$

Na nova equação da quantidade de movimento Eq(3.3), o ganho de estabilidade reside no facto de os termos do lado esquerdo da equação passarem a ser discretizados de forma implícita (com incorporação nos coeficientes das equação algébricas), e os termos do lado direito da equação discretizados de forma explícita (com incorporação nos termos fonte). No caso de regime permanente, estes dois termos alteram-se ligeiramente, mas anulam-se quando se atinge convergência iterativa. No caso de regime variável, a alteração dos termos dá origem a um erro proporcional ao valor do passo no tempo (Δt) considerado, no entanto, esse erro anula-se quando se verifica convergência iterativa dentro de cada Δt (Alves (2004)).

Na Eq(3.3) o tensor das tensões extra, agora representado por $\tau_{ij,tot}$, é definido pela soma de uma componente de solvente newtoniana ($\tau_{ij,s}$), com uma componente polimérica viscoelástica (τ_{ij}) da seguinte forma:

$$(3.4) \quad \tau_{ij,tot} = \tau_{ij,s} + \tau_{ij}$$

Para um sistema de eixos cartesiano, a componente newtoniana ($\tau_{ij,s}$), expressa na forma vectorial pela Eq(2.5), é escrita na sua forma diferencial como:

$$(3.5) \quad \tau_{ij,s} = \eta_s \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

onde η_s é a viscosidade do solvente newtoniano.

A componente polimérica (τ_{ij}) é apresentada na forma diferencial em coordenadas ortogonais cartesianas, segundo as direcções i e j , para o modelo FENE-P a partir da equação vectorial Eq(2.23), reescrita aqui na forma conservativa:

$$(3.6) \quad \tau_{ij} + \left[\frac{\partial}{\partial t} (\lambda_{ef} \tau_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\lambda_{ef} u_k \tau_{ij}) \right] = \eta_{p,ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda_{ef} \left(\tau_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \tau_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) - \left[\frac{\partial}{\partial t} (\eta_{p,ef}) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\eta_{p,ef} u_k) \right] \delta_{ij}$$

onde $\lambda_{ef} = \lambda / (f(\tau_{kk}))$ é o tempo de relaxação efectivo, e $\eta_{p,ef} = a\eta_p / (f(\tau_{kk}))$ a viscosidade polimérica efectiva. Na função extensibilidade $f(\tau_{kk})$ o traço do tensor é dado por $\tau_{kk} \equiv \tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}$, resultando em:

$$(3.7) \quad f(\tau_{kk}) = \frac{L^2 + (\lambda/a\eta_p)\tau_{kk}}{L^2 - 3}$$

A equação na forma vectorial do modelo FENE-CR dada pela Eq(2.25), é reescrita na forma diferencial conservativa da seguinte forma:

$$(3.8) \quad \tau_{ij} + \left[\frac{\partial}{\partial t} (\lambda_{ef} \tau_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\lambda_{ef} u_k \tau_{ij}) \right] = \eta_p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda_{ef} \left(\tau_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \tau_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right)$$

Para o modelo FENE-CR, a função extensibilidade obtém-se da Eq(3.7) para $a=1$.

Tal como referido anteriormente, para aplicar o método dos volumes finitos, em domínios complexos (por exemplo, paredes curvas, como nos casos aqui estudados) as equações de transporte devem ser transformadas do sistema de coordenadas cartesianas ortogonais x_i para um sistema de coordenadas generalizadas não-ortogonais ξ_i (Figura 3.1). Em seguida, mostra-se como se faz a transformação das equações de governo para a sua forma generalizada correspondente, tal como estão implementadas no programa de cálculo.

O sistema de coordenadas generalizadas não-ortogonais é função bi-unívoca das coordenadas cartesianas ($\xi_i = \xi_i(x_i)$), e a transformação deve seguir as regras seguintes (Vinokur (1989) e Oliveira (1992)):

$$(3.9) \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} J \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial \xi_l} \frac{\partial \xi_l}{\partial x_i} = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_l} \beta_{li}$$

onde t é o tempo no referencial de coordenadas cartesianas e generalizadas, uma vez que apenas serão consideradas malhas fixas, e J é o determinante da matriz jacobiana J , $J = \det(\partial x_i / \partial \xi_l) = \det(J)$. A matriz jacobiana J é definida como:

$$(3.10) \quad \mathbf{J} = J_{il} = \frac{\partial x_i}{\partial \xi_l} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \end{bmatrix}$$

Na transformação de coordenadas, as direcções segundo os eixos cartesianos (x, y e z) passam a ser designadas por i, j e k e as direcções segundo os eixos generalizados (ξ, η e ζ) passam a ser designadas por l, m e n . Depois da integração das equações, J passa a representar o volume da célula ou do volume de controlo, e os elementos β_{li} da matriz inversa de J (definida como $J_{il}^{-1} \equiv \frac{1}{J} \beta_{li}$, onde β_{li} é igual ao co-factor de $\partial x_i / \partial \xi_l$ na matriz jacobiana), passam a representar a componente i da área da superfície do volume de controlo alinhada com a direcção l , designados por B_{li} (Vinokur (1989), Oliveira (1992) e Miranda (2007)).

Assim, e seguindo as regras de transformação (Eq(3.9)), as equações de transporte escritas em coordenadas cartesianas passam a ser definidas segundo as coordenadas generalizadas da seguinte forma, para as equações de conservação de massa (Eq(3.1)) e de quantidade de movimento (Eq(3.2)), respectivamente:

$$(3.11) \quad \frac{\partial}{\partial \xi_l} (\rho \beta_{lj} u_j) = 0$$

$$(3.12) \quad \begin{array}{c} \text{termo de inércia} \\ \frac{\partial}{\partial t} (J \rho u_i) \end{array} + \begin{array}{c} \text{termo convectivo} \\ \frac{\partial}{\partial \xi_l} (\rho \beta_{lj} u_j u_i) \end{array} - \begin{array}{c} \text{termo difusivo artificial implícito} \\ \frac{\partial}{\partial \xi_l} \left(\frac{\eta_0}{J} \beta_{lj} \beta_{lj} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_l} \right) \end{array} = \\ \begin{array}{c} \text{termo do gradiente pressão} \\ -\beta_{li} \frac{\partial p}{\partial \xi_l} \end{array} + \begin{array}{c} \text{termo do divergente tensão} \\ \frac{\partial}{\partial \xi_l} (\beta_{lj} \tau_{ij,tot}) \end{array} - \begin{array}{c} \text{termo difusivo artificial explícito} \\ \frac{\partial}{\partial \xi_l} \left(\frac{\eta_0}{J} \beta_{lj} \beta_{lj} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_l} \right) \end{array}$$

onde o índice inferior \underline{l} dos termos difusivos artificiais indica que a convenção de Einstein não é aplicável.

As equações constitutivas ganham também nova forma. A equação para o modelo Newtoniano (Eq(3.5)) e a equação geral para os modelos FENE (para o modelo FENE-P a Eq(3.6) ou FENE-CR a Eq(3.8)) passam a ser escritas da seguinte forma, respectivamente:

$$(3.13) \quad \tau_{ij,s} = \frac{\eta_s}{J} \left(\beta_{lj} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (u_i) + \beta_{li} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (u_j) \right)$$

$$\begin{aligned}
(3.14) \quad & \overbrace{J\tau_{ij}}^{\text{termo E1}} + \overbrace{\left(\frac{\partial}{\partial t}(\lambda_{ef} J\tau_{ij})\right)}^{\text{termo de inércia}} + \overbrace{\left(\frac{\partial}{\partial \xi_l}(\lambda_{ef} \beta_{lk} u_k \tau_{ij})\right)}^{\text{termo convectivo}} = \overbrace{\eta_{p,ef} \left(\frac{\partial}{\partial \xi_l}(\beta_{lj} u_i) + \frac{\partial}{\partial \xi_l}(\beta_{li} u_j)\right)}^{\text{termo D1}} + \\
& \overbrace{\lambda_{ef} \left(\beta_{lk} \tau_{jk} \frac{\partial}{\partial \xi_l}(u_i) + \beta_{lk} \tau_{ik} \frac{\partial}{\partial \xi_l}(u_j)\right)}^{\text{termo D2}} - \overbrace{b \left[\frac{\partial}{\partial t}(J\eta_{p,ef}) + \frac{\partial}{\partial \xi_l}(\beta_{lk} u_k \eta_{p,ef})\right]}^{\text{termo D3}} \delta_{ij}
\end{aligned}$$

com função extensibilidade geral dada pela Eq(3.7). As equações gerais Eq(3.14) e Eq(3.7) são reduzidas ao modelo FENE-P para: $\eta_{p,ef} = a\eta_p/f$, $\lambda_{ef} = \lambda/f$ e $b=1$; enquanto para o modelo FENE-CR: $\eta_{p,ef} = \eta_p$, $\lambda_{ef} = \lambda/f$ e $b=0$.

3.2. Discretização das equações

O método dos volumes finitos (FVM, *Finite Volume Method*), aqui utilizado para a discretização espacial das equações de governo, desenvolve-se a partir do método das diferenças finitas (FDM, *Finite Difference Method*). No método dos volumes finitos a integração das equações diferenciais às derivadas parciais, transformadas em coordenadas generalizadas sobre os volumes de controlo que compõem o domínio de cálculo, é feita primeiro e só depois é que se aproximam os termos que resultam da integração, garantindo a conservação das quantidades físicas. No método das diferenças finitas, a discretização é feita através de uma série de Taylor ou por aproximação polinomial, directamente sobre os termos da equação de conservação na forma diferencial, e não garante a conservação das quantidades físicas.

Da discretização das equações diferenciais, segundo o método dos volumes finitos, obtém-se um sistema de equações algébricas. As equações algébricas relacionam o valor de uma variável genérica ϕ (onde $\phi = p$, u_i ou τ_{ij}) com o valor da mesma variável nos pontos vizinhos, que serão conhecidos num número discreto de pontos. No caso de escoamento estacionário é necessário apenas discretizar no espaço. Já nos escoamentos não-estacionários, para além da discretização no espaço, é também necessário discretizar as equações no tempo, onde as variações no tempo são subdivididas em passos no tempo (Δt).

Tal como descrito nos trabalhos de Oliveira (1992) e Oliveira et al.(1998), as equações diferenciais em coordenadas generalizadas (descritas na secção 3.1) são integradas sobre um volume de controlo. O volume de controlo genérico bidimensional de centro P, onde se pretende obter a solução, está representado esquematicamente na Figura 3.2, com a nomenclatura baseada na terminologia adoptada por Oliveira et al. (1998). Na Figura 3.2, o volume de controlo genérico P está rodeado por células vizinhas com centro F, onde $F=1, 2, 3$ e 4 para W, E, S e N que identifica as posições Oeste, Este, Sul e Norte respectivamente, segundo a direcção da face f. As faces do volume de controlo f, onde $f=1, 2, 3$ e 4 para w, e, s e n que designam as faces nas mesmas posições. No caso

tridimensional o volume de controlo genérico de centro P , está rodeado por 6 células vizinhas às quais se acrescentam as direcções $F=5$ e 6 para T e B , e faces $f=5$ e 6 para t e b que designam as direcções Topo e Base, respectivamente, segundo a coordenada generalizada ξ_3 . Para designar células vizinhas mais afastadas usa-se o índice FF , onde $FF=1$ a 6 para WW, EE, SS, NN, TT e BB , com faces ff correspondentes, onde $ff=1$ a 6 para ww, ee, ss, nn, tt e bb , respectivamente. As equações finais discretizadas apresentam os termos vizinhos adjacentes ao volume de controlo P tratados implicitamente, e os termos vizinhos mais afastados são adicionados aos termos fonte das equações algébricas e tratados explicitamente.

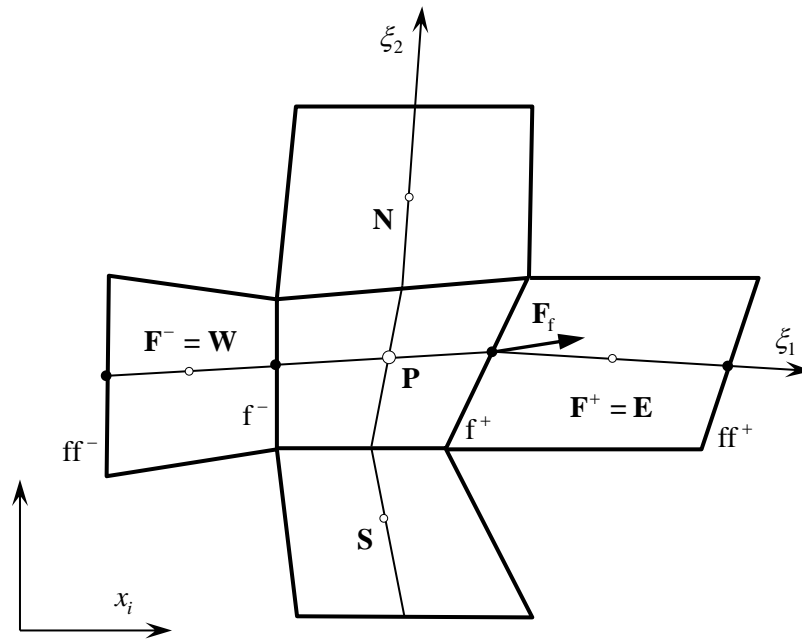


Figura 3.2- Esquema de nomenclatura bidimensional do volume de controlo P e volumes de controlo vizinhos F . (adaptado de Oliveira et al.(1998))

Como já referido anteriormente, após a integração num volume de controlo as quantidades geométricas, o jacobiano ($J = \det(J)$) e o coeficiente métrico (β_{li}) transformam-se em volume da célula (V) e área superficial B_{li} (que designa a componente segundo i do vector área da face do volume de controlo alinhada com a direcção l), respectivamente (Oliveira (1992)). A nomenclatura relativamente às áreas do volume de controlo estão representadas na Figura 3.3 para o volume de controlo P , que é baseada, mais uma vez, em Oliveira et al. (1998).

Seguindo a metodologia apresentada por Oliveira (1992), a integração das equações diferenciais para cada volume de controlo de uma variável genérica ϕ pode ser feita por

substituição da derivada da variável genérica ϕ ao longo da coordenada generalizada ξ_l , pela diferença finita ao longo da direcção l :

$$(3.15) \quad \frac{\partial \phi}{\partial \xi_l} \approx \frac{\Delta \phi}{\Delta \xi_l} = [\Delta \phi]_l = \phi_{l^+} - \phi_{l^-}, \quad \text{onde } \Delta \xi_l = 1$$

Na equação (3.15), os sinais positivo (+) e negativo (−) indicam os sentidos positivo e negativo da coordenada generalizada ξ_l (Figura 3.2), ϕ^{l^+} e ϕ^{l^-} são os valores médios da variável genérica ϕ para o sentido positivo ($+\xi_f$) e negativo ($-\xi_f$) da direcção ξ_l . Assim, a avaliação da variável genérica ϕ pelo método das diferenças finitas é feita através da diferença centrada de ϕ segundo a direcção f e áreas calculadas no centro dos volumes de controlo P , com componente de área B_{li}^P , Figura 3.3 (Oliveira et al. (1998)):

$$(3.16) \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi_l} \right)^P \approx [\Delta \phi]_f^P = \phi_{f^+} - \phi_{f^-}$$

e no centro das faces dos volumes de controlo f , com componente de área B_{li}^f :

$$(3.17) \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi_l} \right)^f \approx [\Delta \phi]_f^f = \phi_F - \phi_P$$

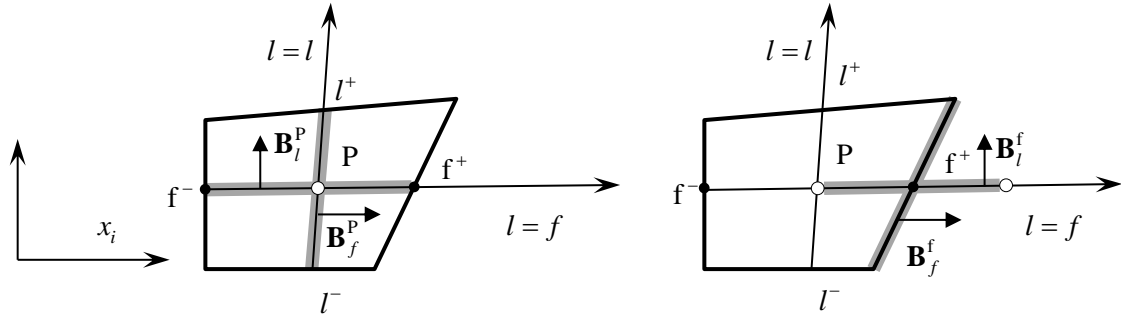


Figura 3.3- Esquema de nomenclatura bidimensional das componentes e vectores das áreas do volume de controlo genérico P . \mathbf{B}_f^P tem componentes B_{fi}^P e \mathbf{B}_l^P tem componentes B_{li}^P , da mesma forma, \mathbf{B}_f^f tem componentes B_{fi}^f e \mathbf{B}_l^f tem componentes B_{li}^f . (adaptado de Oliveira et al. (1998))

3.2.1. Equação da conservação da massa

A integração da equação da conservação da massa, num sistema de coordenadas generalizadas dada pela Eq(3.11), sobre um volume de controlo centrado em P (de volume unitário), resulta em:

$$(3.18) \quad \int_{V_P} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (\rho \beta_{lj} u_j) dV \approx \sum_{l=1}^3 \left[\Delta \left(\sum_{j=1}^3 \rho B_{lj} u_j \right) \right]_l^P = \sum_{f=1}^6 \left(\sum_{j=1}^3 \rho B_{ff}^j \tilde{u}_{j,f} \right)$$

onde se verifica a aplicação do teorema da divergência de Gauss, em que a soma das diferenças segundo as direcções ξ_l no centro do volume de controlo P pode ser transformada num somatório das contribuições das faces f do volume de controlo. O termo $\sum_{j=1}^3 \rho B_{ff}^j \tilde{u}_{j,f}$ define o caudal mássico (F_f) que atravessa as faces f do volume de controlo de centro P. Desta forma, a equação da conservação da massa (Eq(3.18)) pode ser reescrita:

$$(3.19) \quad \sum_{f=1}^6 F_f = 0$$

A Eq(3.19) expressa a conservação da massa num volume de controlo de centro P, onde o somatório dos fluxos mássicos que entram num volume de controlo é igual ao somatório dos fluxos mássicos que saem.

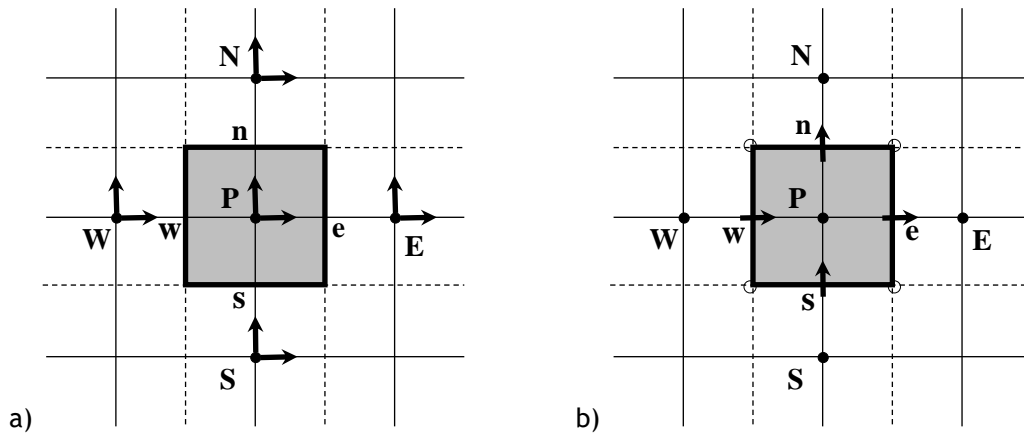


Figura 3.4- Tipos de malha e localização dos nós, num volume de controlo, onde são calculadas as componentes da velocidade (\rightarrow) e pressão (\bullet) para: a) malha colocada e b) malha deslocada.

Ainda na Eq(3.18), o índice superior $\tilde{}$ (til) da variável $\tilde{u}_{j,f}$ significa que as componentes da velocidade calculadas no centro das faces do volume de controlo não são interpoladas linearmente, mas seguindo um método especial. A necessidade de recorrer a um método especial de interpolação para determinar a velocidade e o fluxo na face do volume de controlo, surge como forma de evitar o desacoplamento entre os campos de pressão e velocidade (e entre os campos de tensão e velocidade nos casos de escoamento viscoelástico) aquando do uso de malhas colocadas (Figura 3.4-a). O método de interpolação especial usado (Issa & Oliveira (1994) e Oliveira et al. (1998)) é baseado na técnica de Rhie e Chow (Rhie &

Chow (1983)), e a variável $\tilde{u}_{j,f}$ é determinada após a discretização da equação da quantidade de movimento.

3.2.2. Equação da conservação da quantidade de movimento

A discretização da equação da conservação da quantidade de movimento (Eq(3.12)) é feita seguindo o mesmo raciocínio utilizado para a integração da equação da conservação da massa. No entanto, devido à complexidade desta equação, os termos (identificados na Eq(3.12)) serão integrados, num volume de controlo de centro P , separadamente e no final serão reagrupados numa única equação.

a) Termo de inércia

O termo da inércia é o termo de variação no tempo da equação de conservação da quantidade de movimento (Eq(3.12)). Para este termo, é necessário explicitar a discretização temporal que será efectuada segundo dois métodos diferentes: o método de Euler implícito (1ª ordem) e, para maior precisão, o método dos três níveis no tempo (2ª ordem). Para escoamentos em regime estacionário, o método de Euler de 1ª ordem é adequado, no entanto, em regime não-estacionário (transiente) é necessário efectuar uma discretização de maior precisão do termo da inércia. Para isso, utiliza-se o método de discretização temporal dos três níveis no tempo (3NT) que é de 2ª ordem.

A discretização temporal segundo o método 3NT, para uma variável genérica dependente do tempo $\partial\phi/\partial t$, tem a forma:

$$(3.20) \quad \frac{\partial\phi}{\partial t} \approx \frac{1}{\Delta t} \left[(1+k)\phi^{n+1} - (1+2k)\phi^n + k\phi^{n-1} \right]$$

que aplicada ao termo da inércia resulta em (Oliveira (2001)):

$$(3.21) \quad \int_{V_p} \frac{\partial}{\partial t} (J \rho u_{i,p}) dV \approx \frac{\rho V_p}{\Delta t} \left[(1+k)u_{i,p}^{(n+1)} - (1+2k)u_{i,p}^{(n)} + k u_{i,p}^{(n-1)} \right]$$

Nas Eq(3.20) e (3.21), os índices superiores $(n+1)$, (n) e $(n-1)$ indicam, respectivamente, os instantes de tempo futuro, actual e anterior. V_p é o volume (constante) do volume de controlo centrado em P , Δt é o passo no tempo, e $u_{i,p}$ é a componente da velocidade no centro do volume de controlo P segundo a direcção i , no tempo designado pelo índice superior. A Eq(3.21) é a equação geral para o termo de inércia onde o parâmetro k designa o tipo de método utilizado. Assim, para $k=0$ a equação reduz-se à equação do método implícito de 1ª ordem de Euler, com erro $O(\Delta t)$; o método regressivo de 2ª ordem dos três níveis no tempo obtém-se com $k=0.5$, cujo erro é $O(\Delta t^2)$.

b) Termo convectivo

A discretização do termo convectivo da Eq(3.12) é feita aplicando o teorema de Gauss, tal como efectuado para a equação da conservação da massa. Após integração, o termo convectivo, que é dado pelo caudal mássico multiplicado pelo valor da variável convectada através das faces do volume de controlo centrado em P , toma a seguinte forma:

$$(3.22) \quad \int_{V_P} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (\rho \beta_{ij} u_j u_i) dV \approx \sum_{l=1}^3 \left[\Delta \left(\sum_{j=1}^3 \rho B_{lj} u_j \right) u_i \right]_l^P = \sum_{f=1}^6 \left(\sum_{j=1}^3 \rho B_{ff}^f \tilde{u}_{j,f} \right) \hat{u}_{i,f}$$

pela definição de caudal mássico (F_f) apresentada anteriormente, a expressão pode ser simplificada:

$$(3.23) \quad \int_{V_P} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (\rho \beta_{ij} u_j u_i) dV \approx \sum_{f=1}^6 F_f \hat{u}_{i,f}$$

Na Eq(3.23), a variável convectada $\hat{u}_{i,f}$ (a componente i da velocidade nas faces), é calculada no meio da face do volume de controlo e depende do método de discretização utilizado para os termos convectivos (Ferziger & Peric (1996)), que deve evitar a introdução de perturbações numéricas. No esquema de diferenças de montante (UDS, *Upwind Differencing Scheme*) (Courant et al. (1952)), o valor de $\hat{u}_{i,f}$ toma o mesmo valor da velocidade no centro do volume de controlo imediatamente a montante da face f (Figura 3.2):

$$(3.24) \quad \hat{u}_{i,f} = \begin{cases} u_{i,P} & \text{se } F_f \geq 0 \\ u_{i,F} & \text{se } F_f < 0 \end{cases}$$

O fluxo convectivo de u_i , da Eq(3.23), é então dado, para o esquema UDS, pela expressão:

$$(3.25) \quad F_f \hat{u}_{i,f} = \max(F_f, 0) u_{i,P} + \min(F_f, 0) u_{i,F} = F_f^+ u_{i,P} + F_f^- u_{i,F}$$

Embora o esquema UDS não dê origem a soluções oscilatórias, apresenta baixa precisão (por ser de 1ª ordem) e provoca o aparecimento de excessiva difusão numérica. Por outro lado, os esquemas de alta resolução (HRS, *High Resolution Scheme*), apesar de apresentarem elevada precisão, podem conduzir a problemas de estabilidade do algoritmo de cálculo. Assim, para contornar o problema de precisão e de estabilidade o esquema UDS é implementado de forma implícita, garantindo a estabilidade, e o esquema HRS é adicionado explicitamente ao termo fonte, garantindo a precisão. O esquema HRS utilizado designa-se por CUBISTA (*Converged and Universally Bounded Interpolation Scheme for the Treatment of Advection*), e foi desenvolvido por Alves (Alves et al. (2003) e Alves (2004)). Este esquema,

para além de possuir boas características de convergência, possui elevada precisão numérica, por se tratar de um esquema de 3ª ordem no espaço. O esquema CUBISTA melhora a convergência iterativa dos métodos implícitos normalmente utilizados, sendo, por isso, uma alternativa vantajosa aos esquemas clássicos de alta resolução, tal como o esquema SMART (Gaskell & Lau (1988)). Para mais pormenores sobre o esquema de alta resolução CUBISTA consultar o trabalho de Alves (2004).

c) Termo difusivo artificial implícito

O termo difusivo adicionado ao lado esquerdo da equação da quantidade de movimento Eq(3.12), é tratado implicitamente. A discretização deste termo resulta em:

$$(3.26) \quad -\int_{V_P} \frac{\partial}{\partial \xi_l} \left(\frac{\eta_0}{J} \beta_{lj} \beta_{lj} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_l} \right) dV \approx -\sum_{f=1}^6 \frac{\eta_{0,f}}{V_f} B_f^2 [\Delta u_i]_f^f = -\sum_{f=1}^6 D_{0,f} (u_{i,F} - u_{i,P})$$

onde $D_{0,f} \equiv \frac{\eta_{0,f} B_f^2}{V_f}$ é a condutância difusiva artificial da mistura polimérica, que representa os coeficientes de difusão artificiais calculados nas faces a montante e a jusante do volume de controlo centrado em P; $B_f^2 = \|\mathbf{B}_f^f\|^2 = \sum_{j=1}^3 B_{fj}^f B_{fj}^f$ é o quadrado do valor da área da superfície da face f; $V_f = \sum_{j=1}^3 B_{fj}^f [\Delta x_j]_f^f$ é o volume do pseudo-volume de controlo centrado na face f; e $[\Delta u]_f^f \equiv u_{i,F}^f - u_{i,P}^f$ é a diferença das velocidades nas faces f do volume de controlo segundo a direcção f.

d) Termo do gradiente de pressão

O termo do gradiente de pressão da Eq(3.12) é tratado de forma explícita, não se aplica o teorema de Gauss, e é adicionado ao termo fonte (S_{u_i}) da equação da quantidade de movimento discretizada final:

$$(3.27) \quad -\int_{V_P} \beta_{li} \frac{\partial p}{\partial \xi_l} dV \approx -\sum_{l=1}^3 B_{li}^P [\Delta p]_l^P \equiv S_{u_i(\text{pressão})}$$

onde $[\Delta p]_l^P = p_{l^+} - p_{l^-}$ é a diferença de pressão no centro do volume de controlo, e é obtida por interpolação linear dos valores da pressão no centro dos volumes de controlo P e F adjacentes.

e) Termo do divergente da tensão

Considerando as duas partes da tensão separadamente, a discretização deste termo é feita da seguinte forma:

- Parte newtoniana da tensão

Considerando a Eq(3.13), que descreve a componente newtoniana da tensão $\tau_{ij,s}$, a integração do termo do divergente da tensão newtoniana num volume de controlo centrado em P é dada por:

$$(3.28) \quad \int_{V_P} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (\beta_{ij} \tau_{ij,s}) dV \approx \sum_{l=1}^3 \left[\Delta \left(\sum_{j=1}^3 B_{lj} \tau_{ij,s} \right) \right]_l^P =$$

$$\sum_{f=1}^6 \frac{\eta_s}{V_f} \left(\sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 B_{fj}^f B_{mj}^f [\Delta u_i]_m^f + \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 B_{fj}^f B_{mj}^f [\Delta u_j]_m^f \right)$$

No entanto, segundo o trabalho de Oliveira (1992) (cuja metodologia é aqui seguida) apenas os fluxos difusivos alinhados com a direcção das faces quando $m = f$ (termo difusivo normal, correspondente ao primeiro termo do lado direito da Eq(3.28)), devem ser tratados implicitamente, sendo dados por:

$$(3.29) \quad \sum_{f=1}^6 \frac{\eta_s}{V_f} \left(\sum_{j=1}^3 B_{fj}^f B_{ff}^f [\Delta u_i]_f^f \right) = \sum_{f=1}^6 D_{f,s} (u_{i,F} - u_{i,P})$$

onde o coeficiente de difusão da parte newtoniana nas faces f é definido por $D_{f,s} \equiv \frac{\eta_s B_f^2}{V_f}$.

De facto, esta contribuição implícita está já incluída no termo difusivo acrescentado artificialmente.

Quanto aos restantes termos, são tratados de forma explícita e adicionados ao termo fonte (S_{u_i}) da equação de conservação da quantidade de movimento discretizada:

$$(3.30) \quad S_{u_i(\text{difusivo newtoniano})} = \sum_{f=1}^6 \frac{\eta_s}{V_f} \left(\sum_{j=1}^3 \sum_{m \neq f}^3 B_{fj}^f B_{mj}^f [\Delta u_i]_m^f + \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 B_{fj}^f B_{mi}^f [\Delta u_j]_m^f \right)$$

onde as diferenças das componentes da velocidade são calculadas no tempo de integração anterior n .

- Parte não-newtoniana da tensão

A integração do termo divergente da tensão não-newtoniana τ_{ij} da Eq(3.14) sobre um volume de controlo centrado em P é feita utilizando o teorema de Gauss. Este termo é

tratado explicitamente e, por isso, é adicionado ao termo fonte S_{u_i} da equação da quantidade de movimento discretizada:

$$(3.31) \quad \int_{V_p} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (\beta_{lj} \tau_{ij}) dV \approx \sum_{l=1}^3 \left[\Delta \left(\sum_{j=1}^3 B_{lj} \tau_{ij} \right) \right]_l^p = \sum_{f=1}^6 \left(\sum_{j=1}^3 B_{fj}^f \tilde{\tau}_{ij,f} \right) \equiv S_{u_i(\text{tensão não-newtoniana})}$$

O índice superior \sim indica o uso de um esquema de interpolação especial, à semelhança do que foi feito na Eq(3.18) para o cálculo da velocidade na face do volume de controlo na equação da continuidade (Oliveira et al.(1998) e Oliveira & Pinho (1999), com base em Rhie & Chow (1983)). Esta técnica permite calcular as tensões nas faces do volume de controlo ($\tilde{\tau}_{ij,f}$) evitando o desacoplamento entre os campos de velocidade e tensão.

f) Termo difusivo artificial explícito

O termo difusivo artificial explícito da Eq(3.12) é integrado da mesma forma que para o termo difusivo artificial implícito, definido anteriormente pela Eq(3.26), resultando na seguinte expressão:

$$(3.32) \quad - \int_{V_p} \frac{\partial}{\partial \xi_l} \left(\frac{\eta_0}{J} \beta_{lj} \beta_{lj} \frac{\partial u_i^{(n)}}{\partial \xi_l} \right) dV \approx - \sum_{f=1}^6 \frac{\eta_{0,f}}{V_f} B_f^2 \left[\Delta u_i^{(n)} \right]_f^f = - \sum_{f=1}^6 D_f \left(u_{i,F}^{(n)} - u_{i,P}^{(n)} \right) \equiv S_{u_i(\text{difusão})}$$

onde as velocidades são obtidas da iteração do passo no tempo anterior (n). A principal diferença entre os dois termos, adicionados artificialmente, reside na forma como cada um dos termos é avaliado. Enquanto que no termo tratado implicitamente (Eq(3.26)) a condutância difusiva D_f é adicionada ao coeficiente a_F da equação da quantidade de movimento discretizada final, no termo tratado explicitamente (Eq(3.32)) é adicionado ao termo fonte S_{u_i} . Tal como referido anteriormente, quando é atingida convergência num problema estacionário, os termos artificiais implícito e explícito anulam-se e não influenciam a solução final.

Equação da quantidade de movimento discretizada final

Agrupando os termos da Eq(3.12) devidamente discretizados obtém-se a equação de conservação da quantidade de movimento (Oliveira et al. (1998)):

$$(3.33) \quad a_P u_{i,P} - \sum_{F=1}^6 a_F u_{i,F} = S_{u_i} + \frac{\rho V_P}{\Delta t} \left[(1 + 2k) u_{i,P}^{(n)} - k u_{i,P}^{(n-1)} \right]$$

onde k depende do método de discretização temporal utilizado no termo da inércia. A expressão geral que define o coeficiente central a_P é dada por:

$$(3.34) \quad a_p = (1+k) \frac{\rho V_P}{\Delta t} + \sum_{F=1}^6 a_F$$

Por sua vez, os coeficientes que contêm as contribuições dos volumes de controlo vizinhos a_F são definidos pela soma:

$$(3.35) \quad a_F = a_F^C + a_F^D$$

onde a_F^C constitui a parte convectiva e a_F^D a parte difusiva. Utilizando o esquema UDS para descrever os termos $\hat{u}_{i,f}$, a contribuição convectiva do coeficiente (a_F^C) é definido por (Oliveira et al. (1998)):

$$(3.36) \quad \begin{cases} a_F^C = +F_f^+ = +\max(F_f, 0) & (\text{para } f^+) \\ a_F^C = -F_f^- = -\min(F_f, 0) & (\text{para } f^-) \end{cases}$$

e a contribuição difusiva do coeficiente (a_F^D) é definida por (Oliveira et al. (1998)):

$$(3.37) \quad a_F^D = D_f \equiv \frac{\eta_0 (B_f)^2}{V_f}$$

Finalmente, o termo fonte S_{u_i} é dado pelo somatório de todos os termos fonte consequentes da discretização individual dos termos da equação da quantidade de movimento (equações (3.27), (3.30), (3.31) e (3.32)), resultando na seguinte expressão:

$$(3.38) \quad S_{u_i} = S_{u_i(\text{pressão})} + S_{u_i(\text{difusivo newtoniano})} + S_{u_i(\text{tensão não-newtoniana})} + S_{u_i(\text{difusão})} + S_{u_i(\text{HRS})}$$

onde a componente $S_{u_i(\text{HRS})}$ do termo fonte S_{u_i} surge da adição das contribuições extra introduzidas pelo esquema de alta resolução CUBISTA. Tal como referido anteriormente, a aplicação do esquema de alta resolução CUBISTA tem como objectivo aumentar a precisão do método de cálculo, aquando da determinação da velocidade convectada $\hat{u}_{i,f}$ nas faces do volume de controlo. O esquema CUBISTA (Alves et al. (2003)) é implementado explicitamente pelo processo de correcção diferida (Khosla & Rubin (1974)), que consiste em determinar o valor de $\hat{u}_{i,f}$ pelo esquema UDS e depois adicionar um termo correctivo ao termo fonte correspondente à contribuição do esquema CUBISTA. Desta forma $S_{u_i(\text{HRS})}$ é dado pela equação:

$$(3.39) \quad S_{u_i(HRS)} = - \sum_{f=1}^6 F_f \left[(\hat{u}_{i,f})_{CUBISTA} - (\hat{u}_{i,f})_{UDS} \right]$$

Quando a solução converge, os termos obtidos através do esquema de 1ª ordem UDS são anulados.

Após a aplicação do esquema CUBISTA, a equação da quantidade de movimento discretizada final é dada pela expressão seguinte:

$$(3.40) \quad a_P u_{i,P} - \sum_{F=1}^6 a_F u_{i,F} = S_{u_i} + \frac{\rho V_P}{\Delta t} \left[(1+2k) u_{i,P}^{(n)} - k u_{i,P}^{(n-1)} \right] - \sum_{f=1}^6 \frac{\lambda_{ef}}{\rho} F_f \left[(\hat{u}_{i,f})_{CUBISTA} - (\hat{u}_{i,f})_{UDS} \right]$$

O cálculo das velocidades e dos caudais mássicos, que atravessam as faces do volume de controlo, faz-se aplicando o método de interpolação, desenvolvido por Issa & Oliveira (1994) baseado em Rhie & Chow (1983), à equação da quantidade de movimento discretizada. A interpolação é linear para todos os termos à excepção do termo do gradiente de pressão segundo a direcção f , que é avaliado como se fosse usada uma malha deslocada (Figura 3.4-b). Detalhes da implementação deste método de interpolação são descritos no trabalho de Issa & Oliveira (1994). A expressão para o cálculo de velocidade na face f é dada por (Issa & Oliveira (1994)):

$$(3.41) \quad \tilde{u}_{i,f} = \frac{\overline{a_P u_{i,P}} + \overline{B_{fi}^P [\Delta p]_l^P} - B_{fi}^f [\Delta p]_l^f + \left(\frac{\rho V_P}{\Delta t} \right) \left[(1+2k) \tilde{u}_{i,f}^{(n)} - k \tilde{u}_{i,f}^{(n-1)} \right]}{\bar{a}_P} - \frac{\left(\frac{\rho V_P}{\Delta t} \left[(1+2k) \tilde{u}_{i,P}^{(n)} - k \tilde{u}_{i,P}^{(n-1)} \right] \right)}{\bar{a}_P}$$

E a expressão para o cálculo do caudal mássico que atravessa a face f é dada por (Issa & Oliveira (1994)):

$$(3.42) \quad F_f = \frac{1}{\bar{a}_P} \left[\sum_{i=1}^3 \rho B_{fi}^f \overline{a_P u_{i,P}} + \sum_{i=1}^3 \rho B_{fi}^f \overline{B_{fi}^P [\Delta p]_f^P} - \sum_{i=1}^3 \rho B_{fi}^f B_{fi}^f [\Delta p]_f^f + \left(\frac{\rho V_P}{\Delta t} \right) \left[(1+2k) F_f^{(n)} - k F_f^{(n-1)} \right] - \sum_{i=1}^3 \rho B_{fi}^f \left(\frac{\rho V_P}{\Delta t} \left[(1+2k) u_{i,P}^{(n)} - k u_{i,P}^{(n-1)} \right] \right) \right]$$

As variáveis com traço superior, nas Eq(3.41) e (3.42), são avaliadas na face f entre o volume de controlo centrado em P e o volume de controlo vizinho centrado em F através de média aritmética.

3.2.3. Equação constitutiva

O procedimento adoptado na secção anterior para a integração da equação da quantidade de movimento, é usado também na integração da equação constitutiva geral dos modelos FENE, apresentada na forma diferencial pela Eq(3.14). Assim, a equação constitutiva será também integrada termo a termo, resultando na seguinte discretização:

a) Termo E1

O termo E1 da Eq(3.14) é integrado sobre um volume de controlo centrado em P resulta na seguinte expressão:

$$(3.43) \quad \int_{V_P} J \tau_{ij} dV \approx V_P \tau_{ij,P}$$

b) Termo de inércia

O termo de inércia da Eq(3.14) é integrado utilizando o esquema de discretização temporal que, tal como para a discretização do termo inercial da equação da quantidade de movimento, poderá seguir um de dois métodos: o método de Euler implícito (para o caso estacionário) ou o método de três níveis no tempo (para o caso transiente). No caso de escoamento estacionário, é utilizado o esquema de discretização de Euler implícito e o termo de inércia toma a seguinte forma:

$$(3.44) \quad \int_{V_P} \frac{\partial}{\partial t} (\lambda_{ef} J \tau_{ij}) dV \approx \int_{V_P} \frac{1}{\Delta t} (\lambda_{ef} J \tau_{ij})^{(n+1)} dV - \int_{V_P} \frac{1}{\Delta t} (\lambda_{ef} J \tau_{ij})^{(n)} dV = \frac{V_P}{\Delta t} \left[(\lambda_{ef} \tau_{ij})_P^{(n+1)} - (\lambda_{ef} \tau_{ij})_P^{(n)} \right]$$

onde $\tau_{ij,P} \equiv \tau_{ij,P}^{(n+1)}$ é a componente da tensão no volume de controlo centrado em P no tempo de integração actual $(n+1)$, e $\tau_{ij,P}^{(n)}$ representa a mesma variável no tempo de integração anterior (n) . Por outro lado, caso o escoamento seja dependente do tempo, é utilizado o método dos três níveis no tempo, cuja expressão geral é dado pela Eq(3.20), e o termo de inércia passa a ser escrito como:

$$(3.45) \quad \int_{V_P} \frac{\partial}{\partial t} (\lambda_{ef} J \tau_{ij}) dV \approx \frac{V_P}{\Delta t} \left[(1+k) (\lambda_{ef} \tau_{ij})_P^{(n+1)} - (1+2k) (\lambda_{ef} \tau_{ij})_P^{(n)} + k (\lambda_{ef} \tau_{ij})_P^{(n-1)} \right]$$

Os índices superiores $(n+1)$, (n) e $(n-1)$ indicam os instantes de tempo futuro, actual e anterior respectivamente, V_P é o volume (constante) do volume de controlo centrado em P ,

Δt é o passo no tempo, $\tau_{ij,P}$ é a componente da tensão no volume de controlo centrado em P no tempo designado pelo índice superior.

Da mesma forma, quando $k = 0$ a Eq(3.45) reduz-se à equação dada pelo método de Euler, enquanto para $k = 0.5$ obtém-se a expressão para o método 3NT.

c) Termo convectivo

A integração do termo convectivo da Eq(3.14) é semelhante à integração do termo convectivo da equação da quantidade de movimento. Neste caso, no entanto, a variável dependente é a tensão e o valor da tensão convectada ($\hat{\tau}_{ij,f}$) é obtido a partir das tensões no centro dos volumes de controlo vizinhos, com algum grau de *upwind*, e depende do esquema de interpolação utilizado. Tal como no caso para o cálculo da velocidade convectada ($\hat{u}_{i,f}$), é utilizado o esquema de alta resolução CUBISTA, cuja contribuição é adicionada ao termo fonte da equação discretizada. Assim, a expressão discretizada do termo convectivo tem a forma:

$$(3.46) \quad \int_{V_P} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (\lambda_{ef} \beta_{lk} u_k \tau_{ij}) dV \approx \lambda_{ef} \sum_{l=1}^3 \left[\Delta \left(\sum_{k=1}^3 B_{lk} u_k \right) \tau_{ij} \right]^P = \frac{1}{\rho} \sum_{f=1}^6 F_f \bar{\lambda}_{ef} \hat{\tau}_{ij,f}$$

d) Termo D1

O primeiro termo do lado direito da Eq(3.14) é integrado de forma explícita num volume de controlo centrado em P, e adicionado ao termo fonte $S_{\tau_{ij}}$ da equação constitutiva discretizada final. A integração deste termo resulta na expressão:

$$(3.47) \quad \int_{V_P} \eta_{P,ef} \left[\beta_{ij} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (u_i) + \beta_{li} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (u_j) \right] dV \approx \eta_{P,ef} \sum_{l=1}^3 \left(B_{ij}^P [\Delta u_i]_l^P + B_{li}^P [\Delta u_j]_l^P \right) \equiv S_{\tau_{ij}(\text{termo D1})}$$

e) Termo D2

O segundo termo do lado direito da Eq(3.14), resultante da derivada convectiva de Oldroyd, é calculado explicitamente e, por isso, é também adicionado ao termo fonte $S_{\tau_{ij}}$ da equação constitutiva discretizada final. Este termo resulta em:

$$(3.48) \quad \int_{V_P} \lambda_{ef} \left[\beta_{lk} \tau_{jk} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (u_i) + \beta_{lk} \tau_{ik} \frac{\partial}{\partial \xi_l} (u_j) \right] dV \approx \lambda_{ef} \sum_{l=1}^3 \left[\left(\sum_{k=1}^3 B_{lk}^P \tau_{jk,P} \right) [\Delta u_i]_l^P + \left(\sum_{k=1}^3 B_{lk}^P \tau_{ik,P} \right) [\Delta u_j]_l^P \right] \equiv S_{\tau_{ij}(\text{termo D2})}$$

f) Termo D3

Por último, o terceiro termo do lado direito da Eq(3.14), após discretização, é adicionado ao termo fonte $S_{\tau_{ij}}$ e resulta em:

$$(3.49) \quad \begin{aligned} & - \int_{V_P} b \left[\frac{\partial}{\partial t} (J \eta_{P,ef}) + \frac{\partial}{\partial \xi_l} (\beta_{lk} u_k \eta_{P,ef}) \right] dV \approx \\ & - b \left(\frac{V_P}{\Delta t} \left[(\eta_{P,ef})_P^{(n+1)} - (\eta_{P,ef})_P^{(n)} \right] + \sum_{l=1}^3 \left[\Delta \left(\sum_{k=1}^3 B_{lk}^P u_k \right) \eta_{P,ef} \right]_l^P \right) \delta_{ij} = \\ & - b \left(\frac{V_P}{\Delta t} \left[(\eta_{P,ef})_P^{(n+1)} - (\eta_{P,ef})_P^{(n)} \right] + \frac{1}{\rho} \sum_{f=1}^6 F_f \bar{\eta}_{P,ef,f} \right) \delta_{ij} \equiv S_{\tau_{ij}(\text{termo D3})} \end{aligned}$$

onde as variáveis com índice de barra superior são calculados por interpolação linear na face f entre os volumes de controlo centrado em P e vizinhos F .

Equação constitutiva discretizada final

Finalmente, agrupando todos os termos da equação constitutiva geral, discretizados anteriormente, resulta na equação algébrica linear de expressão geral dada por:

$$(3.50) \quad a_P^\tau \tau_{ij,P} - \sum_{F=1}^6 a_F^\tau \tau_{ij,F} = S_{\tau_{ij}} + \frac{\lambda_{ef,P} V_P}{\Delta t} \left[(1+2k) \tau_{ij,P}^{(n)} - k \tau_{ij,P}^{(n-1)} \right]$$

onde o coeficiente central a_P^τ apresenta maior complexidade, em relação ao coeficiente central a_P da Eq(3.33), com a adição de um termo proveniente da integração do termo E1 da Eq(3.14), que promove a estabilidade, e é dado pela expressão geral seguinte:

$$(3.51) \quad a_P^\tau = V_P + \sum_{F=1}^6 a_F^\tau + \frac{\lambda_{ef,P} V_P}{\Delta t} (1+k)$$

O coeficiente a_F^τ é constituído apenas pelos efeitos convectivos, de acordo com a Eq(3.36), é definido como:

$$(3.52) \quad a_F^\tau = \frac{\lambda_{ef}}{\rho} a_F^C$$

Por último, o termo fonte $S_{\tau_{ij}}$, da Eq(3.50), é dado pela soma de todas as contribuições resultantes da integração dos termos D1, D2 e D3 das Eq(3.47), (3.48) e (3.49), respectivamente. Ao termo fonte $S_{\tau_{ij}}$ é ainda adicionada a contribuição devida à correcção

resultante do esquema de alta resolução CUBISTA, à semelhança do que foi feito na equação da quantidade de movimento. Assim, o termo fonte $S_{\tau_{ij}}$ é dado por:

$$(3.53) \quad S_{\tau_{ij}} = S_{\tau_{ij} \text{ (termo D1)}} + S_{\tau_{ij} \text{ (termo D2)}} + S_{\tau_{ij} \text{ (termo D3)}} + S_{\tau_{ij} \text{ (HRS)}}$$

Desta forma, a equação constitutiva discretizada (Eq(3.50)) é reescrita:

$$(3.54) \quad a_P^\tau \tau_{ij,P} - \sum_{F=1}^6 a_F^\tau \tau_{ij,F} = S_{\tau_{ij}} + \frac{\lambda_{ef,P} V_P}{\Delta t} \left[(1+2k) \tau_{ij,P}^{(n)} - k \tau_{ij,P}^{(n-1)} \right] - \sum_{f=1}^6 \frac{\lambda_{ef}}{\rho} F_f \left[\left(\hat{\tau}_{ij,f} \right)_{CUBISTA} - \left(\hat{\tau}_{ij,f} \right)_{UDS} \right]$$

Tal como para determinar a velocidade na face f do volume de controlo ($\tilde{u}_{j,f}$), para calcular a tensão nas faces ($\tilde{\tau}_{ij,f}$) é necessário aplicar um método de interpolação que garanta uma boa ligação entre a tensão na face do volume de controlo e as componentes da velocidade nos nós vizinhos, evitando o desacoplamento entre os campos de velocidade e tensão e, consequentemente, evitando instabilidades numéricas. Assim, é usado um procedimento semelhante ao método usado para o cálculo das velocidades nas faces dos volumes de controlo, para determinar as tensões nas faces do volume de controlo. O método de interpolação especial é baseado na ideia proposta por Rhie & Chow (1983), foi desenvolvido por Oliveira et al. (1998) e modificado por Oliveira & Pinho (1999) para aplicação em malhas não-ortogonais. A expressão final, para o cálculo da tensão nas faces f do volume de controlo ($\tilde{\tau}_{ij,f}$), obtida por Oliveira & Pinho (1999) é dada por:

$$(3.55) \quad \tilde{\tau}_{ij,f} = \overline{\tau_{ij,f}} - \left(\overline{b'_{ff} [\Delta u_i]_f + b'_{fi} [\Delta u_j]_f} \right) + \left(\tilde{b}'_{ff} [\Delta u_i]_f + \tilde{b}'_{fi} [\Delta u_j]_f \right)$$

onde os coeficientes b'_{fi} e \tilde{b}'_{fi} são dados, respectivamente, por:

$$(3.56) \quad b'_{fi} \equiv \frac{\eta_P B_{fi} + \lambda_{ef} \sum_{k=1}^3 B_{fk} \tau_{ki}}{a_P^\tau} \quad \text{e} \quad \tilde{b}'_{fi} \equiv \frac{\left(\eta_P B_{fi} + \lambda_{ef} \sum_{k=1}^3 B_{fk} \overline{\tau_{ki}} \right)_f}{V_f (a_P^\tau / V_P)}$$

onde $B'_{fi} \equiv B_{fi} / a_P^\tau$ e $\tilde{B}'_{fi} \equiv B_{fi}^f / \left(V_f (a_P^\tau / V_P) \right)$.

3.3. Algoritmo de solução

As equações de governo discretizadas são resolvidas através de uma forma modificada do algoritmo iterativo SIMPLE-C (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations - Consistent*) (Oliveira et al. (1998)). O algoritmo SIMPLE-C (Van Doormaal & Raithby (1984)) é, por si só, uma modificação do algoritmo SIMPLE original proposto por Patankar & Spalding (1972), que promove a ligação entre os campos de velocidade e pressão, através de um processo iterativo de correcção da pressão, satisfazendo assim a equação da conservação da massa em regime estacionário. A forma modificada do algoritmo SIMPLE-C proposta por Issa & Oliveira (1994) e, posteriormente, por Oliveira et al. (1998) permite que o algoritmo seja aplicado a cálculos não-estacionários com malhas colocadas (Figura 3.4-a) e para escoamentos viscoelásticos. Para isso, foram introduzidos dois passos no início da sequência do algoritmo para a resolução da equação constitutiva. O algoritmo implementado segue a sequência seguinte, para escoamentos não-estacionários viscoelásticos:

1- Resolução da equação constitutiva

O algoritmo inicia-se com a resolução da equação constitutiva discretizada (Eq(3.50)) de onde se obtém o valor das seis componentes da tensão. Introduzindo o termo $\lambda_{ef,P} V_P / \Delta t \left[(1 + 2k) \tau_{ij,P}^{(n)} - k \tau_{ij,P}^{(n-1)} \right]$ desta equação no termo fonte $S_{\tau_{ij}}$, a Eq(3.50) é então reescrita como, onde os termos com asterisco (*) superior indicam uma solução intermédia e não a solução do problema:

$$(3.57) \quad a_P^{\tau} \tau_{ij,P}^* - \sum_{F=1}^6 a_F^{\tau} \tau_{ij,F}^* = S_{\tau_{ij}}$$

O sistema matricial da Eq(3.57) é resolvido através de um método iterativo do gradiente conjugado para a resolução de sistemas lineares (Meijerink & Van der Vorst (1977)) em ordem à tensão τ_{ij}^* . A Eq(3.57) é implícita em relação a τ_{ij}^* , e tanto os coeficientes como o termo fonte são obtidos a partir dos valores da velocidade e tensão para o nível iterativo anterior. Quando o processo iterativo converge para um determinado passo no tempo, faz-se $\tau_{ij}^{(n+1)} \equiv \tau_{ij}^*$ e avança-se para o tempo seguinte. Quando o valor do campo da tensão é obtido, é então calculada a tensão na face do volume de controlo ($\tilde{\tau}_{ij,f}$) a partir da Eq(3.55).

2- Resolução da equação da quantidade de movimento

Em seguida, a equação da quantidade de movimento discretizada (Eq(3.33)) é resolvida implicitamente para cada uma das componentes da velocidade u_i^* (que não indica a solução do problema, mas um valor intermédio do campo da velocidade), a partir dos valores das tensões estimados anteriormente, da seguinte forma:

$$(3.58) \quad a_p u_{i,p}^* - \sum_{F=1}^6 a_F u_{i,F}^* = - \sum_{l=1}^3 B_{li} [\Delta p^*]_l^p + \sum_{f=1}^6 \left(\sum_{j=1}^3 B_{fj} \tilde{\tau}_{ij}^* \right)_f + S'_{u_i} + \frac{\rho V_p}{\Delta t} \left[(1+2k) u_{i,p}^{(n)} - k u_{i,p}^{(n-1)} \right]$$

onde o coeficiente central a_p é dado pela Eq(3.34).

O termo fonte S_{u_i} passa a ser representado por S'_{u_i} que contém todas as contribuições do termo fonte dadas pela Eq(3.38) excepto os termos fonte do gradiente de pressão ($S_{u_i(\text{pressão})}$) e do divergente da tensão ($S_{u_i(\text{difusivo newtoniano})}$). O termo do gradiente de pressão é obtido a partir dos valores da pressão da iteração anterior p^* através do processo de correcção SIMPLE-C (Van Doormaal & Raithby (1984)) da pressão que decorre na etapa seguinte do algoritmo. Por sua vez, o termo do divergente da tensão é obtido a partir dos valores da tensão τ_{ij}^* determinado na etapa anterior do algoritmo, garantindo a ligação entre os campos de velocidade e tensão (Oliveira et al. (1998)). Quando o valor do campo de velocidade é obtido, são então calculadas as componentes da velocidade na face do volume de controlo ($\tilde{u}_{j,f}$) a partir da Eq(3.41). O valor das componentes da velocidade nas faces do volume de controlo serão necessários para determinar os fluxos massivos intermédios (F_f^*) através da Eq(3.42).

3- Correcção dos campos de velocidade e pressão

Dado que a velocidade u_i^* obtida na etapa anterior do algoritmo, em geral, não satisfaz localmente o balanço mássico, faz-se, então, uma correcção das componentes da velocidade para que a equação da continuidade seja satisfeita, através do cálculo de um novo campo de velocidades ($u_{i,p}^{**}$) usando a equação seguinte:

$$(3.59) \quad u_{i,p}^{**} = u_{i,p}^* - \frac{\sum_{l=1}^3 B_{li} [\Delta p']_l^p}{(1+k)(\rho V_p / \Delta t)}$$

onde a correcção da pressão é definida por $p' = p^{**} - p^*$ e é calculada pela expressão:

$$(3.60) \quad a_p^p p' = \sum_{F=1}^6 a_F^p p'_F - \sum_{F=1}^6 F_F^*$$

garantindo a conservação da massa do campo de velocidade no novo tempo de integração (

$\sum_{f=1}^6 F_f^{**} = 0$). Na Eq(3.60) os coeficientes são dados por $a_F^p = B_f^2 / (\rho V / \Delta t)_f$ e $a_p^p = \sum_{F=1}^6 a_F^p$,

onde a barra superior indica a média aritmética. Depois são actualizados o campo de pressão ($p^{**} = p^* + p'$) e as velocidades no centro dos volumes de controlo (através da Eq(3.59)). Por último, são calculados os fluxos mássicos nas faces dos volumes de controlo no novo tempo (F_f^{**}):

$$(3.61) \quad a_p^p p_p' = \sum_{F=1}^6 a_F^p p_F' - \sum_{F=1}^6 F_f^*$$

terminando o ciclo do algoritmo.

Se, no final dos cálculos, o critério de convergência é satisfeito o processo iterativo termina. Caso contrário, os valores de τ_{ij}^* , $u_i^{**} \rightarrow u_i^*$ e $p^{**} \rightarrow p^*$ são tomados pelo novo nível iterativo e o ciclo volta ao início para a iteração seguinte, voltando à primeira etapa do algoritmo para a resolução da equação constitutiva (para obter o novo valor da tensão obtido a partir do valor determinado no ciclo iterativo anterior), e assim sucessivamente. O processo de cálculo é repetido tantas vezes quantas necessárias até atingir um valor residual. Em geral, para maior precisão iterativa foram admitidos neste trabalho resíduos na ordem de 10^{-6} . Se o valor do resíduo é atingido, a convergência é atingida e o processo de cálculo termina, obtendo-se a solução do problema para o tempo pretendido. Para o tempo seguinte, o processo de cálculo avança para o nível temporal seguinte fazendo-se $\tau_{ij}^{(n+1)} = \tau_{ij}^*$, $u_i^{(n+1)} = u_i^{**}$ e $p^{(n+1)} = p^{**}$.

Finalmente, os sistemas de equações lineares são resolvidos pelo método do gradiente bi-conjugado (Meijerink & Van der Vorst (1977)) até à convergência interior, excepto a equação da pressão que é resolvida pelo método do gradiente conjugado simétrico. Mais detalhes sobre o algoritmo de cálculo e a metodologia podem ser consultados nos trabalhos de Issa & Oliveira (1994) e Oliveira et al. (1998).

3.4. Condições fronteira

As condições fronteira definem os valores das variáveis dependentes, ou das suas derivadas, na fronteira do domínio de cálculo do problema e são essenciais na obtenção da solução. As condições fronteira implementadas têm base nos trabalhos Oliveira (1992), Oliveira et al. (1998), Alves (2004) e Miranda (2007), que poderão ser consultados para mais detalhes.

1- Entrada

Na entrada do domínio de cálculo, especifica-se o valor das variáveis dependentes (velocidades e tensões), correspondendo a condições de fronteira do tipo Dirichlet. Desta

forma, para as componentes da velocidade pode ser imposto um perfil teórico, gradiente de velocidade uniforme ou pulsante. Para as componentes da tensão é imposto um perfil teórico do modelo constitutivo em condições de desenvolvimento completo. Para a pressão, tratando-se de escoamentos incompressíveis, são impostas condições de fronteira de Neumann, em que os gradientes normais da pressão na fronteira são nulos.

2- Parede

As paredes do domínio são rígidas, impermeáveis e estacionárias. Impõe-se a condição de não deslizamento junto às paredes onde a velocidade local é nula. As componentes da tensão são obtidas de soluções analíticas aproximadas que assumem um escoamento local paralelo à parede designado por escoamento de Couette. Além disso, como as paredes são impermeáveis, os fluxos convectivos de todas as quantidades são nulos.

3- Plano de simetria

No caso de se considerar plano de simetria, considera-se que os fluxos convectivos e difusivos se anulam. Estas condições são aplicadas a todas as variáveis dependentes do problema, utilizando regras de reflexão adequadas e volumes de controlo simétricos fictícios, tal como descrito em Oliveira et al. (1998) e Alves (2004). No entanto, neste trabalho, não se impõe plano de simetria devido à possibilidade de ocorrência de escoamentos assimétricos no domínio de cálculo considerado.

4- Condições iniciais

Em escoamentos dependentes do tempo, é necessário conhecer o valor das variáveis iniciais ou de Cauchy no instante inicial t_0 . Em geral, as condições iniciais podem corresponder à situação do fluido em repouso ou a uma solução aproximada obtida em condições semelhantes.

5- Saída

À saída do domínio de cálculo, os valores das variáveis dependentes são desconhecidos. Por isso, impõem-se a condição de Neumann para as componentes da velocidade e tensão, definida por gradientes axiais nulos. Isto significa que o escoamento encontra-se localmente completamente desenvolvido. Para garantir o carácter completamente desenvolvido do escoamento à saída, o domínio de cálculo é prolongado, afastando a saída do local onde se pretende obter solução. Este afastamento da saída é também importante para evitar a propagação de erros numéricos. Para a pressão impõem-se um gradiente constante.

Capítulo 4.

Escoamento em canal curvo - Introdução

O escoamento de fluidos através de condutas curvas pode ser encontrado em inúmeras aplicações práticas desde a indústria à medicina. Os canais curvos são utilizados em vários processos da indústria química, de polímeros, moldes, tintas, cosmética e farmacêutica, engenharia ambiental, recuperação de calor, ar condicionado, refrigeração, bio-engenharia, etc. Mais recentemente, os canais curvos pode ser encontrados em aplicações de microfluídica e microreactores. Estas geometrias são preferencialmente utilizadas onde os fenómenos de transporte, nomeadamente, de mistura e de transferência de massa e/ou calor, ocorrem. Alguns dos inúmeros exemplos de aplicações reportados na literatura são listados na Tabela 4.1, e na Tabela 4.2, em particular, estão listadas algumas aplicações em microfluídica. Vashisth et al. (2008) apresentam uma revisão detalhada das aplicações de canais curvos em processos industriais.

Os canais curvos são componentes essenciais e frequentes, e, por isso, surge um interesse particular sobre o escoamento neste tipo de geometria junto da comunidade científica. As revisões bibliográficas de Berger et al. (1983), Ito (1987) e Vashisth et al. (2008) constituem uma boa introdução ao tema.

Thomson (1876, 1877), Williams et al. (1902), Grindley & Gibson (1908) e Eustice (1910, 1911) são considerados pioneiros no estudo sobre escoamentos em curvas. Thomson (1876, 1877) fez a primeira observação da complexidade dos escoamentos em curvas, neste caso em canal aberto. Apesar de o escoamento apresentar uma superfície livre, e por isso diferir em parte do escoamento em canais fechados, os efeitos da curvatura foram evidentes. Mais tarde, Williams et al. (1902) fizeram as primeiras observações em canais fechados de secção transversal circular, e verificaram que a posição da velocidade máxima axial se desloca na direcção da parede côncava da curva. Num conjunto de experiências sobre a viscosidade do ar, Grindley & Gibson (1908) observaram os efeitos da curvatura sobre o escoamento, relativamente ao escoamento em canais rectos. Também comparando canais curvos com canais rectos, Eustice (1910) verificou experimentalmente que a resistência do escoamento (determinada em termos de perda de velocidade e pressão) aumenta com o aumento da curvatura e com o aumento do número de voltas de um canal helicoidal.

O escoamento em curvas possui propriedades inerentes que, dependendo da aplicação, poderão ser desejadas ou não. Relativamente aos canais rectos, os escoamentos em curvas apresentam: maior queda de pressão (para um determinado caudal); elevada tensão de corte nas paredes; maior coeficiente de transferência de massa e calor; maior mistura na secção

Tabela 4.1- Aplicações práticas de canais curvos.

Aplicação	Referências
Reactores químicos	Koutsy & Adler (1964), Janssen (1976), Seader & Southwick (1981), Waiz et al. (2001), Aggarwal & Nigam (2001)
Ultra, micro e nano-filtração	Belford et al. (1993), Moulin et al. (1996), Elmaleh & Ghaffor (1996a), Elmaleh & Ghaffor (1996b), Gehlert et al. (1998), Guigui et al. (1998), Chung et al. (1993a, 1993b, 1996, 1998), Kuakivi et al. (2000), Ghogomu et al. (2001), Liu et al. (2005), Winzeler & Belford (1993)
Permutadores de calor e sistemas de aquecimento/arrefecimento	Georgiev & Kovatchev (1974), Prasad et al. (1989), Mote et al. (1991), Inagaki et al. (1998), Rindt et al. (1998), Rindt et al. (1999), Acharya et al. (2001), Prabhanjan et al. (2002), Prabhanjan et al. (2004), Rennie & Raghavan (2005, 2006, 2007), Park et al. (2007), Naphon & Wongwises (2006), Guobing & Yufeng (2006), Gupta et al. (2007)
Sistemas de evaporação e de produção de vapor	Yi et al. (2003), Jo & Chung (2008)
Reactores e centrais nucleares	Carelli et al. (2004), Cioncolini & Santini (2006a, 2006b)
Unidades de separação por membrana de osmose inversa	Srinivasan & Tien (1971), Nunge & Adams (1973), Moulin et al. (2001), Chung et al. (1993a, 1993b)
Escoamento em meio poroso	Nunge et al. (1972), Deiber & Schowalter (1981)
Colunas de rectificação e de absorção	Hameed & Muhammed (2003), José et al. (2003)
Emulsificação e separação de proteínas	Leclerc et al. (1987), Kaur & Agarwal (2002)
Membranas de oxigenação	Weissman & Mockros (1968), Dorson et al. (1968), Chang & Mockros (1971), Baurmeister et al. (1977), Chang & Tarbell (1985), Moulin et al. (1996)
Vasos sanguíneos, cateteres, pulmões e respiração artificiais	Horsfield et al. (1971), Gilroy et al. (1977), Lin & Tarbell (1980), Jayaraman & Tiwari (1982), Patel & Sirs (1983), Padmanabhan & Jayaraman (1984), Jain & Jayaraman (1990), Niimi et al. (1984), Eckmann & Grotberg (1987), Sharp et al. (1991), Krams et al. (1999), Zhang (2003), Guan & Martonen (2000), Torii et al. (2004), Pontrelli & Tatone (2006), Dash et al. (1999)
Coluna de cromatografia	Hofmann & Halász (1979, 1980), Halász (1979), Tjissen (1978, 1980)
Mistura	Leclerc et al. (1987), Jiang et al. (2004), Vanka et al. (2004)
Pervaporação	Schnabel et al. (1998)
Pirólise de componentes aromáticos do carvão	Bruinsma et al. (1988a, 1988b)
Cultivo de células biológicas	Hagedorn & Kargi (1990)
Homogeneização térmica	Mori & Nakiyama (1965, 1967a, 1967b), Akiyama & Cheng (1974a, 1974b), Kalb & Seader (1972, 1974), Zavadsky et al. (1985)
Processamento de produtos alimentares	Rennie & Raghavan (2005, 2006, 2007), Chakrabandhu & Singh (2006)
Sistemas de refrigeração	Wongwises & Polsongkram (2006a, 2006b)
Concentradores de energia solar	Fernández et al. (2003)

(Adaptado de Vashisth et al. (2008))

Tabela 4.2- Aplicações práticas de canais curvos em nano e microfluídica.

Aplicação	Referências
Micro-reactores ¹	Jiang et al. (2004)
Equipamento analítico	Nguyen & Wu (2005)
Processos de separação	Ookawara et al. (2006), Schönfeld & Hart (2003), Yamaguchi et al. (2004)
Micro e nanofluídica	Akbarinia & Behzadmehr (2007)
Transferência e calor	Lasbet et al. (2007) Choi & Anand (1993)
Misturadoras laminares	Choi & Anand (1993), Erbacher et al. (1999), Ehrfeld et al. (1999), Haverkamp et al. (1999), Bessot et al. (1999), Lin et al. (2007), Wua et al. (2007), Sudarsan & Ugaz (2006), Liu et al. (2000), Therriault et al. (2003), Hessel et al. (2005), Schönfeld & Hart (2003)

¹A escala de tempo de mistura em relação à escala de tempo da reacção tem um papel fundamental, uma vez que o processo de mistura tem de terminar antes que a reacção esteja completa.

transversal; tempo de residência das partículas de fluido mais elevado; e menor dispersão axial (Berger et al. (1983) e Vashisth et al. (2008)). Estas propriedades devem-se ao escoamento secundário, transversal ao escoamento principal, induzido por forças centrífugas geradas pela curvatura do canal e que os canais rectos não apresentam. Eustice (1911) foi o primeiro a visualizar experimentalmente a existência de escoamento secundário, através da injeção de tinta em água em diferentes canais curvos com formato em “U” e secção circular. Apesar de a análise ser apenas qualitativa, concluiu que os canais curvos seriam mais eficientes na transferência de calor devido ao movimento helicoidal do fluido. As observações de Eustice (1911) foram confirmadas analiticamente, pela primeira vez, por Dean (1927), através do método de perturbação. Contudo, a teoria de Dean (1927) aplica-se apenas a um número limitado de casos e falha em mostrar a dependência do escoamento com a curvatura do canal. Em 1928, Dean deduziu um parâmetro único K , que reflecte a dependência da redução do caudal com a curvatura do canal. Este parâmetro é definido como (Dean (1928a, 1928b)):

$$(4.1) \quad K = 2 \frac{d}{R} \left(\frac{dU_0}{\nu} \right)^2$$

onde, d é o diâmetro da secção transversal, R o raio de curvatura do canal, ν a viscosidade cinemática e U_0 é definido como uma constante com dimensões de velocidade, para um canal curvo genérico com secção circular. No entanto, o parâmetro K foi obtido assumindo curvatura muito reduzida ($C = d/R \ll 1$), e só é válido em escoamentos a baixa velocidade, i.e., para $K \leq 576$ (Dean (1928a, 1928b)). Posteriormente aos trabalhos de Dean, o parâmetro K foi definido de diversas formas por diferentes autores e passou a ser designado por número de Dean (Dn). Van Dyke (1978) e Berger et al. (1983) apresentam uma compilação das relações entre as diferentes versões do número de Dean, algumas delas apresentadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3- Relações entre o parâmetro de Dean (K) e as diferentes definições do número de Dean (Dn).

Autor	Expressão
White (1929a)	$Dn = (2K)^{1/2}$
McConologue & Srivastava (1968)	$Dn = 4K^{1/2}$
Adler (1934), Larrain & Bonilla (1970)	$Dn = \frac{1}{576} K$
Smith (1976a, 1976b)	$Dn = \frac{1}{2} K$

Desde os trabalhos de Dean, vários esforços têm sido realizados no sentido de caracterizar experimentalmente e prever teoricamente o escoamento através de curva. Mas, a complexidade do escoamento e a sua dependência não-linear em inúmeras variáveis, faz

deste tipo de escoamento um interessante e importante objecto de investigação, que se reflecte na quantidade de trabalhos desenvolvidos até aos dias de hoje.

4.1. Escoamento secundário

O escoamento secundário em canais curvos, também conhecido como escoamento de Dean, é induzido por um desequilíbrio de forças, como consequência de uma distribuição não-uniforme da velocidade axial. A distribuição assimétrica da velocidade axial deve-se ao facto de o escoamento, ao entrar na curva, circular como num canal recto e ir de encontro à parede côncava da curva, deslocando a região de velocidade axial máxima para longe do centro, na direcção desta parede (Figura 4.1-a). Este comportamento é acentuado pela força centrífuga, que actua no sentido da parede exterior da curva. Em oposição à força centrífuga, surge um gradiente de pressão que actua no sentido do centro da secção transversal da curva. Para além destas forças, o escoamento é também influenciado pela força viscosa. O escoamento no centro da secção transversal não é influenciado, em grande medida, pela viscosidade, cujos efeitos estão confinados a uma camada fina junto às paredes do canal. Desta forma, o fluido localizado junto às paredes da curva move-se mais lentamente do que o fluido que se encontra mais afastado, devido à viscosidade e à condição de não-eskorregamento na parede (onde a velocidade é nula) (Singh (1974)). Como resultado da actuação destes gradientes, o fluido com maior velocidade (concentrado na região da parede exterior da curva) desloca-se ao longo das paredes laterais na direcção da região onde a velocidade do fluido é menor (junto à parede interior da curva). Enquanto o fluido de menor velocidade, por sua vez, é injectado ao longo do plano central para a região de maior velocidade (Cuming (1952), Bara et al. (1992)). Porque o fluido com maior velocidade é transportado continuamente no sentido da parede interior da curva, e o fluido com menor velocidade é transportado continuamente no sentido da parede exterior da curva, obedecendo à conservação da massa, é gerado um movimento tridimensional de trajectória helicoidal nas metades superior e inferior da secção transversal, ao longo da curva (Figura 4.1-b). Este movimento tridimensional resulta num aumento da resistência do escoamento e na diminuição do fluxo através da curva (Cuming (1952)).

Assim, o escoamento secundário é induzido pelo desequilíbrio entre as forças centrífugas e as forças de pressão, sendo ainda modulado pela interacção com as forças viscosas. O número de Dean (Dn) é a medida da magnitude destas forças, e é aqui definido como a razão entre a inércia e as forças centrífugas, para as forças viscosas (White (1929b), Bara et al. (1992)):

$$(4.2) \quad Dn = \frac{Re}{\sqrt{R_c}}$$

onde $Re = \rho U d / \mu$ é o número de Reynolds e $R_c = R/d$ é a razão de curvatura, U é a velocidade média, d é o comprimento do lado da secção transversal e R é o raio médio de

curvatura do canal (nomenclatura segundo a Figura 4.7). O número de Dean (Dn) trata-se, na verdade, de um número de Reynolds modificado pela curvatura.

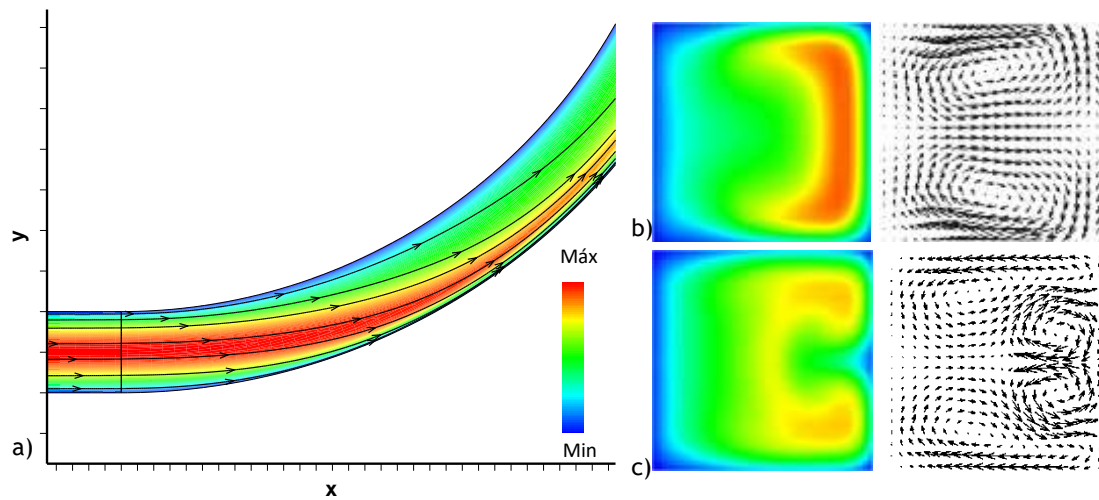


Figura 4.1- Características do escoamento secundário: a) contornos e linhas de corrente da velocidade axial no plano central; e contornos da velocidade axial e campos de vectores da velocidade transversal, para padrão de escoamento com b) 1 par de vórtices e c) 2 pares de vórtices.

A razão de curvatura (R_c) tem um efeito directo no equilíbrio da inércia e na extensão da variação da força centrífuga na secção transversal. Por este motivo, a influência da razão de curvatura pode ser negligenciada apenas para curvaturas muito pouco acentuadas ($R_c \rightarrow \infty$ ou $C \rightarrow 0$). Já o número de Reynolds (Re) controla a inércia e os efeitos das forças viscosas. É a combinação destes efeitos que vai determinar a existência (ou não) e o padrão do escoamento secundário. Assim, para Dn suficientemente pequeno, o escoamento newtoniano em canal curvo (dirigido por um gradiente de pressão na direcção axial) é puramente axial. Para Dn mais elevado, além do escoamento axial principal, ocorre também escoamento transversal. Nestas circunstâncias, se Dn for suficientemente baixo, o escoamento secundário consiste apenas num par de vórtices helicoidais de rotação contrária (também designados por vórtices principais), posicionados simetricamente na secção transversal em relação ao plano central (Figura 4.1-b). Mas, se Dn for suficientemente elevado, ocorrem novos desequilíbrios no escoamento (Joseph et al. (1975)). Nesta situação, o gradiente de pressão radial ao longo da secção transversal do canal é positivo no sentido da parede interior da curva; mas, junto à parede exterior da curva, a força centrífuga diminui abruptamente desde o seu valor máximo até zero (Matsson & Alfredsson (1992)). Isto significa que o escoamento passa a ser estável junto à parede interior da curva e instável junto à parede exterior da curva. Nessa altura, e quando os efeitos viscosos deixam de conseguir equilibrar os efeitos centrífugos junto à parede exterior da curva, surge um par de vórtices adicional nesta região (Figura 4.1-c). O segundo par de vórtices foi observado pela primeira vez por Joseph et al. (1975), em canais de secção transversal rectangular. O segundo par de

vórtices é composto por vórtices simétricos, com dimensão mais reduzida e de rotação contrária, relativamente ao par de vórtices principal (Joseph et al. (1975), Bara et al. (1992), Mees et al. (1996a), entre outros). O aparecimento do novo par de vórtices vai deslocar o centro dos vórtices principais na direcção da parede interior da curva, e vai redistribuir a velocidade, obrigando a velocidade máxima axial a deslocar-se no sentido do centro da secção transversal. Outras consequências do aumento da complexidade do padrão de escoamento são a redução da magnitude máxima da velocidade axial, o aumento da intensidade do escoamento secundário, a redução considerável do fluxo ao longo da curva para um determinado diferencial de pressões e, consequentemente, aumento do factor de resistência do escoamento. Ainda que os dois pares de vórtices possam surgir pelo simples aumento da inércia, são de natureza diferente: enquanto o par de vórtices principal têm origem no desequilíbrio das forças centrífugas e viscosas devido à curvatura; os vórtices adicionais desenvolvem-se na parede côncava da curva e surgem a partir de um valor crítico de Dn . As instabilidades de Dean fazem parte do grupo das instabilidades centrífugas que incluem as instabilidades de Taylor-Couette e de Görtler (Fellouah et al. (2006a)). O seguinte aumento de Dn leva, posteriormente ao desenvolvimento de novos padrões de escoamento. Hille et al. (1985) e Ito (1987), por exemplo, verificaram que aumentando Dn , o par de vórtices adicional desaparece, e Mees et al. (1996a) mostraram que para $Dn = 453$ um terceiro par de vórtices de contra-rotação surge junto à parede exterior da curva.

Embora o aparecimento de um par de vórtices adicional tenha sido já provado em canais curvos com diferentes geometrias, não existe ainda concordância relativamente ao valor para qual ocorre a transição, nem quanto à estabilidade destes padrões de escoamento. Os diferentes métodos usados (numérico, teórico ou experimental), os parâmetros geométricos considerados (razão de curvatura, comprimento do canal, secção transversal, etc.), o tipo de fluido ou modelo usado, são as justificações mais óbvias para a discrepância. Mas os critérios de transição adoptados pelos diferentes autores, e que só raramente são iguais, estão entre as razões que também podem justificar a ausência de concordância. Joseph et al. (1975) e Cheng et al. (1976) mostraram que a transição ocorre para $Dn = 107$ e $Dn = 202$, respectivamente, para curva com secção transversal quadrada e $R_c = 100$. Ghia & Sokhey (1977) verificaram que para $Dn = 55$ o escoamento desenvolve-se num padrão de dois vórtices, para $Dn = 143$ ocorre a transição do padrão de escoamento para quatro-vórtices e assim permanece até $Dn = 210$. Sugiyama et al. (1983), através da visualização do escoamento, descreveram o desenvolvimento do escoamento secundário e mostraram a relação entre os parâmetros geométricos (R_c e A) e o Dn de transição. Hille et al. (1985) estudaram numérica e experimentalmente o desenvolvimento do escoamento numa curva de 180° com secção transversal quadrada e razão de curvatura 6.45, e observaram um segundo par de vórtices para $Dn = 344$, no final da curva (entre 108° e 171°). Outros valores de Dn

de transição para o segundo par de vórtices são apresentados na Figura 4.2 para diferentes autores e parâmetros geométricos.

Autores	R_c	Dn
Joseph et al. (1975)	100	107
	20	244
	10	308
Cheng et al. (1976)	100	202
	10	368
	4	488
Ghia & Sokhey (1977)	36	143
Cheng et al. (1977, citado por Sugiyama et al. (1983))	5	117
Humphrey et al. (1982)	3.35	485
	5	150
	6	148
Sugiyama et al. (1983)	7	146
	8	140
Hille et al. (1985)	6.45	344
Duh & Shih (1989)		125
Hwang & Chao (1991)		113.75
Bara et al. (1992)	15.1	137
Chen & Jan (1993)	10	133.9
Bolinder & Sundén (1999)	5	130
Hatzikonstantinou & Sakalis (2004)	10	118
Norouzi & Biglari (2013)	10	135

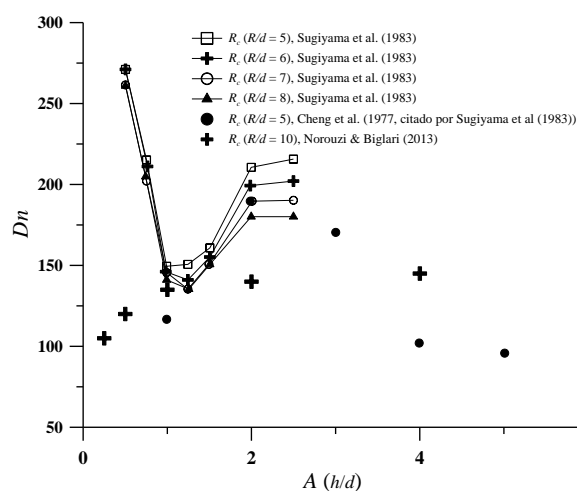


Figura 4.2- Dn de transição para padrão com par adicional de vórtices: tabela de valores do Dn de transição v.s. R_c , para curvas com secção transversal quadrada ($A = 1$); gráfico de variação do valor do Dn de transição v.s. razão de aspecto (A), para diferentes R_c (adaptado de Sugiyama et al. (1983)).

Contudo, o aparecimento dos vórtices adicionais não está limitado a um valor único de Dn . Em vez disso, e dependendo das condições de escoamento assumidas, podem surgir múltiplas soluções numa gama de valores de Dn . Winters (1987) apresentou o primeiro estudo completo sobre soluções múltiplas e a sua estabilidade, dentro de uma gama de valores de Re . Revelou uma estrutura complexa de ramos de solução em função de Re , com várias regiões onde as soluções de 1 e 2 pares de vórtices coexistem, para o mesmo valor de Re . Mostrou também que o escoamento simétrico de dois pares de vórtices pode tornar-se instável para determinadas condições de escoamento. A análise foi feita para canais de curvatura pouco acentuada ($R_c = 50$) e escoamento completamente desenvolvido. Desde o trabalho de Winters (1987), vários estudos foram realizados neste tema, acrescentando sempre maior complexidade à já complicada estrutura de soluções.

O aumento da inércia para valores de Dn muito elevados, não resulta numa transição abrupta de regime laminar para regime turbulento. Na verdade, o desenvolvimento do escoamento secundário tem um efeito estabilizador importante do escoamento em curvas, relativamente aos canais rectos. Devido à elevada estabilidade do escoamento em curvas, é

possível aumentar o Re para valores muito superiores, sem que o escoamento atinja o regime turbulento. Esta característica dá origem a uma região de transição entre escoamento laminar e turbulento, onde se observam padrões de escoamento complexos com múltiplos vórtices, simétricos e assimétricos, e transientes.

Para além dos efeitos de inércia e da geometria, outros parâmetros como as condições de entrada e o tipo de fluido são importantes na formação e desenvolvimento do escoamento secundário, e muitas vezes vão acrescentar complexidades e padrões de escoamentos difíceis de prever. Prova disso é, por exemplo, a ocorrência de escoamento secundário em escoamentos de fluidos perfeitamente invíscidos através canais curvos. Enquanto no escoamento de fluidos viscosos, o escoamento secundário é atribuído ao efeito do gradiente de pressão radial e à força centrífuga, no escoamento de fluidos perfeitamente invíscidos resulta da distribuição não-uniforme da velocidade à entrada da curva (Squire & Winter (1951), Hawthorne (1951)). De facto, o escoamento secundário pode ocorrer onde quer que haja escoamento através de canais curvos.

4.1.1. Número de Reynolds crítico

No escoamento em curvas, o fluido experimenta maior resistência ao passar através da curva do que em canal recto (Singh (1974)). Este aumento de resistência resulta numa diminuição do caudal e numa maior queda de pressão ao longo da curva. Consequentemente, o escoamento torna-se mais estável do que em canal recto, apresentando um número de Reynolds crítico ($Re_{crítico}$, é o número de Reynolds de transição do estado laminar para o estado turbulento) mais elevado (Soh & Berger (1984)). Enquanto o $Re_{crítico}$ para um canal recto é de $\cong 2100$, num canal curvo, mesmo de curvatura reduzida, será maior num factor de dois ou mais, dependendo da geometria (Berger et al. (1983)). Este facto foi primeiramente confirmado por White (1929a), Taylor (1929) e Adler (1934). White (1929a) verificou que é necessário um Re superior a 9000 para que o escoamento turbulento persista ao longo de um canal com razão de curvatura $R_c = 15$, e mesmo para um canal com curvatura pouco acentuada ($C = 1/50$) o escoamento mantém-se não turbulento até $Re = 6000$. Para a mesma curvatura Adler (1934) reportou um $Re_{crítico} = 5620$, e $Re_{crítico} = 4730$ e 3980 para as curvaturas $C = 1/100$ e $1/200$, respectivamente. O gráfico da Figura 4.3 mostra a variação de $Re_{crítico}$ com a curvatura, reportada por diferentes autores, ficando claro o aumento quase linear de $Re_{crítico}$ com C , na escala logarítmica. Todavia, Taylor (1929) foi mais longe nas observações e mostrou, pela primeira vez, a existência de uma gama de valores de Re onde o escoamento tem características variáveis (dependentes do tempo) sem que seja turbulento. Apresentou dois valores de Re distintos: o $Re_{crítico}$ máximo para o qual o escoamento é estacionário; e o $Re_{crítico}$ mínimo para o qual o escoamento é completamente turbulento.

Assim, para razões de curvatura $R_c = 18.7$ e 31.9 , verificou um $Re_{crítico}$ mínimo de 7100 e 6350, respectivamente. No entanto, o escoamento é estacionário apenas quando $Re \leq 5830$ e $Re \leq 6350$ para a primeira e segunda curvatura, respectivamente. A curvatura tem, assim, um papel fundamental neste processo, que foi estudado por Cioncolini & Santini (2006a, 2006b). Para curvatura acentuada ($R/d < 25$) a transição de escoamento laminar para turbulento na curva é gradual, mas as curvaturas intermédias ($25 \leq R/d \leq 150$) são mais eficientes no retardamento da transição e, por isso, requerem maior Re para que o escoamento atinja o estado turbulento, relativamente às curvas mais acentuadas. No caso de curvatura pouco acentuada ($R/d > 150$) o retardamento ocorre apenas no início da curva e rapidamente transita para escoamento turbulento, sendo a transição tão rápida quanto menor o comprimento angular da curva.

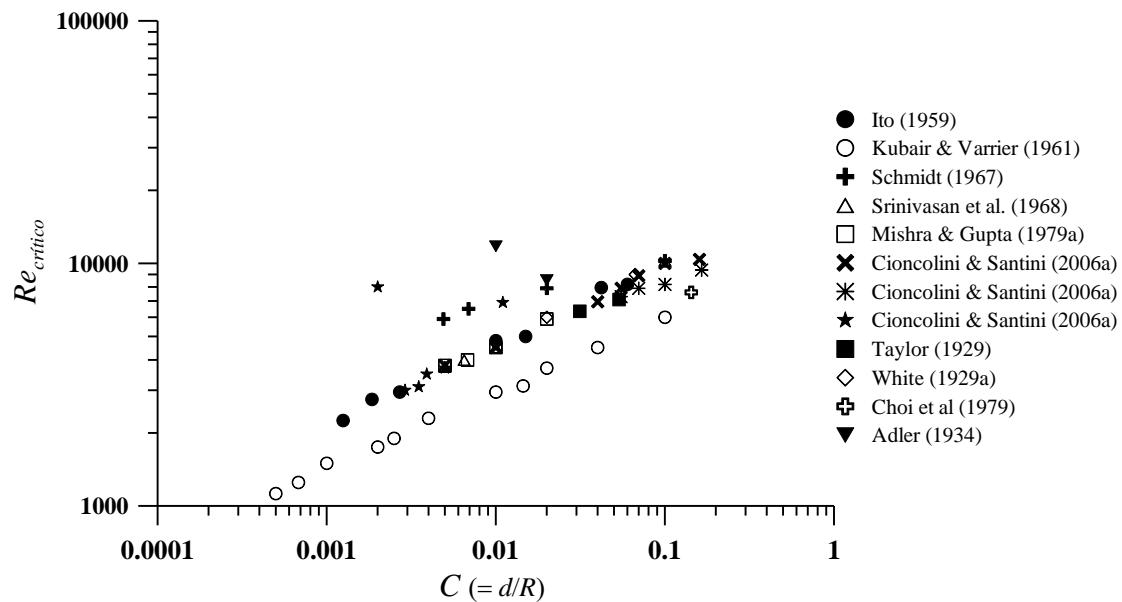


Figura 4.3- Valores de $Re_{crítico}$ em função da curvatura do canal, apresentados por diferentes autores.

O valor de $Re_{crítico}$ em canais curvos, depende claramente da curvatura, onde se verifica um aumento do $Re_{crítico}$ com o aumento de C . No entanto, esta relação não é linear na extensão total da curva (Sreenivasan & Strykowski (1983)). Para além da dependência de $Re_{crítico}$ com R_c , Sreenivasan & Strykowski (1983) verificaram que este valor é distinto para diferentes localizações na secção transversal e ao longo da curva. Isto é, é necessário maior Re para que o escoamento se torne turbulento junto da parede interior do que na parede exterior da curva; e o $Re_{crítico}$ aumenta ao longo do comprimento da curva até um valor constante (mais precisamente, 3 voltas completas através de canal helicoidal). Por este

motivo, os autores consideraram o $Re_{crítico}$, numa determinada posição na curva, como sendo o valor em que a transição ocorre em toda a secção transversal dessa localização. O mesmo tipo de observações foi feito, mais tarde, por Webster & Humphrey (1993). Para $5060 < Re < 6330$ e $R_c = 18.2$, Webster & Humphrey (1993) verificaram que o escoamento apresenta oscilações de baixa frequência na metade da secção transversal do canal junto à parede exterior da curva, enquanto na metade junto à parede interior da curva o escoamento permanece estacionário. O escoamento só passa a turbulento para $Re \geq 7590$. Estas oscilações tinham sido já visualizadas por Taylor (1929). Por este motivo, Webster & Humphrey (1993) defendem que no caso de canais curvos não se deve falar de um valor único de transição, mas de uma região de transição. Embora o $Re_{crítico}$ exacto seja difícil de determinar, para escoamentos em canais curvos, vários autores propuseram equações de correlação para determinar este valor em função da razão de curvatura ($R_c = R/d$). A Tabela 4.4 resume algumas destas correlações propostas por diferentes autores.

Tabela 4.4- Correlações propostas por diferentes autores para determinar o número de Reynolds crítico ($Re_{crítico}$) de transição de escoamento laminar para escoamento turbulento em função da razão de curvatura.

Autor	Expressão	Condições
Ito (1959)	$Re_{crítico} = \frac{20000}{R_c^{0.32}}$	$15 < R_c/d < 860$
Kubair & Varrier (1961)	$Re_{crítico} = \frac{12730}{R_c^{0.32}}$	$10 < R_c < 2000$
Schmidt (1967)	$Re_{crítico} = 2300 \left(1 + \frac{8.6}{R_c^{0.32}} \right)$	$R_c < 200$
Sreenivasan et al. (1968)	$Re_{crítico} = 2100 \left(1 + \frac{126}{R_c^{0.25}} \right)$	$R_c < 200$
Mishra and Gupta (1979a)	$Re_{crítico} = 20000 \left(\lambda / \left(1 + \left(\frac{b}{2\pi R} \right)^2 \right) \right)^{0.32}$	tem em conta o passo (b) do canal helicoidal
	$Re_{crítico} = 30000(R_c)^{-0.47}$	$R_c \leq 24$
Cioncolini & Santini (2006a, 2006b)	$Re_{crítico} = 12500(R_c)^{-0.31}$	$30 \leq R_c \leq 110$
	$Re_{crítico} = 120000(R_c)^{-0.57}$	
	$Re_{crítico} = 2300 \left(1 + 210(R_c)^{-1.12} \right)$	$R_c \geq 150$

A estabilização do escoamento, que é turbulento em canal recto, por efeito da curva designa-se por laminarização, e foi testemunhada primeiramente por Taylor (1929) e White (1929a). Durante a laminarização, ocorre, em primeiro lugar, a estabilização do escoamento turbulento junto da parede interior da curva (parede convexa e estabilizadora) e só depois, a uma distância a jusante na curva, ocorre a estabilização do escoamento junto da parede

exterior da curva (parede côncava e desestabilizadora) (Sreenivasan & Strykowski (1983)). Por este motivo, a laminarização pode ser parcial ou completa, dependendo das condições de escoamento. A capacidade de uma conduta curva laminarizar um escoamento de entrada turbulento diminui com o aumento de Re , i.e., no caso limite em que o Re à entrada da curva excede o $Re_{crítico}$ da curva, não ocorre laminarização, mas depende também da distância axial para ser efectiva. Em curvas com distância angular de 90° , por exemplo, a laminarização praticamente não ocorre (Kurokawa et al. (1998)).

Ademais, a estabilização do escoamento prolonga-se para além da curva. Considerando que a seguir à secção curva do canal existe um canal recto de saída, apesar de o $Re_{crítico}$ diminuir novamente, quando o escoamento sai da curva, não diminui até ao esperado $Re_{crítico}$ para canal recto, mas sim para um $Re_{crítico}$ superior. Este comportamento do escoamento deve-se à persistência do escoamento secundário mesmo depois de sair da curva, onde já não está sob o efeito directo desta. Contudo, o efeito do escoamento secundário vai-se desvanecendo até que, ao fim de uma determinada distância a jusante da saída da curva, o escoamento volta às características do escoamento em canal recto.

4.1.2. Factor de atrito

Em canais curvos, o escoamento sofre um aumento da perda da energia total por atrito junto às paredes, devido ao aumento da transferência de quantidade de movimento na secção transversal provocado pelo escoamento secundário nessa direcção. Assim, a variação da resistência do escoamento está estreitamente ligada às alterações do escoamento secundário (Nobari & Amani (2009)). Uma forma de expressar a resistência que o escoamento experimenta ao passar num canal é através do factor de atrito. No entanto, enquanto a expressão que define o factor de atrito para canais rectos (f_s) é bem conhecida, para os casos laminar e turbulento, o mesmo não acontece no caso do factor de atrito para canais curvos (f_c). De facto, não existe uma expressão única que englobe todas as possibilidades geométricas e condições de escoamento possíveis, e, por isso, existem inúmeras expressões, desenvolvidas por diferentes autores. Estas correlações são válidas apenas para geometrias particulares e em condições específicas de escoamento. Em alguns casos são aplicáveis a uma gama limitada de Dn (por exemplo, Dean (1928a), Tarbell & Samuels (1973) e Topakoglu (1967)), noutros casos não têm em consideração o parâmetro geométrico tal como o passo dos canais helicoidais (por exemplo, White (1929a, 1929b), Adler (1934) e Schmidt (1967)), e muitas vezes não satisfazem a condição limite: quando Dn tende para 0, o f_c tende para f_s .

Na Tabela 4.5 são apresentadas algumas correlações e respectivas condições de aplicabilidade propostas por diferentes autores. Estas e outras correlações podem ser encontradas em Vashisth et al. (2008), Van Dyke (1978) e Manlapaz & Churchill (1980), que

Tabela 4.5- Correlações do factor de atrito, para escoamentos em regime laminar, apresentadas por diferentes autores.

Autores	Expressão	Geometria	Método	Restrições
Dean (1928b)	$f_c/f_s = 1.03058(Dn^2/288)^2 + 0.1195(Dn^2/288)^4$	Toroidal	Analítico	C reduzido $Dn < 20$
White (1929b)	$f_c/f_s = 1 - \left[1 - (11.6/Dn)^{0.45}\right]^{1/0.45}$	Canal circular ¹	Empírico	$R_c = 5.15, 50, 2050$ $f_c/f_s = 1$ para $Dn < 11.6$
Adler (1934)	$f_c/f_s = 0.1064\sqrt{Dn}$		Teórico e experimental	elevado Dn
Ito (1959)	$f_c/f_s = 21.5Dn/(1.56 + \log_{10} Dn)^{5.73}$		Empírico	$13.5 < Dn < 2000$
	$f_c\sqrt{C} = 0.079(ReC^2)^{-0.2}$	Canal circular	Empírico	$ReC^2 > 6$
Kubair & Varrirer (1962)	$f_c = 0.7716\exp(3.553C)Re^{-0.5}$	Helicoidal	Empírico	$2000 < Re < 9000$ $0.037 < C < 0.097$
Barua (1963)	$f_c/f_s = 0.509 + 0.0918\sqrt{Dn}$	Toroidal	Teórico	elevado Dn
Mori & Nakayama (1967a, 1967b)	$f_c/f_s = 1/(1 - 3.253\sqrt{Dn})$	Canal circular	Teórico	$13.5 < Dn < 2000$
	$f_c\sqrt{R_c} = 0.075(ReC^2) - 0.2(1 + 0.112ReC^2)^{-0.2}$	Canal circular	Teórico e experimental	
Topakoglu (1967)	$f_c = f_s \left(1 - 0.03058\left(\frac{Dn^2}{288}\right)^4 - 0.1833\left(\frac{Dn^2}{288}\right)\frac{1}{C} + \frac{1}{48C^2}\right)^{-1}$	Canal circular	Analítico	baixo Dn
Schmidt (1967)	$f_c/f_s = 1 + 0.14C^{0.97}Re^{(1-0.644C^{0.312})}$		Empírico	$100 < Re < Re_{crítico}$
	$f_c = 5.22(Re\sqrt{R_c})^{-0.6}$	Helicoidal	Empírico	$0.0097 < C < 0.135$ $30 < Dn < 300$
Srinivasan et al. (1968)	$f_c = 1.8(Re\sqrt{R_c})^{-0.5}$	Helicoidal	Empírico	$0.0097 < C < 0.135$ $30 < Dn < Re_{crítico}C^{1/2}$
	$f_c = 1.084(Re\sqrt{R_c})^{-0.2}$	Helicoidal	Empírico	$0.0097 < C < 0.135$ $Re < Re_{crítico}$
Ito (1969)	$f_c/f_s = 0.1033\sqrt{Dn} \left[(1 + 1.729/Dn)^{0.5} - (1.729/Dn)^{0.5} \right]^{-3}$	Curva	Teórico	
Tarbell & Samuels (1973)	$f_c/f_s = 1 + (0.0008279 + 0.007964C)Re - 2.096 \times 10^{-7}Re^2$	Toroidal	Numérico	$20 < Dn < 500$ $8.57 < R_c < 30$
Collins & Dennis (1975)	$f_c/f_s = 0.38 + 0.1028\sqrt{Dn}$	Toroidal	Numérico	$96 \leq Dn \leq 5000$
Van Dyke (1978)	$f_c/f_s = 0.47136Dn^{1/4}$	Toro	Teórico	$Dn > 30$ C reduzido
Mishra & Gupta (1979a) ²	$f_c/f_s = 1 + 0.033(\log_{10} He)^4$	Helicoidal	Empírico	$1 < He < 3000$
Dennis (1980)	$f_c/f_s = 0.388 + 0.1015\sqrt{Dn}$	Toroidal	Numérico	elevado Dn
Dennis & Ng(1982)	$f_c/f_s = 4\sqrt{2}Re/Dn$	Toroidal	Numérico	$96 \leq Dn \leq 5000$
Hart et al (1988) ³	$f_c = \frac{0.07725}{(\log_{10}(Re/7))^2} \left[1 + \left(\frac{0.090Dn^{1.5}}{70 + Dn} \right) \right]$	Helicoidal		$0 < Re < Re_{crítico}$ quando $Dn \rightarrow 0$ $f_c = f$

NOTA: ¹Uma volta completa de canal helicoidal (360°); ²Número helicoidal (He) dado por $He = Dn \left[1 + (b/2\pi R)^2 \right]^{-1/2}$ onde b é o passo; ³ $Re_{crítico}$ é calculado pela equação dada por Srinivasan et al. (1968).

apresentam uma compilação das equações encontradas na literatura. Das correlações propostas (Tabela 4.5) existem dois tipos de correlações: as que são baseadas na razão f_c/f_s e as que são baseadas em f_c . Enquanto no primeiro caso só são válidas para valores de $Re < 2100$ (valor limite para escoamento laminar em canal recto), no segundo caso a correlação pode ser desenvolvida para toda a gama de Re .

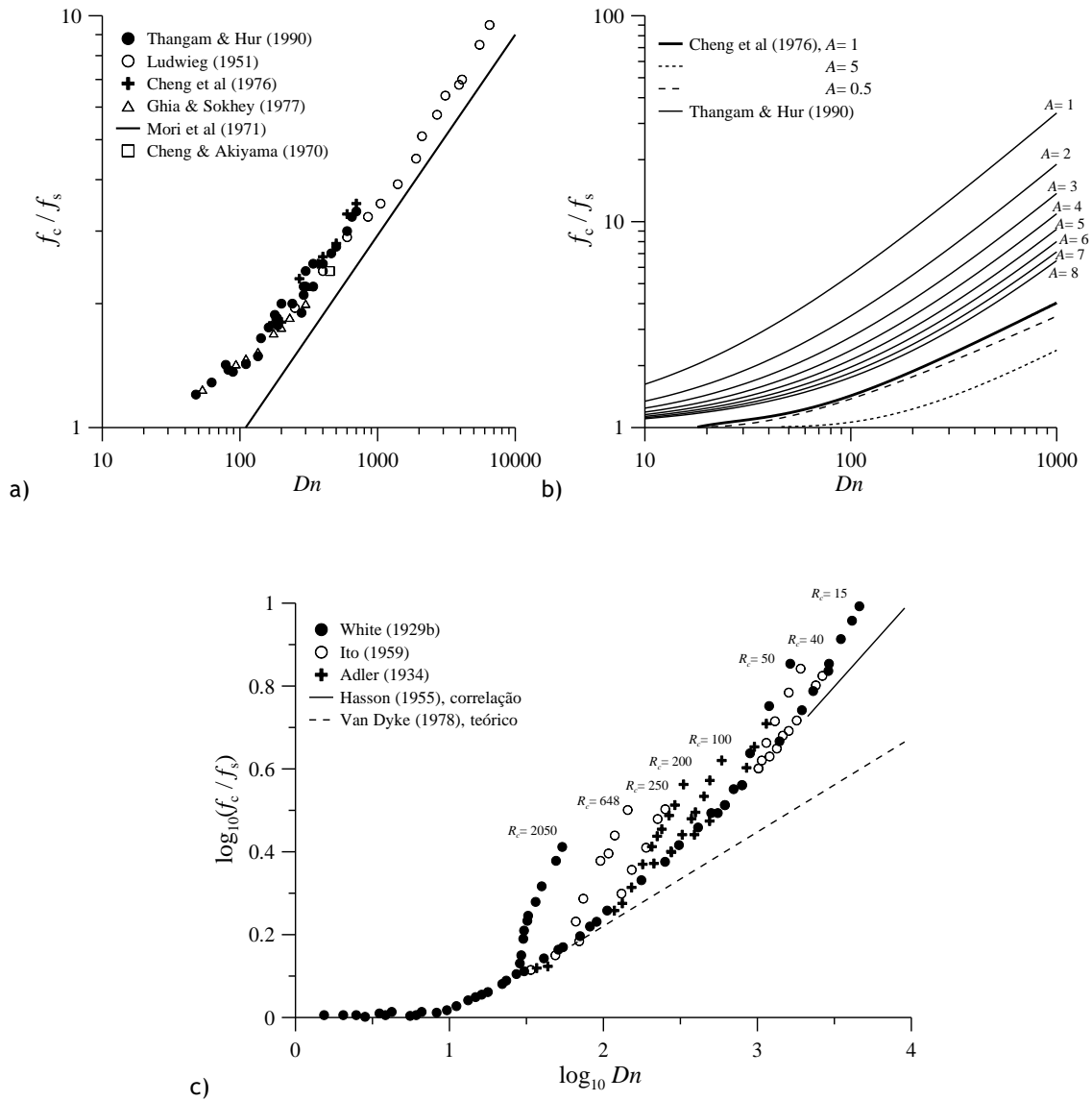


Figura 4.4- Variação do factor de atrito com Dn : a) para canais curvos de secção quadrada; b) para canais curvos de secção rectangular com variação da razão de aspecto (A); c) para canais de secção circular com variação da razão de curvatura (R_c). Valores apresentados por diferentes autores.

De uma forma geral, o crescimento do factor de atrito em canais curvos com Dn é monótono (Figura 4.4). Isto é, quer o aumento da velocidade axial (Dn , Figura 4.4) quer a

diminuição da razão de curvatura (R_c , Figura 4.4-c) leva a um aumento da intensidade do escoamento secundário e, conseqüentemente, ao aumento do atrito nas paredes do canal e à diminuição do caudal (Thangam & Hur (1990)). Já o aumento da razão de aspecto (A , Figura 4.4-b) leva à diminuição do factor de atrito e ao aumento do caudal, uma vez que com o aumento de A o efeito das paredes laterais sobre o escoamento diminui, enfraquecendo o escoamento secundário (Thangam & Hur (1990)). Os gráficos da Figura 4.4 mostram que, na realidade, o Dn não é suficiente para caracterizar completamente todo e qualquer escoamento em curva. Na verdade, a razão de factores de atrito (f_c/f_s) só é função de Dn para curvas pouco acentuadas ($R_c \rightarrow \infty$), sendo, por isso, mais realista olhar para a variação de f_c/f_s como função de Re e R_c separadamente. A variação do factor de atrito foi estudada experimentalmente por Grundmann (1985) e Hart et al. (1988), que desenvolveram um diagrama de variação do factor de atrito com o Re , para canais de paredes lisas com diferentes curvaturas, semelhante ao diagrama de Moody para canais rectos.

Autores	Expressão	Restrições
Cheng & Akiyama (1970)	$f_c/f_s = 0.225 Dn^{0.39}$	$A = 1$ $100 < Dn < 1500$
Baylis (1971)	$f_c/f_s = 1.51 \sqrt{Dn}$	$A = 1$ e $500 < Dn < 70000$
Cheng et al. (1976)	$f_c/f_s = C_0 \sqrt{Dn} (1 + C_1 Dn^{-1/2} + C_2 Dn^{-1} + C_3 Dn^{-3/2} + C_4 Dn^{-2})$	C_0 a C_4 depende de A $A = 1, 2, 5$ e 0.5
Thangam & Hur (1990)	$f_c/f_s = 1 + 0.086 (Dn/A)^{0.86}$	$1 \leq A \leq 8$ $10 < Dn < 1000$

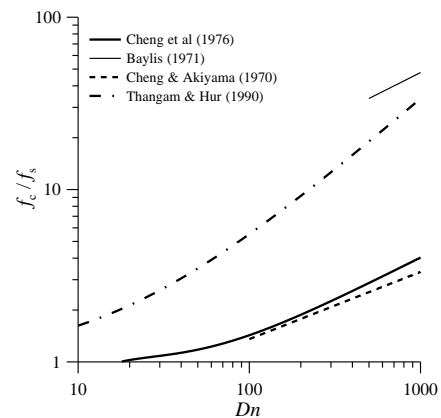


Figura 4.5- Correlações do factor de atrito para curvas com secção transversal rectangular, apresentadas por diferentes autores: tabela das expressões e respectivas restrições de aplicabilidade, e representação gráfica das correlações para $A = 1$.

Na Figura 4.5 são ainda apresentadas algumas correlações de diferentes autores juntamente com a sua representação gráfica, para canais curvos de secção rectangular. De salientar que as correlações propostas por Hart et al. (1988) (na Tabela 4.5) e de Thangam & Hur (1990) (na Figura 4.5) levam correctamente ao limite $f_c/f_s \rightarrow 1$ quando $Dn \rightarrow 0$, para curvas com secção circular e rectangular, respectivamente.

4.1.3. Escoamento completamente desenvolvido

O escoamento é considerado completamente desenvolvido quando o campo de velocidades se mantém invariável ao longo do canal. Por este motivo, quando são considerados Dn intermédios e elevados, o escoamento completamente desenvolvido é estudado, na sua maioria, usando canais curvos toroidais ou helicoidais de passo (b) reduzido. Apesar de a distância necessária para que o escoamento atinja o desenvolvimento completo depender,

como já referido, de Dn , da geometria e das condições de entrada, a estrutura do escoamento completamente desenvolvido é independente das condições de entrada, mas é sempre dependente de Dn e da geometria. Quando Dn é muito reduzido o escoamento secundário é reduzido, o perfil de velocidade axial não é afectado, e o factor de atrito é igual ao de um canal recto. Quando Dn aumenta, o máximo da velocidade axial desloca-se na direcção da parede exterior e o factor de atrito torna-se maior que o de um canal recto para o mesmo Re . A estas alterações dos perfis de velocidade axial estão associadas a transformações significativas da estrutura do escoamento secundário. Tal como descrito anteriormente, a primeira alteração no escoamento secundário com o aumento de Dn é o aparecimento de um par adicional de vórtices simétricos junto à parede exterior da curva (Baylis (1971), Cheng et al. (1976), Ghia & Sokhey (1977), Nandakumar & Masliyah (1982), Hille et al. (1985)).

Em escoamento completamente desenvolvido, Masliyah (1980) e Dennis & Ng (1982) mostraram pela primeira vez que, a partir de um determinado Dn , a solução com 2 pares de vórtices simétricos não é única, para secção semi-circular e circular, respectivamente. Observaram que existe uma segunda família de soluções constituída por apenas 1 par de vórtices simétricos, para a mesma gama de Dn . A dualidade da solução do escoamento através de canal curvo foi confirmada por Winters (1987) para secção quadrada. Este padrão de escoamento de 2 pares de vórtices simétricos foi, durante muito tempo, descrito, não como um padrão instável mas, como um padrão estável característico do escoamento em curva. Contudo, Winters (1987), num trabalho de investigação de referência, pôs em causa a estabilidade da solução com dois pares de vórtices e apresentou o primeiro diagrama de bifurcação da solução do escoamento através de canal curvo com secção quadrada. Depois do trabalho de Winters (1987), vários autores estudaram o diagrama de bifurcação da solução em curvas e acrescentaram novos ramos de solução que dependem do tipo de perturbação aplicada. Alguns exemplos são as publicações de: Yanase & Nishiyama (1988), Yanase et al. (1989), Yanase et al. (2002), Haines et al. (2013), Wang & Yang (2004), Yanase et al. (2005a, 2005b), Mondal & Alam (2007), Mondal et al. (2007a, 2007b, 2009a, 2009b), Mondal & Islam (2013), Mondal et al. (2013b, 2013d), Wang & Yang (2005), Wang & Liu (2007), Daskopoulos & Lenhoff (1990); admitindo diferentes perturbações, tais como, temperatura, Dn , rotação, A , d/R , etc.

Apesar de já terem sido observadas soluções múltiplas em escoamentos de canais curvos de diferentes secções, a existência destas soluções nem sempre é verificada. Antes de Winters (1987), Hille et al. (1985) tinham já tentado verificar a existência de bifurcação. Porém, Hille et al. (1985) não verificaram o fenómeno de bifurcação, e defenderam a estabilidade da solução de 4 vórtices obtida. Esta observação justifica-se com o facto de Hille et al. (1985) terem considerado escoamento em desenvolvimento e não escoamento completamente desenvolvido. Também Thangam & Hur (1990) observaram solução estável constituída por dois pares de vórtices, através de simulações dependentes do tempo

realizadas para uma gama de valores de $250 \leq Dn \leq 525$ e $3 \leq R/d \leq 10$, em que o escoamento tende no sentido da estrutura de quatro vórtices obtida em escoamento estacionário, para diferentes tipos de perturbações. No entanto, os resultados de Thangam & Hur (1990) não validam que a solução seja sempre estável, mas sim que a magnitude da perturbação para desestabilizar o escoamento é consideravelmente maior.

A multiplicidade da solução do escoamento e a sua estabilidade são em parte responsáveis pela grande diferença entre os valores de factores de fricção, Dn crítico, transferência de calor e massa, etc., reportados na literatura.

4.2. Escoamento em curva de 180° com secção transversal rectangular

Este trabalho é dedicado ao escoamento em desenvolvimento de fluidos newtoniano e viscoelásticos através de curva de 180° com secção transversal rectangular, considerando diferentes condições de escoamento.

Todos os escoamentos analisados são tridimensionais, isotérmicos e laminares, mas as condições específicas de escoamento serão sempre especificadas na introdução de cada problema. Os fluidos são incompressíveis e de propriedades constantes, e seguem a reologia de fluido newtoniano e, no caso viscoelástico, de fluido FENE-CR e FENE-P. Por se tratar de um estudo de natureza fundamental, todas as variáveis são adimensionais.

São assumidas condições de não escorregamento nas paredes ($u = v = w = 0$) e é, em geral, imposto um perfil de velocidade de escoamento completamente desenvolvido à entrada, salvo alguma excepção devidamente referida. Para o modelo FENE-CR, uma vez que a viscosidade de corte é constante, o perfil de velocidade de escoamento completamente desenvolvido na entrada é o mesmo considerado para o caso Newtoniano, para o qual existe uma solução analítica bem conhecida. No caso FENE-P o perfil parabólico de entrada poderá ser consultado em Cruz et al. (2005) e Gerardo (2010), onde foi deduzido analiticamente aquando da implementação e validação do modelo FENE-P no programa de simulação aqui utilizado. Na saída, são impostas condições de gradientes axiais nulos para a pressão e para a velocidade. As simulações foram levadas a cabo considerando todo o domínio (não foram impostas condições de simetria), devido à possibilidade de ocorrerem escoamentos assimétricos (por exemplo, Mees et al. (1996a)).

Em geral, as condições de escoamento são alteradas fazendo variar os números adimensionais relevantes, a geometria do canal e as condições de entrada. Os números adimensionais considerados são: o número de Reynolds (Re) para a inércia; o número de Weissenberg (Wi) para a elasticidade e, os parâmetros dos modelos tipo FENE, a extensibilidade (L^2) e o parâmetro de retardamento (β). Consoante a pertinência, poderão ser considerados números adimensionais modificados, como por exemplo o número de

Weissenberg modificado (Wi_{mod}) com $Wi_{\text{mod}} = (1 - \beta)Wi$, que relaciona o Wi com o parâmetro de retardamento, de forma a tornar implícita a influência elástica de β . A geometria da curva é alterada fazendo variar a razão de curvatura (R_c) e a razão de aspecto (A). Já as condições de entrada são variadas alterando o perfil de escoamento de entrada. O escoamento, sob o efeito dos diferentes parâmetros e condições, será caracterizado ao longo do comprimento angular do canal e na secção transversal.

Antes da análise do escoamento através de curva é importante referir que o sistema de coordenadas cartesianas (x, y, z) foi transformado de forma que o cálculo das variáveis (velocidade, tensão e pressão) acompanhasse a curvatura do canal.

4.2.1. Transformação das coordenadas cartesianas

Se ao sistema cartesiano original (x, y, z) estiver associada uma rotação angular θ em torno do eixo z , o sistema de coordenadas passa a ser definido como (x', y', z'), (Figura 4.6).

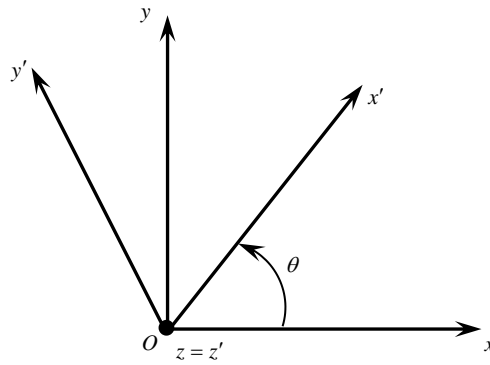


Figura 4.6- Transformação das coordenadas cartesianas.

Aplicando a transformação aos vectores unidade $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}) = (\hat{\mathbf{x}}', \hat{\mathbf{y}}', \hat{\mathbf{z}}')$ tem-se, na forma matricial, que:

$$(4.3) \quad \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{y}} \\ \hat{\mathbf{z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}' \\ \hat{\mathbf{y}}' \\ \hat{\mathbf{z}}' \end{pmatrix}$$

Pela notação tensorial os vectores unidade são representados por $e'_i = B'_{ij}e_j$, onde B'_{ij} é dado por:

$$(4.4) \quad B'_{ij} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sabendo que a matriz de mudança de base é definida pela operação inversa, $e_i = B_{ij}e'_j$, e sendo B uma matriz ortogonal, isto é, $B^{-1} = B^T = B'$, os vectores unidade passam a ser escritos como:

$$(4.5) \quad \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}' \\ \hat{\mathbf{y}}' \\ \hat{\mathbf{z}}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{y}} \\ \hat{\mathbf{z}} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B_{ij} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Considerando os vectores velocidade (\mathbf{U}) e posição (\mathbf{r}):

$$(4.6) \quad \mathbf{U} = u\hat{\mathbf{x}} + v\hat{\mathbf{y}} + w\hat{\mathbf{z}} = u'\hat{\mathbf{x}}' + v'\hat{\mathbf{y}}' + w'\hat{\mathbf{z}}' \quad \text{e} \quad \mathbf{r} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$$

são representados na forma tensorial, respectivamente, como:

$$(4.7) \quad \mathbf{U} = u_k e_k = u'_l e'_l \quad \text{e} \quad \mathbf{r} = r_k e_k = r'_l e'_l$$

Aplicando aos dois vectores as regras de mudança de base, apresentadas anteriormente, e aqui apresentada para o vector velocidade (\mathbf{U}):

$$(4.8) \quad \mathbf{U} = u_k e_k = u_k B_{kj} e'_j = u'_j e'_j \Leftrightarrow u'_j = u_k B_{kj}$$

Sendo mais fácil usar $u'_j = B'_{ij} u_j$, obtido através de $u'_j = u_j B_{ij} = u_j B'_{ij} = B'_{ij} u_j$, as componentes do vector velocidade são dadas por:

$$(4.9) \quad \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & v & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \cos \theta + v \sin \theta \\ -u \sin \theta + v \cos \theta \\ w \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} u' = u \cos \theta + v \sin \theta \\ v' = -u \sin \theta + v \cos \theta \\ w' = w \end{cases}$$

Fazendo a transformação inversa $\mathbf{U} = u_k e_k = u'_k e'_k = u'_k B'_{kj} e_j$, isto é $u_i = u'_j B'_{ji}$ ou $u_i = B_{ij} u'_j$, obtém-se:

$$(4.10) \quad \begin{cases} u = u' \cos \theta - v' \sin \theta \\ v = u' \sin \theta + v' \cos \theta \\ w = w' \end{cases}$$

Aplicando o mesmo procedimento ao vector posição (\mathbf{r}), obtém-se:

$$(4.11) \quad \begin{cases} x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \\ y = x' \sin \theta + y' \cos \theta \\ z = z' \end{cases}$$

A transformação de um tensor segue os mesmos princípios da transformação de vectores, descrita anteriormente, mas com a particularidade de ser mais elaborada. A transformação

de um tensor genérico (τ) é aqui necessária para proceder à transformação do tensor das tensões segundo as novas coordenadas. Assim, o tensor quantidade, que é invariante, pode ser expresso nos dois sistemas de coordenadas como:

$$(4.12) \quad \tau = \tau_{ij} e_i e_j = \tau'_{lm} e'_l e'_m$$

Aplicando o raciocínio anterior ao tensor das tensões e assumindo que é simétrico ($\tau_{ij} = \tau_{ji}$), resulta nas seguintes expressões finais para cada componente da tensão:

$$(4.13) \quad \begin{cases} \tau_{xx} = \tau'_{xx} \cos^2 \theta - 2\tau'_{yx} \sin \theta \cos \theta + \tau'_{yy} \sin^2 \theta \\ \tau_{yy} = \tau'_{xx} \sin^2 \theta + 2\tau'_{yx} \sin \theta \cos \theta + \tau'_{yy} \cos^2 \theta \\ \tau_{xy} = \tau'_{xx} \sin \theta \cos \theta + \tau'_{yx} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - \tau'_{yy} \cos \theta \sin \theta \\ \tau_{zx} = \tau'_{zx} \cos \theta - \tau'_{zy} \sin \theta \\ \tau_{zy} = \tau'_{zx} \sin \theta + \tau'_{zy} \cos \theta \\ \tau_{zz} = \tau'_{zz} \end{cases}$$

No seguimento, as variáveis com pelica ('), calculadas no sistema de referencial “rodado”, serão designadas com letra maiúscula. Isto é, $(X, Y, Z) = (x', y', z')$, $(U, V, W) = (u', v', w')$ e $(\tau_{ij}) = (\tau'_{ij})$ (com i e j igual a X, Y e Z). Neste trabalho, o escoamento principal segue a direcção axial (segundo o plano (X, Y)) e é definido pela componente U da velocidade. Por sua vez, o escoamento secundário desenvolve-se na direcção transversal (segundo o plano (Y, Z)) e é definido pelas componentes (V, W) da velocidade.

A vorticidade (ω) é uma grandeza física que serve para quantificar a rotação de um elemento de fluido em escoamento, é definida pelo rotacional do campo da velocidade, e está estreitamente ligado às tensões tangenciais desenvolvidas. A vorticidade é um campo vectorial (ω) definido por:

$$(4.14) \quad \omega = \text{rot}(u) = \nabla \times u$$

Em coordenadas cartesianas é dado por:

$$(4.15) \quad \omega = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = \hat{x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \hat{y} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \hat{z} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \hat{x} \omega_x + \hat{y} \omega_y + \hat{z} \omega_z$$

onde os gradiente de velocidade são avaliados usando as regras de transformação diferencial utilizadas no código computacional, tal como descrito no Capítulo 3.

Para o escoamento tridimensional em desenvolvimento considerado no presente trabalho não é possível definir a função corrente no plano da secção transversal, que indicaria

directamente a quantidade de escoamento secundário. Mas, em escoamentos como aquele gerado em curvas, é importante compreender e caracterizar as trajectórias helicoidais do fluido. Embora a vorticidade forneça alguma indicação sobre a rotação do campo da velocidade não é uma medida directa do movimento tridimensional do escoamento secundário. Uma forma prática de avaliar a intensidade do movimento helicoidal dos vórtices ao longo do canal é através da helicidade (H). A helicidade representa o fluxo de vorticidade e é definida pela seguinte expressão:

$$(4.16) \quad H = (\nabla \times \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \Leftrightarrow H = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{u}$$

Sabendo que o produto entre dois vectores é um escalar a Eq(4.16) fica:

$$(4.17) \quad H = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{u} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) \cdot (u, v, w) = \omega_x u + \omega_y v + \omega_z w$$

Pela definição dada pela Eq(4.16), a helicidade está relacionada com a componente da vorticidade alinhada com o escoamento, isto é, a vorticidade ao longo de um terceiro eixo (neste caso na direcção axial) que descreve o movimento helicoidal tridimensional. Por outras palavras, é a medida do movimento de “saca-rolhas” de um escoamento. Trata-se, portanto, de um parâmetro de interpretação topológica do escoamento, que também caracteriza a quiralidade deste. A quiralidade do escoamento é determinada pelo sinal da helicidade, que obedece à “regra da mão direita”: o movimento transversal na direcção axial do escoamento é positivo pela mão direita e negativo pela mão esquerda.

Em curvas, o aparecimento de vórtices na secção transversal é tradicionalmente identificado experimentalmente pela visualização tediosa do escoamento ou numericamente por aproximação de tentativa e erro. A formulação generalizada é difícil porque o aparecimento dos vórtices de Dean são influenciados fortemente por efeitos interdependentes da geometria do canal e das variáveis do escoamento. No entanto, Fellouah et al. (2006a) propuseram um critério para identificar a localização da geração dos vórtices adicionais usando o gradiente transversal da velocidade axial para identificar as instabilidades do escoamento. O critério falha na dependência da escolha do plano onde se calcula o gradiente, é adequado para casos 2D, mas não é aplicável em casos 3D. Além disso, a técnica assume apenas a mudança da velocidade axial na direcção radial, que por si só não está fisicamente conectada com a geração de vórtices secundários. Chandratilleke & Nadim (2012) propuseram outras técnicas para identificação dos vórtices secundários, em particular para escoamentos 3D. Apresentaram dois métodos diferentes: método da helicidade e o método do gradiente de pressão adverso da parede. No método da helicidade é considerado um valor de helicidade adimensional mínimo para demarcação dos contornos da helicidade e, assim, rastrear o aparecimento da instabilidade de Dean. É um método simples, mais eficaz e universalmente aplicável. Contudo, este método depende do valor mínimo de helicidade considerado. Os autores sugerem que assumindo o equivalente a $H = 1$ é suficientemente preciso para detectar o aparecimento dos vórtices na secção transversal no seu estado mais

premature. O método do gradiente de pressão adverso da parede baseia-se na distribuição única da pressão ao longo da parede exterior da curva, em que a mudança de sinal do gradiente de pressão indica exactamente o aparecimento dos vórtices de Dean. A aplicação deste método, no entanto, depende da geometria da secção transversal e da razão de aspecto, porque depende da localização do desenvolvimento dos vórtices adicionais.

A inexistência de um método único directo e preciso para determinar o aparecimento de vórtices no escoamento secundário leva a que, neste trabalho, sejam utilizados combinações dos métodos anteriores.

4.2.2. Geometria e malha computacional

A geometria considerada neste trabalho é representada genericamente na Figura 4.7 e a magnitude dos parâmetros geométricos (por exemplo, R_c , A , $X_{c.e.}$ e $X_{c.s.}$) é definida consoante o problema em questão. A geometria consiste num canal curvo de 180° , com raio interior R_1 e raio exterior R_2 , acoplado a dois canais rectos, um à entrada e outro à saída, de comprimento $X_{c.e.}$ e $X_{c.s.}$, respectivamente. Os raios interior e exterior, definem o raio de curvatura médio dado por $R = (R_1 + R_2)/2$, definido pelo raio dado pelo plano médio. Considerando o canal curvo genérico de secção transversal rectangular (representado na Figura 4.7), a parede exterior da curva define a parede côncava ($1 - Y = 1$) e a parede interior da curva define a parede convexa ($1 - Y = 0$) da secção curva do canal, que se posicionam a uma distância d (largura do canal) entre si. As paredes laterais superior ($Z = \max(Z)$) e inferior ($Z = 0$) unem as paredes interior e exterior da curva fechando o canal. A profundidade do canal, correspondente à terceira dimensão, é dada pela altura h . A razão de aspecto é definida por $A = h/d$ e caracteriza a secção transversal do canal. A secção transversal do canal tem largura fixa $d = 1$ e altura h é variável, modificando a razão de aspecto. Ao longo do trabalho, a secção transversal é, em geral, quadrada ($A = 1$), com excepção no Capítulo 10 onde é analisado o efeito da variação da razão de aspecto. A razão de curvatura é definida por $R_c = R/d$ e a curvatura é dada pelo inverso, $C = d/R$, que tomam diferentes valores dependendo do problema. O plano médio é dado pela metade da distância entre as paredes interior e exterior ($= d/2$), e o plano central ou de simetria pela metade da altura do canal ($= h/2$). Em todo o texto, salvo quando referido, o lado direito das figuras dos planos transversais corresponde à parede exterior da curva, enquanto o lado esquerdo corresponde à parede interior da curva. O parâmetro θ define a posição angular na curva, é dada em graus ($^\circ$) e varia de num intervalo $\theta = [0^\circ, 180^\circ]$.

A geometria e a nomenclatura utilizadas neste trabalho estão representadas na Figura 4.7.

A malha computacional foi gerada por blocos. O canal é dividido em três blocos (representados por cores diferentes na Figura 4.7-a): Bloco I constitui o canal recto de

entrada, Bloco II a parte curva do canal e Bloco III o canal recto de saída. A malha é não-uniforme ao longo do comprimento dos canais rectos de entrada e de saída, e uniforme ao longo da curva e da secção transversal em todo o comprimento do canal. As malhas consideradas nas simulações foram escolhidas depois de um estudo do refinamento da malha para cada uma dos problemas abordados, de forma a assegurar que os resultados não são afectados pelo refinamento desta. Nas características da malha, NCV é o número total de volumes de controlo no canal: NX , NY e NZ são o número de volumes de controlo nas direcções X , Y e Z , respectivamente; e f_x , f_y e f_z são os factores de compressão ($f < 1$) e expansão ($f > 1$) nas direcções X , Y e Z , respectivamente, com $f = 1$ para malha uniforme. As características das malhas são especificadas na introdução de cada problema abordado, tendo sempre em vista o melhor compromisso entre elevado rigor dos resultados numéricos e a menor exigência dos recursos computacionais.

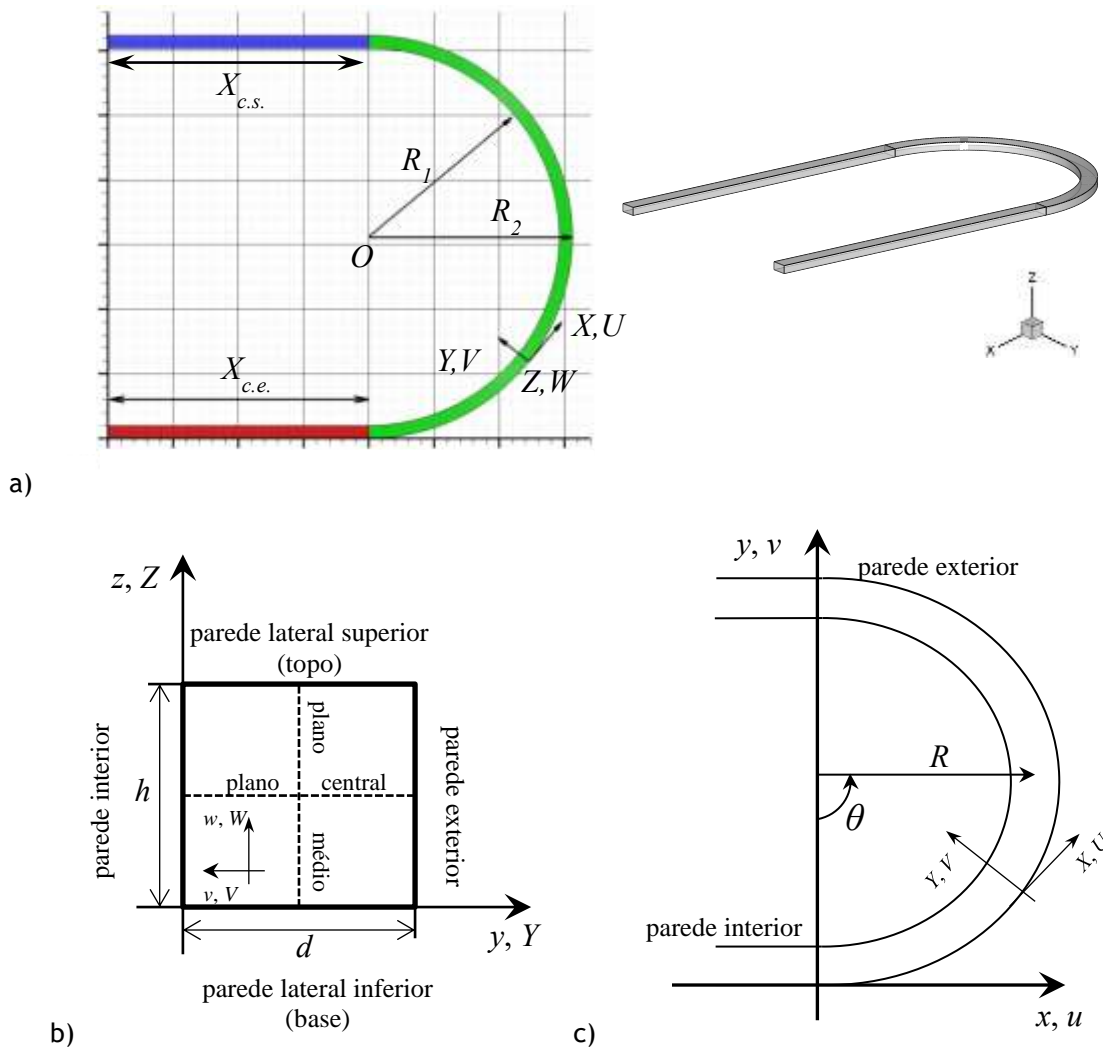


Figura 4.7- Geometria e nomenclatura de canal curvo de secção rectangular: a) vista bidimensional e tridimensional geral do canal; b) vista da secção transversal; c) vista bidimensional da curva.

Capítulo 5.

Escoamento em desenvolvimento de fluido newtoniano, em curva de 180° com secção transversal quadrada

Dependendo do problema em estudo, o escoamento em curvas pode ser do tipo escoamento em desenvolvimento ou escoamento completamente desenvolvido. Apesar da importância dos dois tipos de problema, é mais fácil encontrar estudos na região completamente desenvolvida do que sobre escoamento em desenvolvimento. O escoamento em desenvolvimento, também designado por escoamento de entrada, pode ser completamente desenvolvido no tempo (estacionário) mas não atinge desenvolvimento completo no espaço. Isto é, caso o canal curvo se prolongasse na direcção axial (em comprimento angular) o perfil de velocidade na posição angular seguinte seria diferente do da posição angular anterior. De entre as inúmeras aplicações deste tipo de escoamento, destaca-se o estudo do escoamento na artéria aorta¹ ou na complexa rede de vasos sanguíneos onde as ramificações não apresentam escoamento completamente desenvolvido (Guan & Martonen (2000)).

É na região de desenvolvimento do escoamento que o escoamento secundário tem origem e atinge a sua intensidade máxima. A jusante na curva, o escoamento secundário enfraquece assintoticamente até que, eventualmente, se torna completamente desenvolvido quando a geometria e as condições de escoamento o permitem (Ito (1987), Nobari & Amani (2009)). A região de desenvolvimento tem, por isso, grande interesse prático, sendo importante, por exemplo, na determinação de: distância necessária para que o escoamento se torne completamente desenvolvido (comprimento/distância de entrada); contribuição da região de entrada para a queda de pressão global; distribuição da tensão de corte nas paredes; e compreensão do escoamento completamente desenvolvido para Dn elevado. Hawthorne (1951) foi o primeiro a apresentar uma solução numérica para escoamento em desenvolvimento através de canal curvo com secção circular, enquanto Ghia & Sokhey (1977) foram os primeiros a apresentar para canais curvos de secção transversal quadrada.

¹ Embora a aorta apresente uma estrutura mais complexa, pode ser representada, de uma forma simplista, por uma curva. Porque, na aorta, apenas uma fracção de 20% do escoamento total vai para as ramificações do arco, o que não deve alterar significativamente o padrão do escoamento principal. E, embora as paredes da aorta sejam flexíveis, o diâmetro da estrutura não muda mais de 5% durante o ciclo cardíaco e, por isso, podem considerar-se paredes rígidas. O escoamento pode ir até $Re=7800$ (Choi et al. (1979)).

Vários autores exploraram a influência das condições de entrada no comprimento de desenvolvimento do escoamento com o objectivo de chegar a uma expressão analítica única que defina o comprimento de desenvolvimento em curvas. Singh (1974) mostrou que até uma distância $O(d/2)$ da entrada, o desenvolvimento do escoamento é independente de Dn . Para Dn reduzido, Singh (1974) verificou que a distância de desenvolvimento em curvas é da mesma ordem da distância de desenvolvimento para um canal recto, definido por $(d/2)Re$. Este resultado foi verificado experimentalmente por Choi et al. (1979) e Talbot & Wong (1982). Singh (1974) propôs ainda que o escoamento transversal tem início para distâncias numa escala de $O(\sqrt{(d/2)R})$. Olson & Snyder (1985) verificaram experimentalmente este resultado, mas segundo Yao & Berger (1988) a solução analítica só é válida para $d/R \leq 0.1$ e para uma distância da entrada da curva igual ou inferior a $0.1\sqrt{(d/2)R}$. A jusante, onde os efeitos da força centrífuga se tornam tão importantes quanto os efeitos viscosos e inerciais, o desenvolvimento do escoamento passa a depender também de Dn . Austin & Seader (1974) e Ghia & Sokhey (1977) verificaram a dependência da distância de desenvolvimento com Dn ao mostrarem que esta distância aumenta com o aumento de Dn . Fellouah et al. (2006a) mostraram que o aumento de A , ao reduzir o efeito das paredes laterais, diminui a distância axial de desenvolvimento. Nobari & Amani (2009) mostraram que para $R_c < 1/7$ o comprimento de desenvolvimento aumenta à medida que R_c diminui, enquanto para $R_c > 1/7$ o comprimento de desenvolvimento depende apenas de Re .

Existe na literatura algumas soluções propostas por vários autores para determinar o comprimento de entrada necessário para que o escoamento atinja o estado completamente desenvolvido. A Tabela 5.1 resume algumas dessas soluções, que de alguma forma relacionam os parâmetros geométricos e Dn . Apesar da complexidade das expressões propostas, comparativamente a canais rectos, em todos os casos o comprimento de entrada para um canal curvo é mais curto do que para um canal recto de secção circular correspondente, nas mesmas condições de escoamento (Singh (1974), Yao & Berger (1975), Agrawal et al. (1978) e Guan & Martonen (2000)). Ainda na Tabela 5.1, a expressão de Austin & Seader (1974) tem a particularidade de determinar o comprimento angular de desenvolvimento. Embora Agrawal et al. (1978) defendam que esta expressão só é aplicável nos casos em que o perfil de entrada é parabólico, dá uma ideia da magnitude da distância angular necessária. No entanto, a correlação apresenta fraca concordância quando comparada com alguns resultados experimentais (Figura 5.1). Outros autores determinaram o comprimento de desenvolvimento em casos particulares de escoamento: Hille et al. (1985), por exemplo, verificaram que para uma razão de curvatura $R_c = 1/6.45$, uma curva de 180° não é suficiente para que o escoamento atinja desenvolvimento completo, considerando $Dn = 226$; enquanto Bara et al. (1992), para $R_c = 1/15.1$ e $Dn = 137$, o comprimento angular de 180° é suficiente para que o

escoamento atinja desenvolvimento completo. Considerando um escoamento mais complexo, Liu & Masliyah (1994) estudaram o efeito da geometria no desenvolvimento térmico do escoamento em canal helicoidal e verificaram que a variação de Nu^2 é oscilante na região de desenvolvimento e o comprimento de desenvolvimento térmico depende de Pr^3 e de Dn , quando a torção e d/R do canal são negligenciáveis. Mas, quando os parâmetros geométricos não são negligenciáveis, o comprimento de desenvolvimento térmico aumenta com d/R e com a torção.

Tabela 5.1- Expressões para determinar o comprimento de desenvolvimento do escoamento através de canal curvo.

Autores	Método	Geometria	Expressão	Observações
Singh(1974)	Analítico	Curva, circular	$\left(\sqrt{d/2R}\right)$	Para baixo Dn
Austin & Seader (1974)	Experimental	Curva, circular	$\gamma_D = 49(Dn/R_c)^{1/3}$	Distância em graus.
Yao & Berger (1975)	Analítico	Curva, circular	$O(\sqrt{dRDn}) = O(dReDn^{-1/2})$ $l_c/l_s = 8e_1/\sqrt{Dn}$ $l_c = e_1 d \sqrt{Dn/R_c}$	Para elevado Dn ; onde e_1 depende de R_c
Guan & Martonen (2000)	Númerica	Curva 180°, circular	$L_c = d \left(2.62 - 1.50 \times 10^{-5} Dn^3 \right.$ $\left. + 5.26 \times 10^{-3} Dn^2 - 9.39 \times 10^{-2} Dn \right)$	
Fellouah et al. (2006a)	Numérico e experimental	Curva 180°, rectangular	$\frac{\theta}{180} = 0.7Dn + 0.206$	Para $A=1$ e $R_c=10$
			$\frac{\theta}{180} = 0.7Dn + 0.139$	Para $A=8$ e $R_c=10$

Na região de desenvolvimento, para Dn suficientemente elevado, é também observado o aumento de complexidade do padrão de escoamento com o desenvolvimento de um ou mais pares de vórtices adicionais junto à parede exterior da curva (Ghia & Sokhey (1977), Hille et al. (1985), Soh (1988)). Hille et al. (1985) e Bara et al. (1992) verificaram experimentalmente o aparecimento de um par de vórtices adicional numa curva de 180° com secção quadrada. Numericamente, Ghia & Sokhey (1977) documentaram o mesmo acontecimento, enquanto Soh (1988) e Nobari & Amani (2009) verificaram o aparecimento de pelo menos um par de vórtices adicional. A par do surgimento de vórtices adicionais, verificaram uma diminuição local da velocidade axial junto à parede exterior da curva, sendo esta diminuição maior para vórtices em desenvolvimento do que para vórtices completamente desenvolvidos. Choi et al. (1979)

² Número de Nusselt (Nu), define a razão entre a transferência de calor convectiva (inclui difusão e advecção) e condutiva, caracterizando a transferência de calor num escoamento. Quanto maior Nu , mais eficiente é a transferência de calor.

³ Número de Prandtl (Pr), define a relação entre a difusão de quantidade de movimento e a difusão da quantidade de calor dentro do próprio fluido. Quando Pr é reduzido, significa que o calor difunde-se mais facilmente, comparando com a velocidade. É característico de cada fluido.

sugeriram ainda que a variação da estrutura do escoamento em desenvolvimento é mais complexa que a estrutura do escoamento completamente desenvolvido.

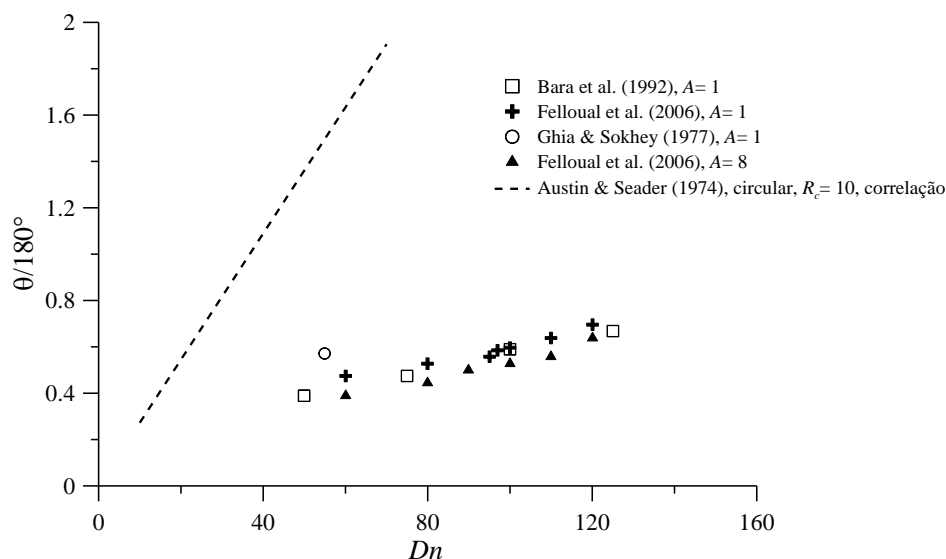


Figura 5.1- Distância de desenvolvimento em canais curvos apresentada por diferentes autores, em escoamentos com perfil de entrada parabólico. (adaptado de Fellouah et al. (2006)).

Bara et al. (1992) caracterizou como estável o escoamento secundário constituído por dois pares de vórtices, opondo-se às conclusões de Winters (1987), que caracteriza qualquer escoamento com dois pares de vórtices como instável. Embora as conclusões sejam contraditórias, são justificadas pelo facto de no primeiro caso se tratar de escoamento em desenvolvimento e de no segundo caso de escoamento completamente desenvolvido. Caso o problema de Bara et al. (1992) fosse prolongado para um canal de maior comprimento angular, o padrão do escoamento secundário iria, eventualmente alterar-se. Esse estudo foi mais tarde executado por Mees et al. (1996a), que estenderam o canal de Bara et al. (1992) acima dos 270° e verificaram que o padrão de escoamento com dois pares de vórtices se torna instável, e o par adicional de vórtices desaparece.

A intensificação do escoamento secundário, verificada na região de desenvolvimento, tem como consequência o aumento significativo da tensão de corte transversal, em comparação com escoamento completamente desenvolvido. Na secção transversal, a tensão diminui para um valor mínimo junto à parede interior da curva e aumenta para um valor máximo junto à parede exterior da curva. Além disso, a tensão apresenta um desenvolvimento oscilatório, ao longo da curva, que tende para um valor constante à medida que o escoamento caminha para o desenvolvimento completo. Choi et al. (1979) e Humphrey et al. (1985) mostraram experimentalmente e numericamente estes resultados, respectivamente. Por outro lado, a tensão de deformação axial diminui abruptamente para um valor mínimo à entrada da curva, e em seguida aumenta ligeiramente ao longo da curva para um valor constante

correspondente ao valor para escoamento completamente desenvolvido, podendo verificar-se oscilações na sua variação para Dn elevado (Soh & Berger (1984)).

A intensificação do escoamento secundário leva ainda à distribuição assimétrica da pressão na secção transversal (sendo máxima junto à parede exterior da curva e mínima junto à parede interior da curva), e à diminuição da pressão ao longo da curva, sendo a queda de pressão na curva superior à verificada para canal recto equivalente.

Nobari & Amani (2009) observaram que independentemente das condições de entrada, o valor máximo exibido, quer pelo factor de atrito quer pela transferência de calor, ocorre na região de entrada. Depois, este valor diminui até um valor constante, apresentando uma variação oscilatória no intervalo. Segundo Lin et al. (1997), estas oscilações aumentam com a diminuição de d/R . Contudo, o aumento de Re diminui as oscilações no desenvolvimento do factor de atrito, mas aumenta as oscilações da transferência de calor.

Também na região de desenvolvimento, foram observadas instabilidades transientes localizadas. Para Dn suficientemente elevado, Kluwick & Wohlfahrt (1986) verificaram experimentalmente a flutuação do escoamento secundário junto da parede exterior da curva, enquanto junto da parede interior da curva o escoamento permaneceu estacionário. Este resultado mostra que o estudo do escoamento em desenvolvimento é fundamental também na compreensão do escoamento na região de transição entre os regimes laminar e turbulento.

O escoamento através de curvas de 90° (ou “cotovelos”) é um caso particular do escoamento em desenvolvimento. Dado o reduzido comprimento angular destas geometrias, só é possível obter desenvolvimento completamente para Dn muito reduzido, apresentando por natureza escoamentos em desenvolvimento. Ito (1960) mostrou experimentalmente que, neste tipo de geometria, o desenvolvimento do escoamento não é função do ângulo da curva (θ) mas da razão $\theta/(d/R)$. Para este tipo de geometria, as alterações no escoamento são mais abruptas do que para curvas de maior comprimento angular, no entanto, o desenvolvimento do escoamento segue a mesma tendência.

O escoamento de fluidos newtonianos através de curvas é, sem dúvida, o mais estudado e podem ser encontrados inúmeros resultados experimentais, numéricos e analíticos publicados. A abordagem detalhada do escoamento de fluido newtoniano através de curva que se segue, tem como objectivos: primeiro, compreender melhor as alterações que ocorrem no escoamento e assim facilitar, posteriormente, a interpretação do escoamento viscoelástico através de curvas; segundo, comparar e validar a metodologia utilizada e os resultados numéricos obtidos.

Assim, o primeiro problema a ser tratado neste trabalho é o do escoamento em desenvolvimento através da curva com geometria semelhante à geometria adoptada por Bara et al. (1992), Mees et al. (1996a), Boutabaa et al. (2009) e Fellouah et al. (2010). Como o escoamento em curva é fortemente dependente da geometria, a adopção da mesma geometria torna possível a comparação directa com resultados já publicados, e, assim, validar

a metodologia numérica utilizada. Neste capítulo é considerado apenas o modelo de fluido newtoniano e o efeito da variação da inércia é analisado detalhadamente. Assim, tanto o escoamento axial e transversal como a variação da distribuição das componentes da velocidade e da tensão, da pressão e do padrão do escoamento secundário são analisados com o aumento do número de Reynolds.

Este capítulo é baseado no artigo Malheiro et al. (2013).

5.1. Descrição do problema

Considerando a geometria genérica ilustrada na Figura 4.7, admite-se que os canais de entrada e de saída têm comprimento $X_{c.e.} = X_{c.s.} = 20$. A parte curva do canal é definida por $R_1 = 14.6$ e $R_2 = 15.6$, resultando numa razão de curvatura $R_c = 15.1$ ou $C = 0.066$. A secção transversal é quadrada, com razão de aspecto $A = 1$. O escoamento de fluido newtoniano sob o efeito da inércia é analisado detalhadamente, para as mesmas condições de escoamento consideradas nos trabalhos experimentais de Bara et al. (1992) e Mees et al. (1996a). Aqui, foi considerada uma gama alargada de números de Reynolds (Re), num intervalo definido por $100 \leq Re \leq 2332$, para a qual são apresentados e discutidos os resultados.

Tabela 5.2- Características das malhas computacionais.

		$NX \times NY \times NZ$	f_x	f_y	f_z	NCV
MESH 1	Bloco I	$30 \times 20 \times 20$	0.95212	1.00000	1.00000	88400
	Bloco II	$160 \times 20 \times 20$	1.00000	1.00000	1.00000	
	Bloco III	$30 \times 20 \times 20$	1.05029	1.00000	1.00000	
MESH 2	Bloco I	$30 \times 20 \times 20$	0.91772	1.00000	1.00000	152400
	Bloco II	$321 \times 20 \times 20$	1.00000	1.00000	1.00000	
	Bloco III	$30 \times 20 \times 20$	1.08965	1.00000	1.00000	
MESH 3	Bloco I	$30 \times 30 \times 30$	0.95118	1.00000	1.00000	198900
	Bloco II	$160 \times 30 \times 30$	1.00000	1.00000	1.00000	
	Bloco III	$30 \times 30 \times 30$	1.05133	1.00000	1.00000	

Para o estudo da malha foram admitidas três malhas diferente, cujas características são apresentados na Tabela 5.2, onde a MESH 3 é a malha mais fina e a MESH 1 é a malha mais grosseira. De forma a analisar o efeito do refinamento da malha, foram levadas a cabo simulações para o caso FENE-CR com $Re = 583$, $Wi = 0.5$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.5$, usando as diferentes malhas. A Figura 5.2 ilustra os perfis de velocidade axial em posições angulares diferentes ($\theta = 0^\circ, 30^\circ$ e 150°), e mostra que a diferença entre a MESH 2 e MESH 3 é quase inexistente, permitindo concluir que a MESH 2 apresenta um bom compromisso entre elevado rigor dos resultados numéricos e a menor exigência dos recursos computacionais.

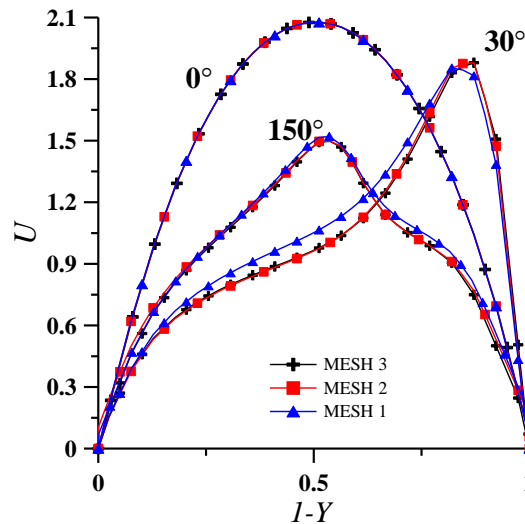


Figura 5.2- Comparação do refinamento da malha para o caso viscoelástico FENE-CR com $Re = 583$, $Wi = 0.50$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.50$.

5.2. Resultados

Para validar o código de simulação utilizado, os resultados foram comparados com os resultados experimentais de Bara et al. (1992). Na Figura 5.3 são apresentados os perfis de velocidade axial extraídos do plano central da curva ($Z = 0.5$) em diferentes posições angulares (θ). As linhas representam os resultados numéricos simulados e os símbolos representam os resultados experimentais de Bara et al. (1992) para diferentes valores de Reynolds ($Re = 486$, 532 e 583). Foi obtida boa concordância entre os resultados para todos os casos, validando o método numérico e confirmando a adequação da resolução da malha escolhida.

5.2.1. Efeito da inércia

Em escoamentos de fluido newtoniano através de curva, a inércia é, a par da geometria, o principal parâmetro a condicionar o desenvolvimento do escoamento. Quando o escoamento completamente desenvolvido (Figura 5.4) entra na curva, para inércia suficientemente elevada (por exemplo, para $Re = 100$ na Figura 5.5), o escoamento é deslocado no sentido da parede côncava da curva. Este movimento do escoamento resulta, em primeira análise, no deslocamento da região de velocidade axial (U) máxima também no sentido da parede exterior, logo no início da curva. A jusante, U máximo é mantido nessa região da secção transversal por acção da força centrífuga gerada pela curvatura. A Figura 5.5 ilustra este movimento através dos gráficos de distribuição de U na secção transversal, ao longo do comprimento da curva, para $Re = 100$.

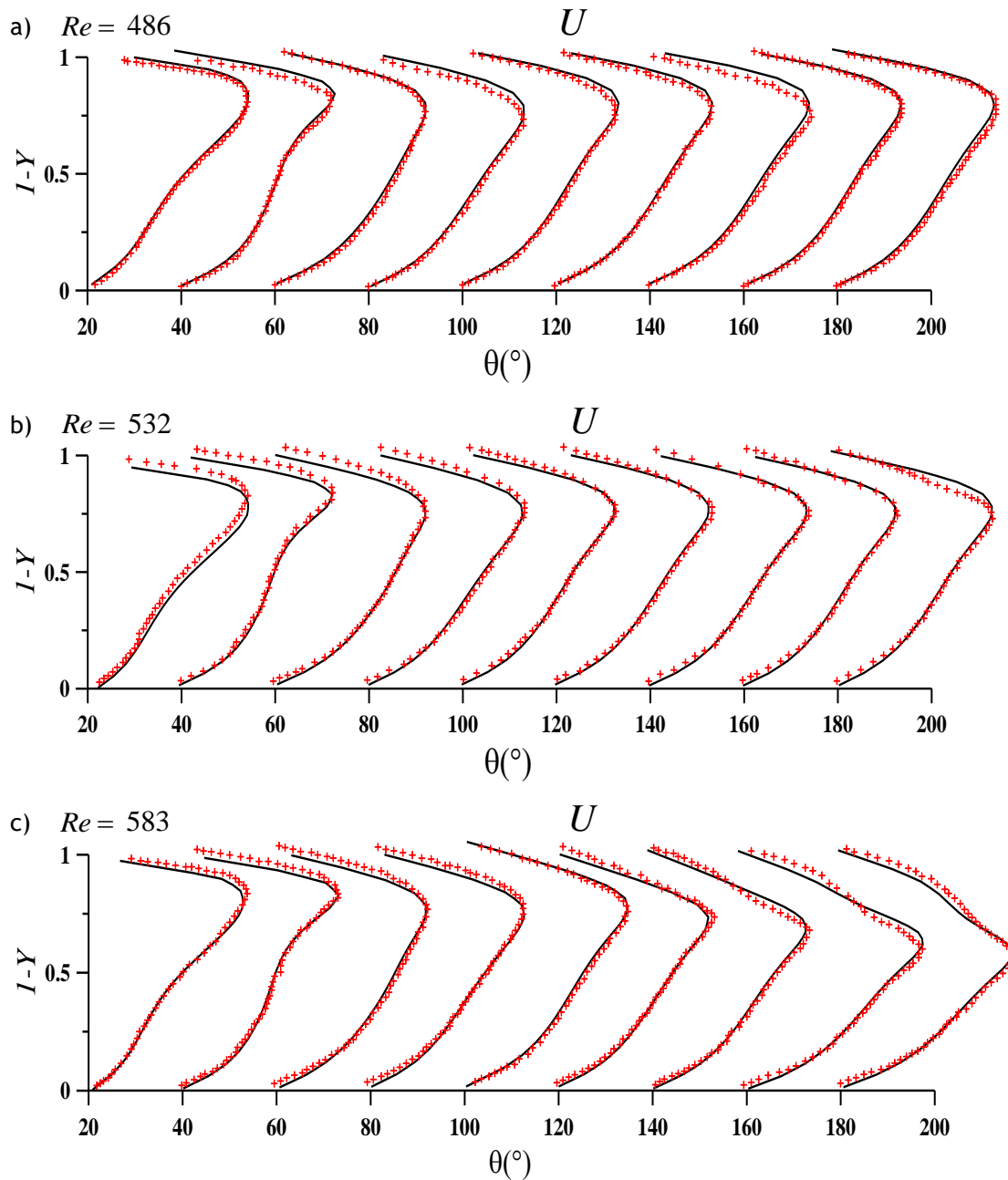


Figura 5.3- Comparação dos resultados numéricos obtidos (linha) com os resultados experimentais de Bara et al. (1992) (símbolos). Perfis de U , extraídos do plano $Z = 0.50$, ao longo do comprimento da curva: a) $Re = 486$ ($Dn = 125$); b) $Re = 532$ ($Dn = 137$); e c) $Re = 583$ ($Dn = 150$).

Tal como descrito no Capítulo 4, quando a força centrífuga, gerada pelo efeito da curvatura e exercida no sentido da parede exterior da curva, é suficientemente elevada, faz deslocar o escoamento no sentido da parede exterior ao longo do plano transversal. A combinação da elevada força centrífuga, e do gradiente de pressão que actua em oposição, e a condição imposta de não-escorregamento nas paredes, constringe o movimento do fluido: primeiro na direcção das paredes laterais; e depois ao longo destas até à parede interior da curva. A continuidade obriga, então, que o fluido se desloque novamente no sentido da parede exterior da curva ao longo do plano central da secção. Desenvolve-se, assim, o

escoamento secundário perpendicular ao escoamento axial que consiste em dois vórtices simétricos de rotação contrária que ocupam toda a área da secção transversal (campos de vectores da Figura 5.5). Na secção transversal, o fluido de maior velocidade transversal circular ao longo das paredes superior e inferior, e ao longo do plano central. As regiões de maior e menor velocidade do escoamento secundário são identificadas pela distribuição da velocidade transversal (U_t), representadas por contornos na Figura 5.5. A magnitude da velocidade transversal é dada pelas componentes V e W do vector velocidade nas direcções Y e Z , respectivamente, através da expressão $U_t = \sqrt{V^2 + W^2}$. Os vórtices do escoamento secundário dão origem a zonas de estagnação onde a velocidade do escoamento transversal é ≈ 0 . As zonas de estagnação correspondem aos centros dos vórtices e às zonas de separação (plano central junto da parede exterior da curva) e de convergência (plano central junto da parede interior da curva) do escoamento. O deslocamento do escoamento no sentido da parede exterior da curva, resulta ainda no aumento da tensão de corte (τ_{XY}) nessa região, que é simétrica à entrada da curva (contornos de τ_{XY} na Figura 5.5).

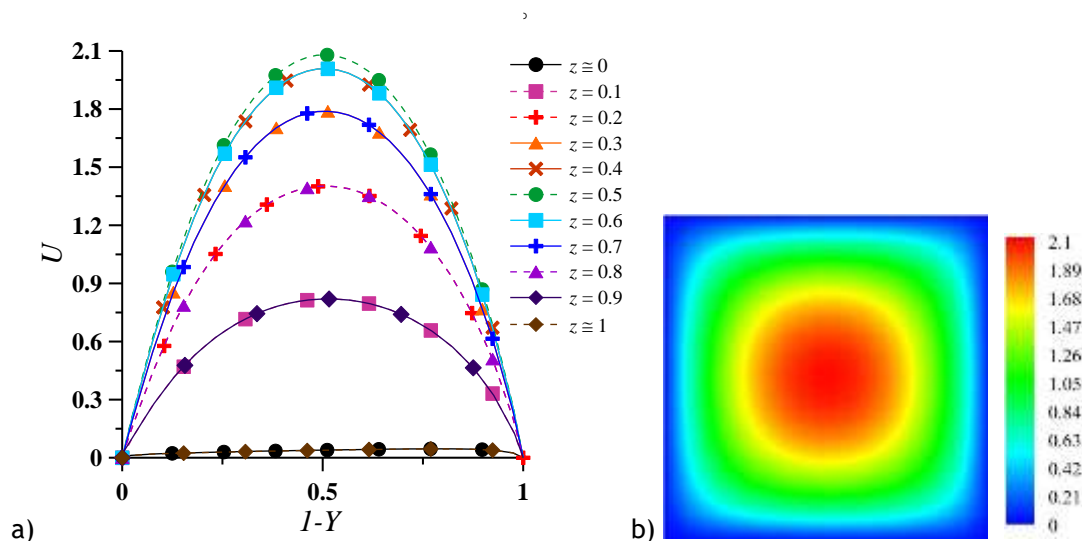


Figura 5.4- Escoamento completamente desenvolvido à entrada da curva: a) perfis de velocidade extraídos da secção transversal; b) distribuição 2D de U .

Variação das componentes da velocidade

A redistribuição da velocidade axial na secção transversal, que depende consideravelmente da força inercial imposta, é tão mais complexa quanto maior for a magnitude desta força. Assim, no caso $Re = 100$ ocorre apenas um ligeiro deslocamento do máximo de U no sentido da parede exterior da curva (Figura 5.5, para $\theta = 30^\circ$). Esta alteração ocorre somente no início da curva, e mantém-se inalterada ao longo de toda a extensão da curva (Figura 5.5 e Figura 5.7).

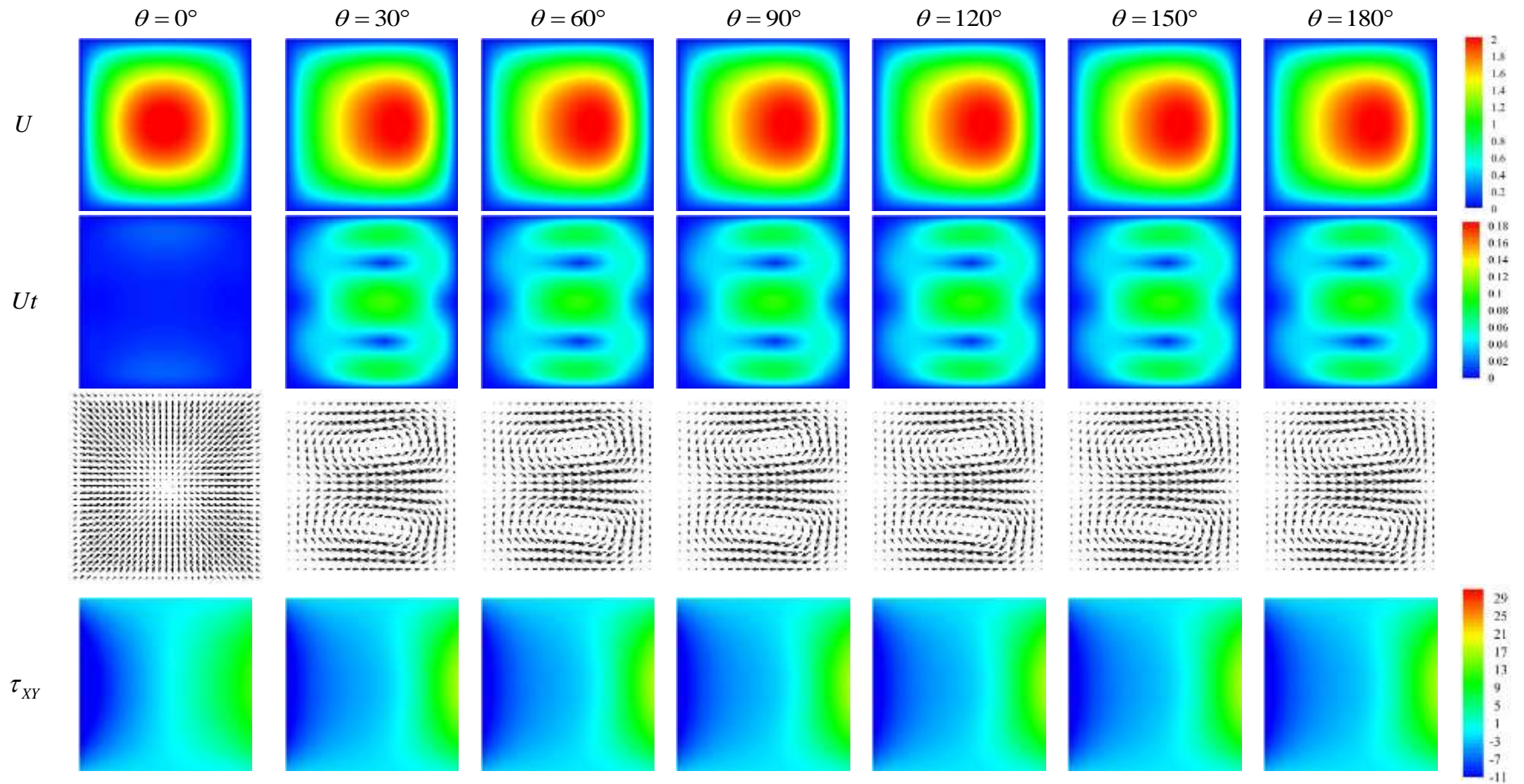


Figura 5.5- Contornos da velocidade axial (U), da velocidade transversal (U_t) e da tensão de corte (τ_{xy}), e campos de vectores do escoamento secundário para $Re = 100$ em diferentes posições angulares (θ).

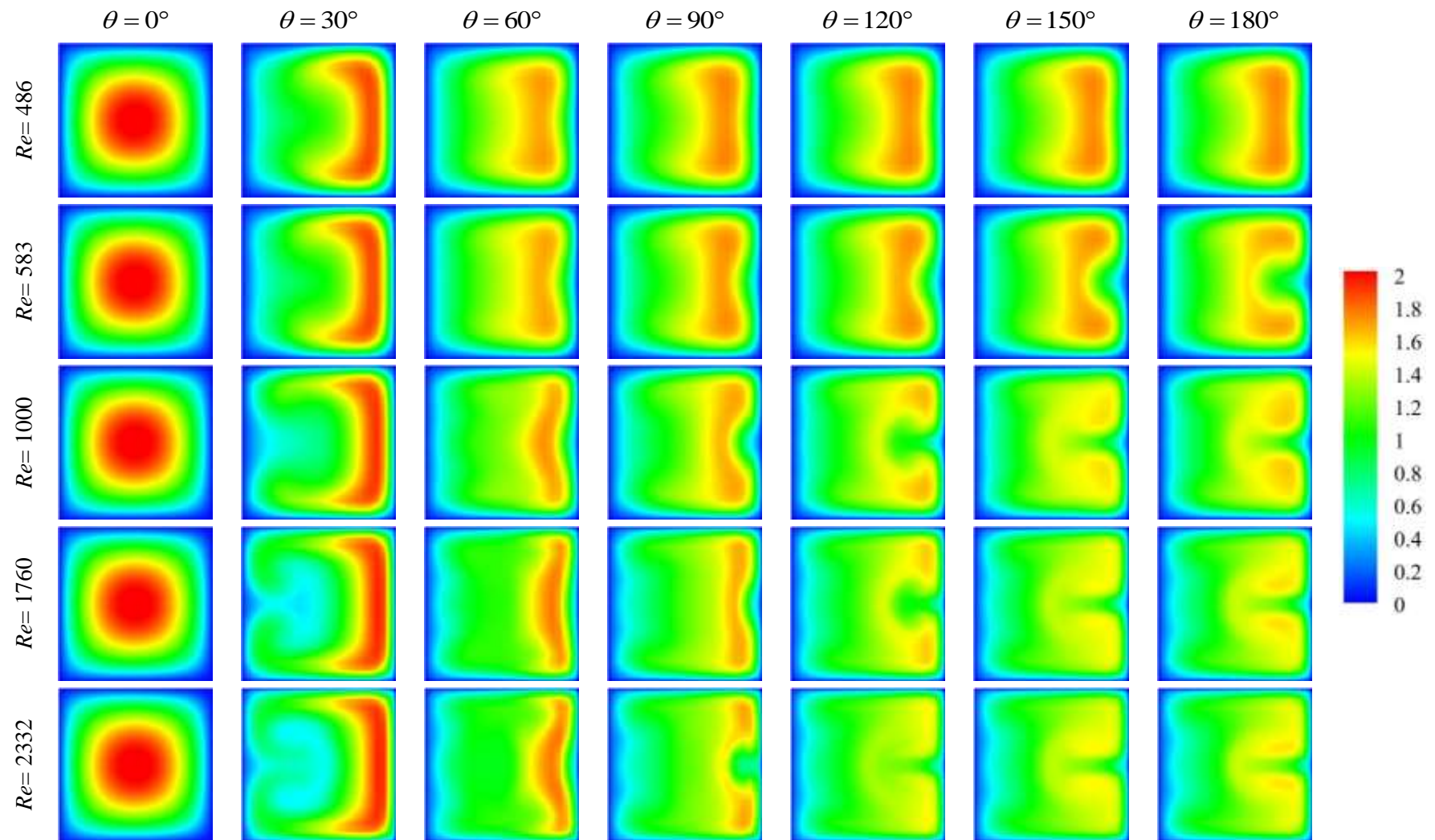


Figura 5.6- Contornos da componente axial da velocidade (U) para $486 \leq Re \leq 2332$ em diferentes posições angulares (θ).

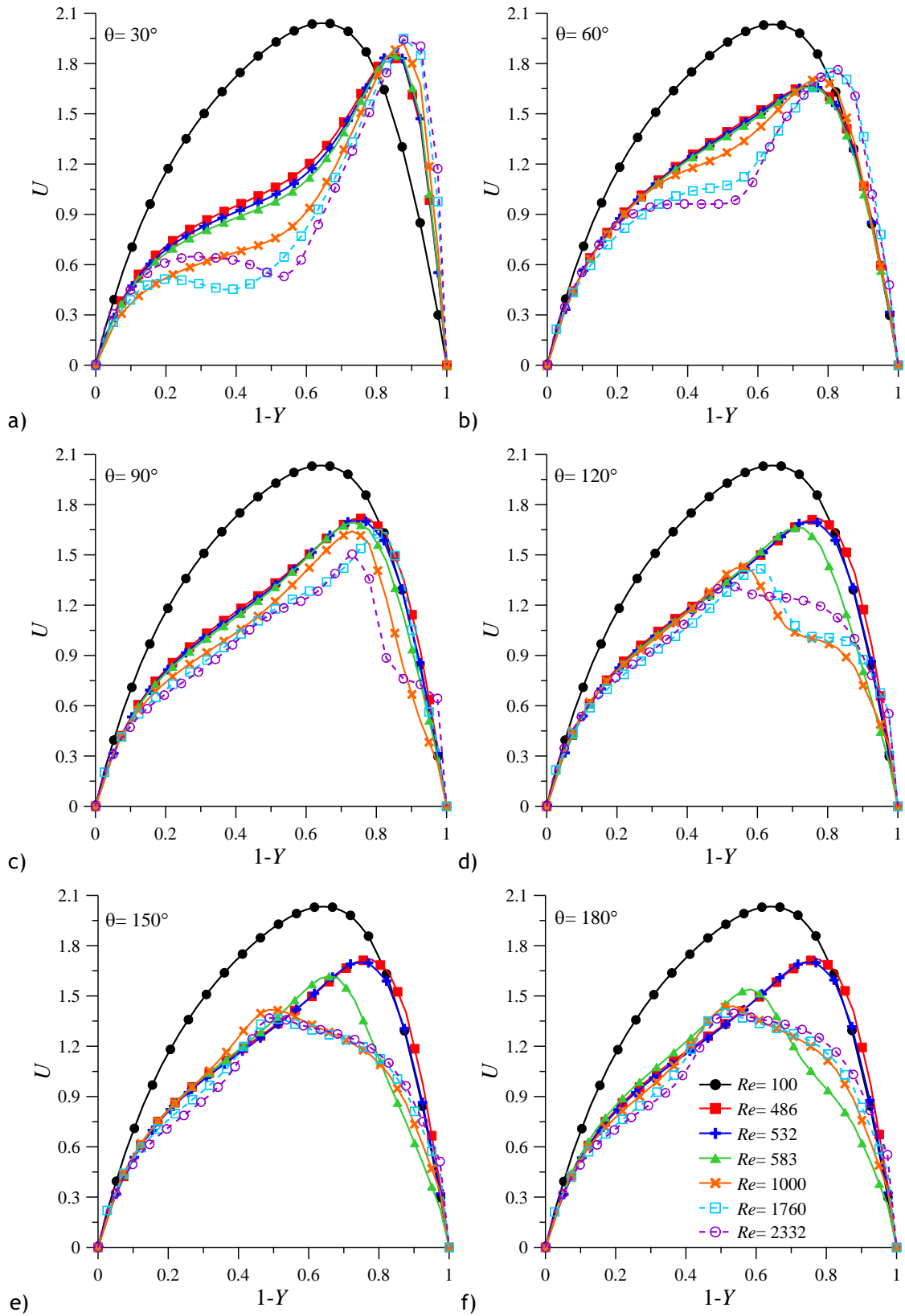


Figura 5.7- Perfis de velocidade axial (U) para $100 \leq Re \leq 2332$, extraídos do plano $Z = 0.50$, para diferentes posições angulares (θ): a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° .

Nos casos com maior inércia, a região de velocidade axial máxima sofre um deslocamento mais efectivo no sentido da parede exterior da curva, estende-se ao longo da parede exterior da curva e diminui significativamente em magnitude (Figura 5.6). As Figura 5.6 e Figura 5.7 mostram que, independentemente do valor de Re considerado, o deslocamento de U no sentido da parede exterior da curva ocorre a uma distância angular $\theta < 30^\circ$ e, a jusante, U é redistribuído na secção transversal. Para $Re < 583$ (Figura 5.6, para $Re = 486$), a região de U máximo permanece junto da parede exterior da curva sugerindo que o escoamento atinge o desenvolvimento completo. Esta observação é confirmado pelos perfis de U da Figura 5.7, que não se alteram na segunda metade da curva ($\theta > 90^\circ$). Para $Re \geq 583$ (Figura 5.6), verifica-se nova deformação da região de velocidade axial máxima, que tende a dividir-se ao longo do plano $Z = 0.5$ a partir de $\theta > 60^\circ$. Este desenvolvimento resulta na diminuição significativa do valor máximo da velocidade axial e na difusão desta região na secção transversal (Figura 5.6). Nos casos particulares de $Re \geq 1000$, verifica-se ainda que, no início da curva ($\theta < 30^\circ$), forma-se uma região de velocidade reduzida, na metade da secção transversal junto da parede interior da curva, que rapidamente se desvanece.

A redistribuição da velocidade axial está patente na evolução dos perfis de velocidade do plano $Z = 0.5$, na Figura 5.7. Assim, na Figura 5.7-a observa-se que, no início da curva ($\theta = 30^\circ$), o máximo da velocidade axial é deslocado no sentido da parede exterior da curva para todos os valores de Re . No entanto, enquanto para $Re = 100$ o deslocamento é ligeiro, para Re mais elevado o deslocamento é considerável, e é tanto maior quanto mais elevado for Re . Como consequência, para $Re > 100$ a velocidade axial diminui consideravelmente junto da parede interior da curva. Aos $\theta = 60^\circ$ (Figura 5.7-b), não se verificam alterações no perfil de U para $Re = 100$, e assim permanece até ao final da curva. Contudo, para $Re > 100$ observa-se uma diminuição do máximo de U e um ligeiro deslocamento deste no sentido do centro da secção transversal. Este comportamento é acentuado aos $\theta = 90^\circ$ (Figura 5.7-c), e resulta no aumentando da magnitude de U junto da parede interior da curva. O deslocamento do máximo de U no sentido do centro da secção continua nas posições angulares seguintes. Na posição $\theta = 90^\circ$, é mais significativo quando $Re = 2332$, mas o mesmo acontece para $Re = 1000$ e $Re = 1760$ aos $\theta = 120^\circ$ (Figura 5.7-d) e para $Re = 583$ aos $\theta = 180^\circ$ (Figura 5.7-f). Na segunda metade da curva, a redistribuição da velocidade axial exhibe uma tendência em readquirir a distribuição inicial quando $Re \geq 583$ (Figura 5.7-d, -e, -f). Estes resultados são confirmados na Tabela 5.3, que apresenta quantitativamente a magnitude e a posição na secção transversal do pico máximo de U em função de Re e da posição angular (θ), referente aos perfis do plano central da Figura 5.7.

Os resultados descritos acima estão qualitativamente de acordo com os resultados de, por exemplo, Austin & Seader (1974), Ghia & Sokhey (1977), Hille et al. (1985), Olson & Snyder

(1985), Soh (1988) e Boutabaa et al. (2009), e quantitativamente com os resultados de Bara et al. (1992) (ilustrado na Figura 5.3).

Tabela 5.3- Magnitude e localização na secção transversal (1- Y) do máximo da velocidade axial (U), no plano $Z = 0.50$, em diferentes posições angulares (θ). Valores relativos à Figura 5.7.

(°)	30°		60°		90°		120°		150°		180°	
Re	U	$1-Y$	U	$1-Y$	U	$1-Y$	U	$1-Y$	U	$1-Y$	U	$1-Y$
100	2.043	0.642	2.035	0.642	2.035	0.642	2.035	0.642	2.035	0.642	2.035	0.642
486	1.846	0.829	1.666	0.731	1.718	0.755	1.714	0.780	1.718	0.780	1.718	0.780
532	1.838	0.847	1.658	0.744	1.704	0.744	1.695	0.744	1.699	0.744	1.699	0.770
583	1.844	0.853	1.656	0.731	1.694	0.731	1.661	0.707	1.617	0.658	1.540	0.585
1000	1.919	0.877	1.717	0.779	1.642	0.731	1.431	0.560	1.418	0.487	1.439	0.536
1760	1.950	0.877	1.767	0.828	1.632	0.828	1.417	0.609	1.363	0.512	1.399	0.512
2323	1.941	0.877	1.763	0.828	1.505	0.731	1.314	0.512	1.368	0.488	1.397	0.536

As alterações na distribuição de U descritas anteriormente e ilustradas desde a Figura 5.5 à Figura 5.7, devem-se ao desenvolvimento do escoamento secundário transversal representado por: campos de vectores nas Figura 5.9, Figura 5.12 e Figura 5.13; perfis da componente V da velocidade, extraídos do plano $Z = 0.5$, na Figura 5.10; e contornos da magnitude de U_t na Figura 5.11.

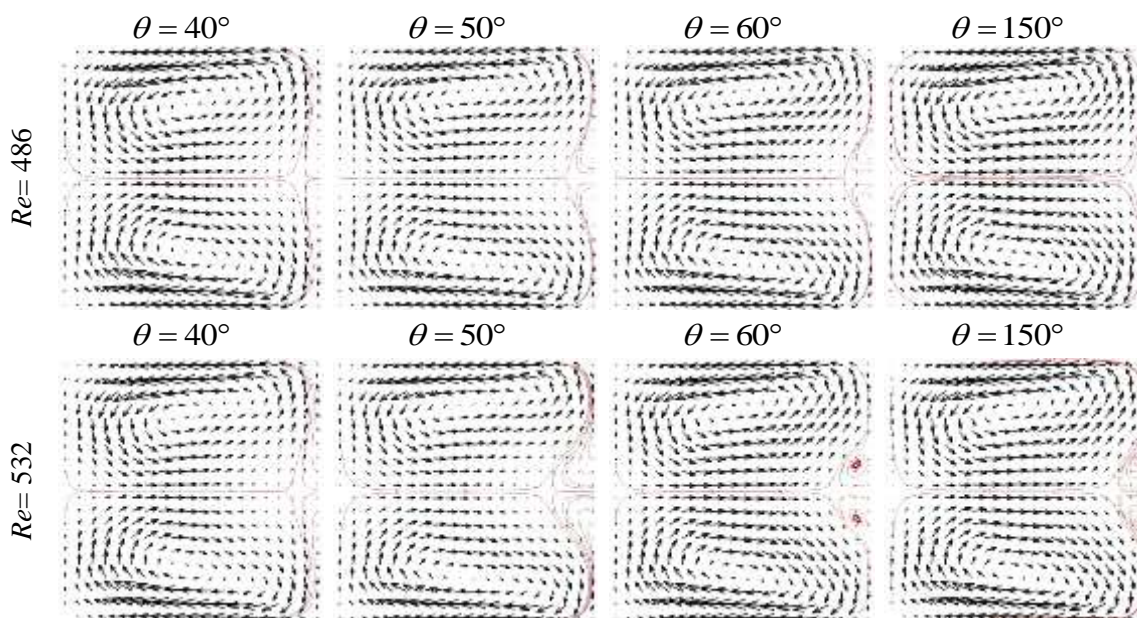


Figura 5.8- Campos de vectores do escoamento secundário para $Re = 486$ e 532 para diferentes posições angulares (θ). (linhas a vermelho são linhas de corrente)

Os campos de vectores da Figura 5.5 mostram que para $Re = 100$, aos 30° o escoamento secundário já está formado, e é constituído por um par de vórtices simétricos. Os perfis da

componente V , na Figura 5.10, têm forma aproximadamente “parabólica” e não sofrem alteração ao longo do comprimento da curva. Além disso, V apresenta sinal negativo em todo o plano, indicando que o sentido do escoamento transversal ao longo do plano central ocorre no sentido da parede exterior da curva.

Para $Re < 583$, onde não se verifica transferência de quantidade de movimento significativa de volta ao centro da secção (Figura 5.7), é de prever que o escoamento secundário seja constituído unicamente por um par de vórtices simétrico, tal como ilustrado na Figura 5.9 para $Re = 486$. Contudo, uma análise mais atenta indica o contrário. A Figura 5.8 mostra a evolução dos campos de vectores do escoamento secundário, em diferentes posições angulares, para os casos $Re = 486$ e $Re = 532$. Para $Re = 486$, as linhas de corrente assinalam regiões de reversão do escoamento secundário junto da parede exterior da curva. Esta reversão de escoamento é ligeira e surge aos $\approx 40^\circ$, mas desvanece-se para $\theta > 80^\circ$ e assim se mantém até ao final a curva. Já no caso $Re = 532$, a reversão é comparativamente mais intensa e aos $\theta = 60^\circ$ ocorre mesmo a formação de um par adicional de vórtices. Porém, este par de vórtices é muito reduzido e de fraca intensidade e tende a diminuir a jusante, de tal forma que não afecta a distribuição de U ao longo do plano central (Figura 5.7). O aparecimento destas regiões de reversão de escoamento é revelado e confirmado pelos perfis de V do plano central ilustrado na Figura 5.10. Comparativamente ao caso $Re = 100$, os perfis de V para $Re = 486$ e 532 (Figura 5.10), apresentam um pico de magnitude máxima absoluta mais reduzido e ligeiramente deslocado no sentido da parede interior da curva. A partir de $\theta > 30^\circ$, o máximo de V diminui consideravelmente e, na região $1 - Y \approx [0.8, 1.0]$, V muda de sinal e passa a positivo (Figura 5.10), assinalando a reversão do escoamento ilustrada na Figura 5.8. Estes resultados confirmam os resultados de Bara et al. (1992), que sugeriram $Re = 532$ como o valor de transição do padrão de escoamento. Contudo, apesar de os resultados numéricos aqui obtidos apresentarem elevada concordância com os resultados experimentais de Bara et al. (1992) (Figura 5.3), relativos à variação da velocidade axial, os resultados numéricos de ambos os trabalhos falham em coincidir na intensidade dos vórtices adicionais. Aqui, os vórtices adicionais são muito reduzidos, de fraca intensidade e não persistem ao longo do comprimento da curva, mas no trabalho de Bara et al. (1992) surgem bem definidos nos campos de vectores. Esta diferença nos resultados numéricos podem ser facilmente justificadas pelo refinamento da malha. Enquanto Bara et al. (1992) utilizaram um total de 225 volumes de controlo na secção transversal, no presente trabalho foram utilizados quase duas vezes mais, num total de 400 volumes de controlo.

Os contornos de U_t , na Figura 5.11, mostram que o escoamento secundário é particularmente intenso no início da curva ($\theta \leq 30^\circ$) e ao longo das paredes laterais inferior e superior (Figura 5.11, para $Re = 486$), mas é também elevado ao longo do plano central.

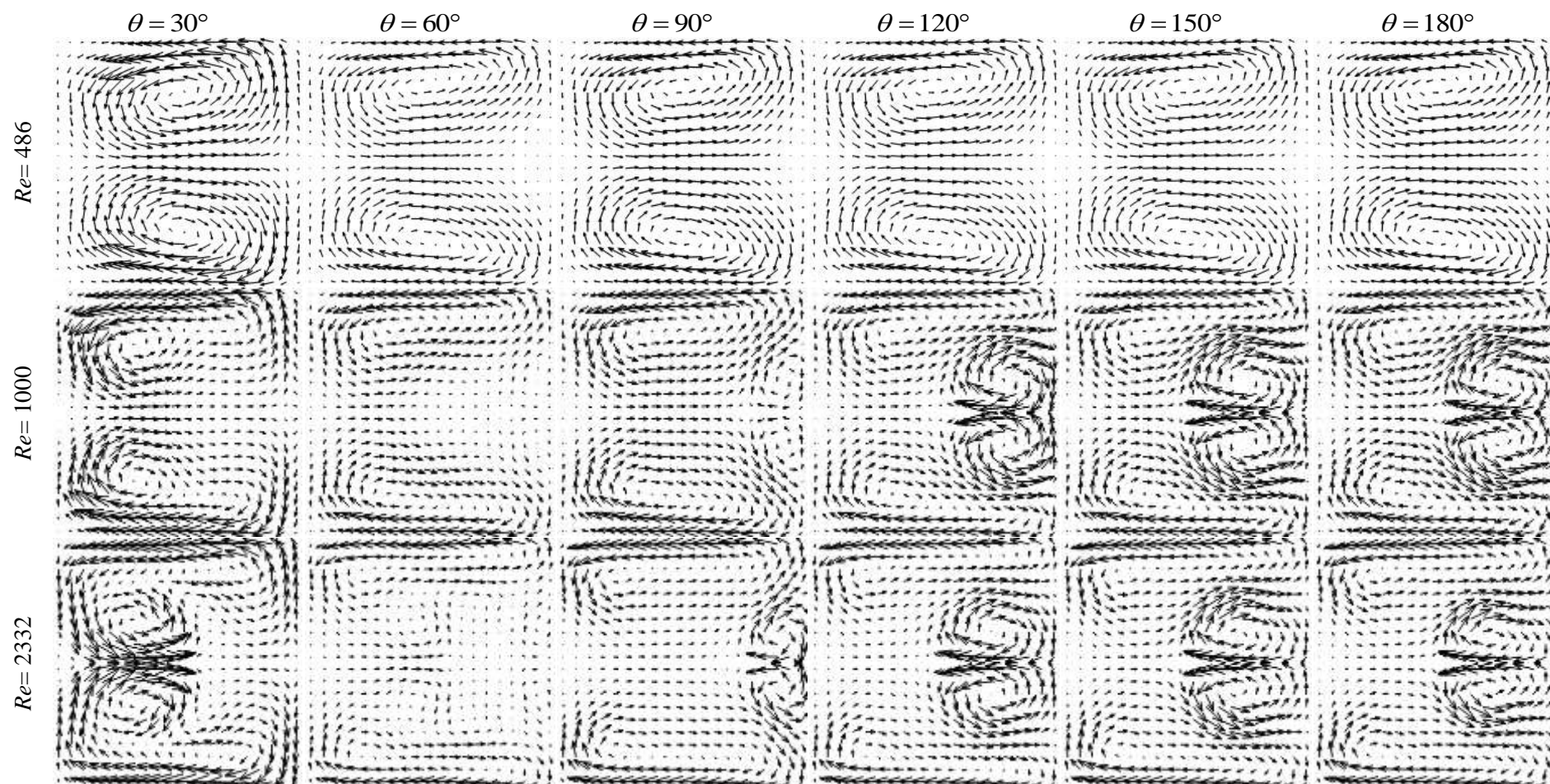


Figura 5.9- Campos de vectores do escoamento secundário para $Re = 486$, 1000 e 2332 para diferentes posições angulares (θ).

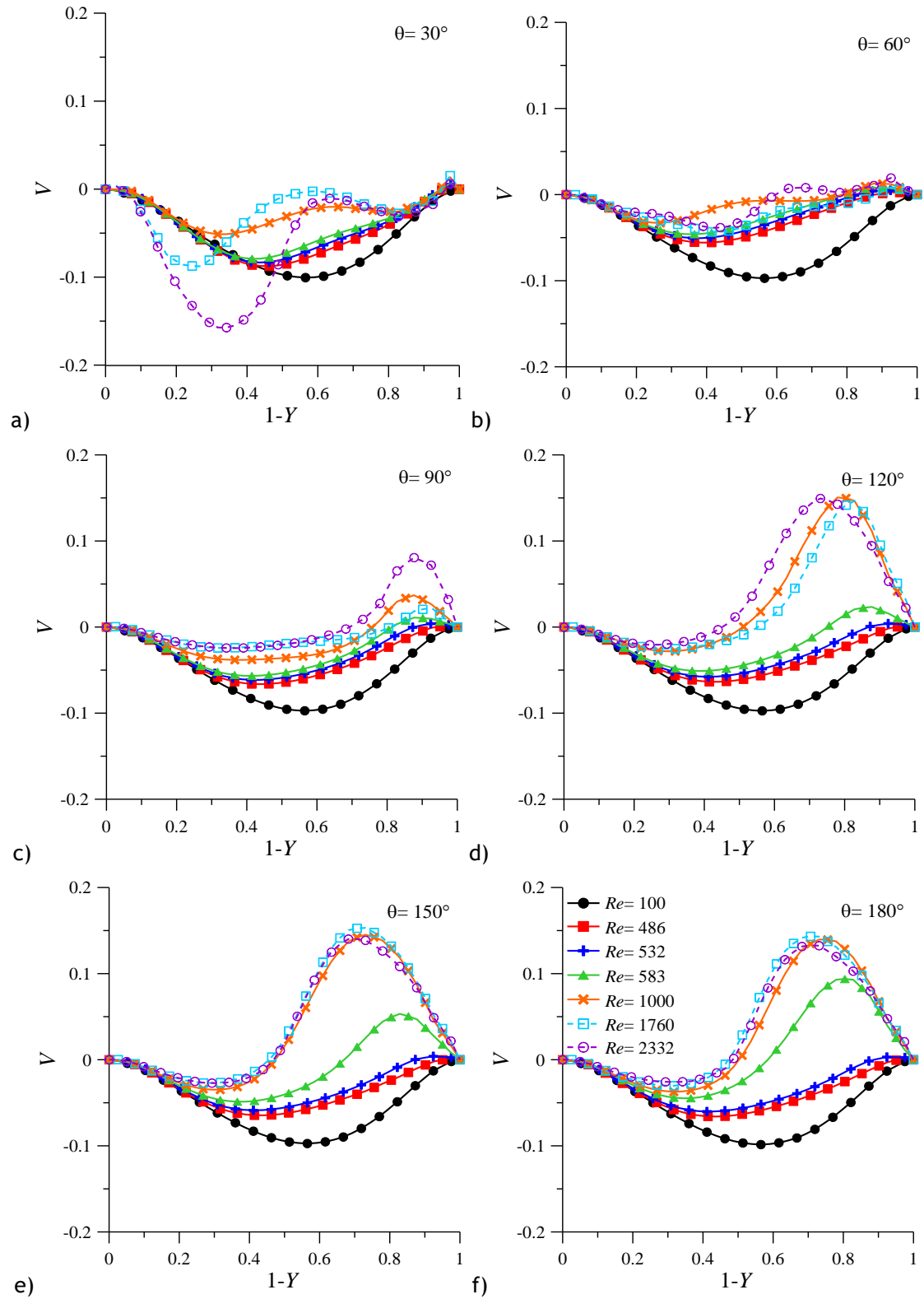


Figura 5.10- Perfis da componente V da velocidade transversal para $100 \leq Re \leq 2332$, extraídos do plano $Z = 0.50$, para diferentes posições angulares (θ): a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° .

Contudo, a jusante, a intensidade da velocidade transversal máxima diminui e praticamente não sofre alterações ao longo do restante comprimento da curva, tal como verificado na distribuição de U (Figura 5.6 para $Re = 486$). Estes resultados confirmam a fraca intensidade da região de reversão do escoamento secundário observada na Figura 5.8 e sugerem o desenvolvimento completo do escoamento para $Re < 583$, tal como verificado por Bara et al. (1992).

Para $Re = 583$, a região de reversão do escoamento secundário aumenta (Figura 5.11 e Figura 5.12 para $\theta \leq 60^\circ$) e rapidamente se desenvolve o segundo par de vórtices de rotação contrária, para equilibrar o efeito do aumento da força centrífuga, que continuamente desloca o fluido no sentido da parede exterior da curva (Figura 5.12 para $\theta > 60^\circ$). Este par adicional de vórtices de maior intensidade vai empurrar a velocidade axial máxima no sentido do centro da secção transversal (Figura 5.7), provocando a divisão da região de U máximo documentada na Figura 5.6. Para $Re = 583$, os vórtices adicionais desenvolvem-se aos $\theta \approx 60^\circ$ e aumentam progressivamente de tamanho até ao final da curva (Figura 5.12). O desenvolvimento do segundo par de vórtices resulta também no aparecimento de um pico de V com sinal positivo junto da parede exterior da curva (Figura 5.10). Este novo pico aumenta ao longo da curva de acordo com o aumento em tamanho e intensidade do segundo par de vórtices, de tal forma que, no final da curva (Figura 5.10-f), a magnitude absoluta de V passa a ser maior junto da parede exterior da curva do que no centro e na parede interior da curval, no plano central. Estes resultados revelam que o segundo par de vórtices, embora seja de menor dimensão que o par de vórtices principal, pode atingir intensidade semelhante ou superior (Figura 5.10-e e Figura 5.10-f). Considerando os contornos de Ut (na Figura 5.11 para $Re = 583$), surgem novas regiões de estagnação, correspondentes ao centro dos vórtices adicionais e à região de separação entre os dois pares de vórtices, e uma nova região de Ut máximo entre os dois vórtices adicionais.

Para valores de Re mais elevados ($Re \geq 1000$) a evolução dos padrões de desenvolvimento do escoamento secundário é, contudo, significativamente diferente (Figura 5.9 e Figura 5.13). Comparando os campos de vectores para $Re = 583$ (Figura 5.12) e $Re = 1760$ (Figura 5.13), verifica-se que as principais diferenças ocorrem na primeira metade da curva ($\theta \leq 90^\circ$). Pela sequência de imagens das Figura 5.12 e Figura 5.13, observa-se que o escoamento secundário se desenvolve com elevada intensidade logo no início da curva ($\theta = 10^\circ$), com a formação de um par de vórtices, similares nos dois casos. No entanto, para $\theta \geq 20^\circ$, as diferenças entre os dois casos é notória. A elevada inércia no caso de $Re = 1760$ resulta no desenvolvimento de uma região tampão no centro da secção transversal, onde a velocidade transversal é consideravelmente reduzida (Figura 5.11 para $Re \geq 1000$). Este comportamento está associado ao aumento da velocidade transversal junto da parede interior da curva, devido ao fluido de elevada velocidade que circula ao longo das paredes laterais, e

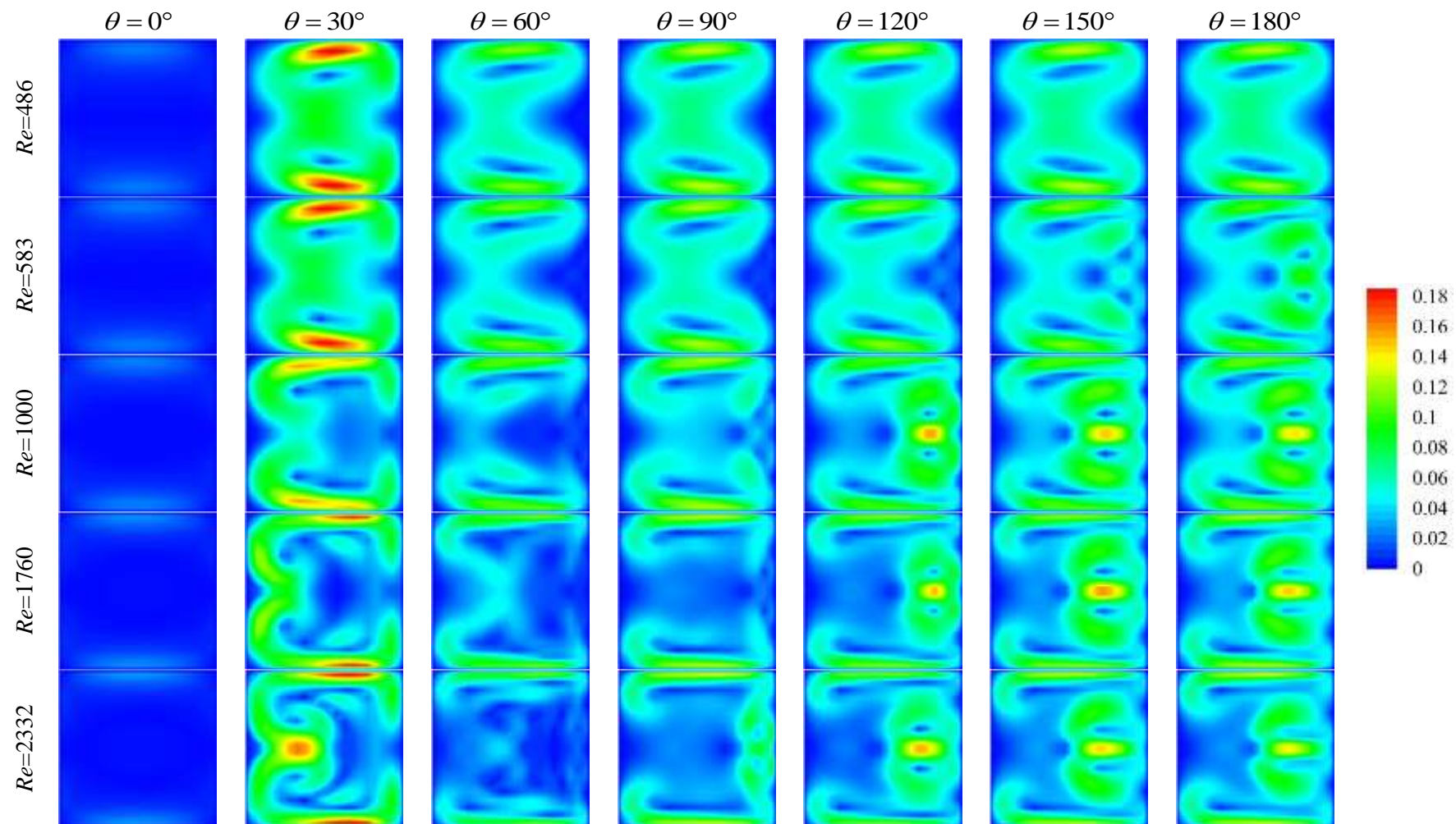


Figura 5.11- Contornos da velocidade transversal (U_t) para $486 \leq Re \leq 2332$ em diferentes posições angulares (θ).

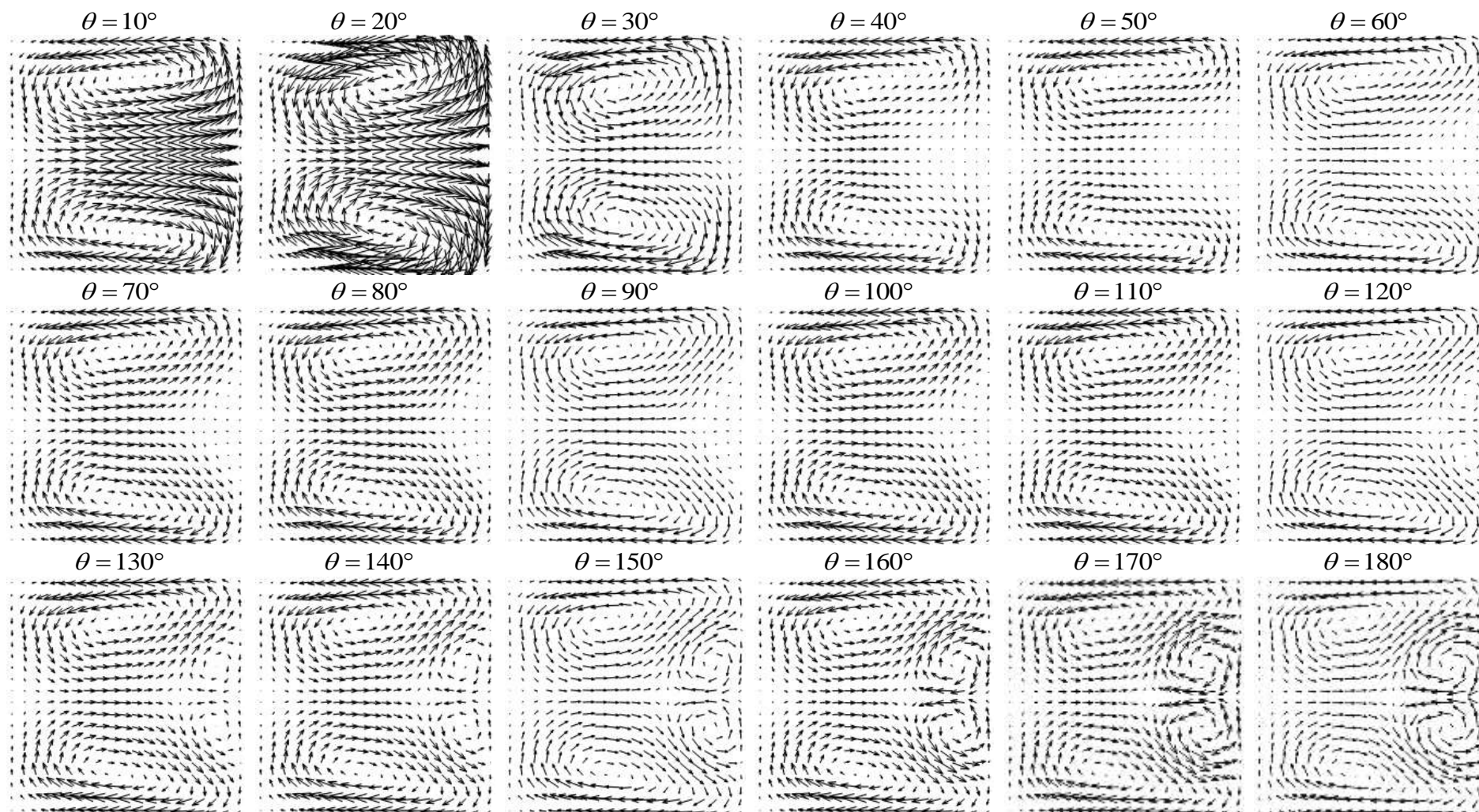


Figura 5.12- Campos de vectores do escoamento secundário para $Re = 583$ em diferentes posições angulares (θ).

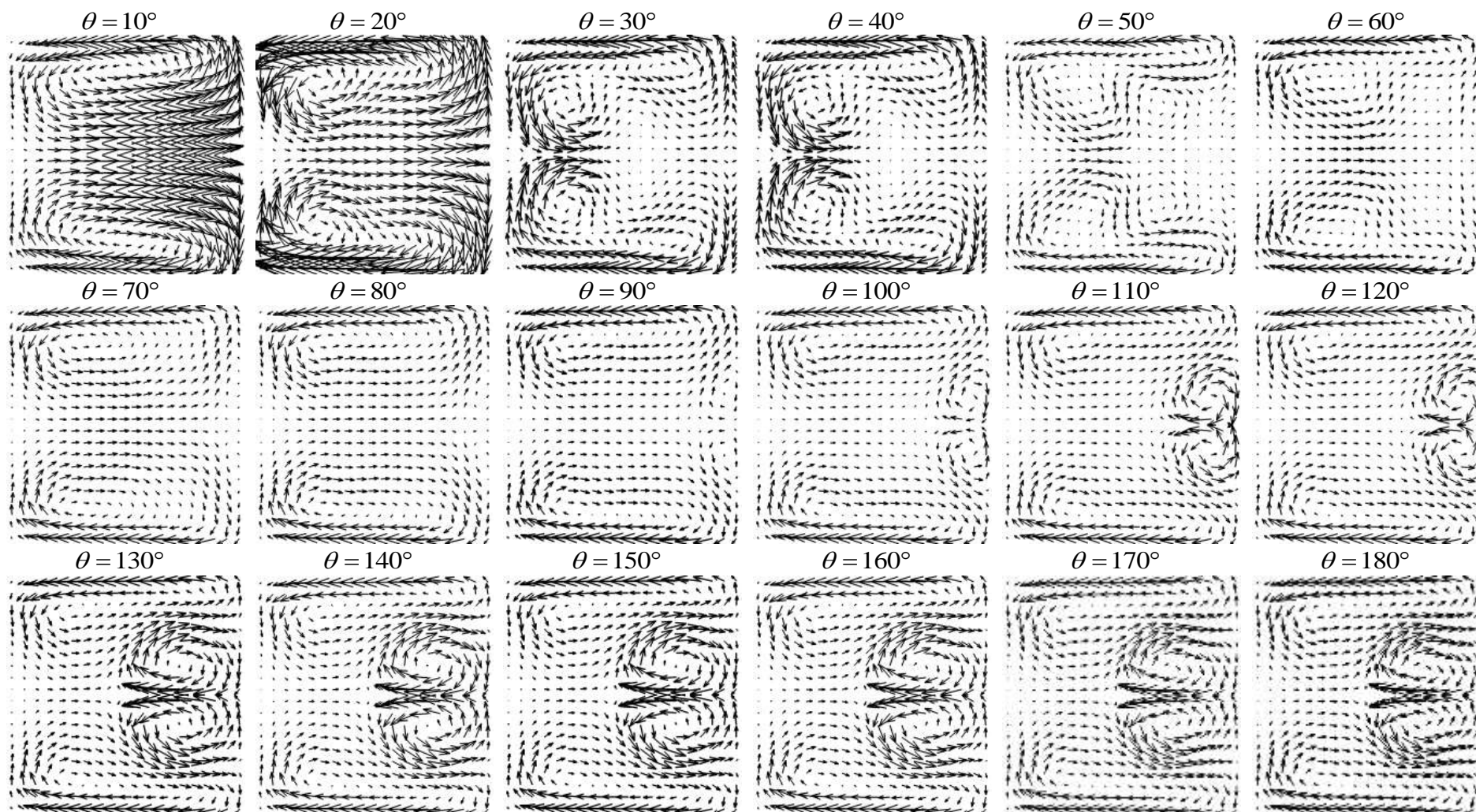


Figura 5.13- Campos de vectores do escoamento secundário para $Re = 1760$ em diferentes posições angulares (θ).

que resulta numa nova mudança na direcção de circulação do fluido nesta região. Como consequência, desenvolve-se um par de vórtices junto da parede interior da curva, em adição ao par de vórtices principal desenvolvido nas posições angulares anteriores (campos de vectores: Figura 5.9 para os casos $Re = 1000$ e 2332 , e Figura 5.13 para o caso $Re = 1760$, na posição $\theta = 30^\circ$). Estes novos vórtices são simétricos em relação ao plano $Z = 0.5$. Para compensar os diferentes gradientes de velocidade na secção, a jusante desenvolve-se um terceiro par de vórtices fracos, na região do centro da secção transversal (Figura 5.13 para $\theta = 50^\circ$). Entretanto, o par de vórtices junto da parede interior da curva aumenta de intensidade e, para $\theta > 50^\circ$, aglutina os outros dois pares de vórtices resultando num escoamento secundário constituído por apenas um par de vórtices simétricos (Figura 5.13 para $\theta > 70^\circ$). Soh (1988) observou estes resultados na primeira metade da curva ($\theta \leq 90^\circ$) para $Re = 790$ e $d/R = 1/2.3$, assim como Mees et al. (1996), para geometria semelhante à geometria aqui utilizada.

A jusante, desenvolve-se o par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva (Figura 5.13 para $\theta > 80^\circ$). Este par adicional de vórtices, que se desenvolve da mesma forma que o par de vórtices adicional no caso de $Re = 583$, aumenta consideravelmente de tamanho e intensidade até ao final da curva (Figura 5.13).

Para $Re = 2332$ (Figura 5.9) o desenvolvimento do escoamento secundário é semelhante ao caso $Re = 1760$ (Figura 5.13), mas com maior intensidade. A elevada inércia no escoamento com $Re = 2332$, resulta ainda na formação de múltiplos pares de vórtices simétricos, num total de cinco pares, tal com se pode verificar pelas linhas de corrente na Figura 5.14, para $\theta = 60^\circ$. Este tipo de padrão, composto por múltiplos pares de vórtices, foi também obtido por Humphrey et al. (1977), Rosenfeld et al. (1991), Zang et al. (1994), Tamamidis et al. (1996) e Darus & Fatt (2008) em curvas de 90° , para além dos já referidos Soh (1988) e Mees et al. (1996a) em curva de 180° .

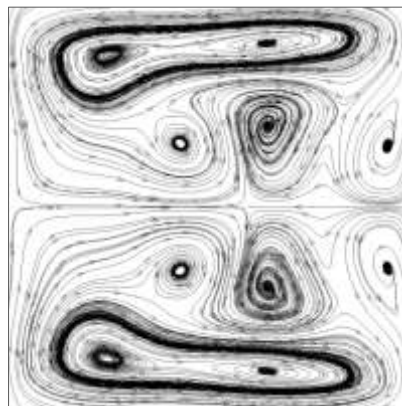


Figura 5.14- Linhas de corrente do escoamento secundário para $Re = 2332$ aos $\theta = 60^\circ$.

A trajectória mais complexa do desenvolvimento do escoamento secundário para os casos onde $Re > 583$, é notória na distribuição da magnitude de U_t na secção transversal (Figura 5.11) e perfis da componente V da velocidade (Figura 5.10). A distribuição de U_t na secção transversal (Figura 5.11), mostra o desenvolvimento da região tampão no centro da secção transversal no início da curva, para $Re > 583$. Além disso, a magnitude máxima de U_t concentra-se junto das paredes laterais ao longo de toda a curva e nas regiões onde se desenvolve o segundo par de vórtices: junto da parede interior na primeira metade da curva; e junto da parede exterior na segunda metade da curva. Quanto aos perfis de velocidade V (Figura 5.10), observa-se o desenvolvimento de um pico no sentido negativo, junto da parede interior da curva para os casos $Re \geq 1000$ (Figura 5.10-a), coincidente com o aparecimento do par de vórtices junto da parede interior da curva (Figura 5.9 para $Re = 1000$ e 2332 , e Figura 5.13 para $Re = 1760$). Nas posições angulares seguintes, V diminui consideravelmente em todo o plano central (Figura 5.10-b e Figura 5.10-c), com o desenvolvimento e subtracção dos múltiplos pares de vórtices verificado entre $60^\circ \leq \theta < 90^\circ$ (Figura 5.9 para $Re = 1000$ e 2332 , e Figura 5.13 para $Re = 1760$). A partir de $\theta \geq 90^\circ$ (desde a Figura 5.10-c à Figura 5.10-f), desenvolve-se um novo pico junto da parede exterior da curva, que aumenta e se desloca ligeiramente no sentido do centro do canal, com o aparecimento e desenvolvimento dos vórtices adicionais nessa região.

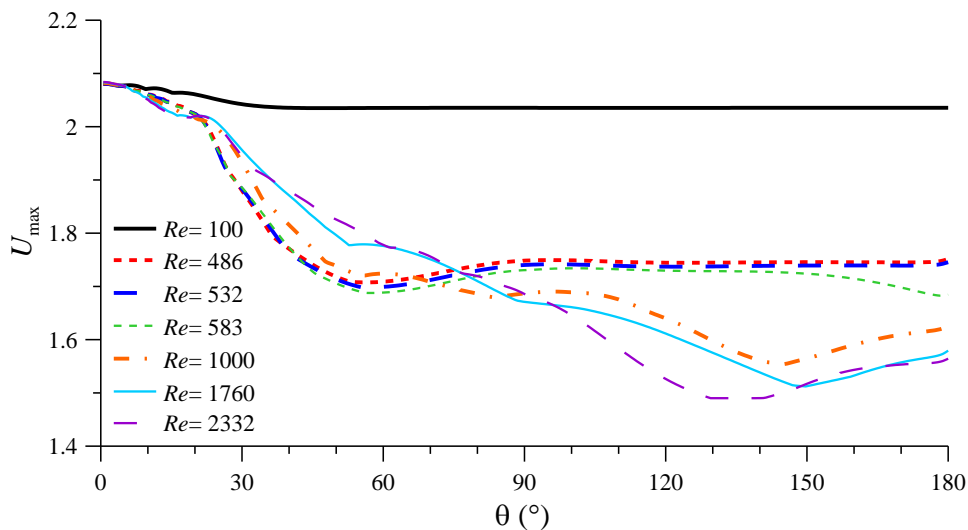


Figura 5.15- Variação de U_{max} com Re ao longo do comprimento da curva.

Em termos de variação de U_{max} com Re ao longo do comprimento da curva (Figura 5.15 e Tabela 5.4), no caso de $Re = 100$, onde não foram observadas grandes variações na distribuição de U , não se verificam grandes alterações também no valor de U_{max} . Ocorre apenas uma ligeira diminuição até $\approx 48^\circ$, e a jusante U_{max} mantém-se constante e com valor

2.035. Quando $Re \leq 583$, a partir de $\approx 20^\circ$ a diminuição de U_{\max} é acentuada até um valor mínimo na posição $\approx 56^\circ$. A jusante, U_{\max} aumenta ligeiramente até 90° , e a partir desta posição angular é mantido um valor constante para os casos $Re = 486$ e 532 , sugerindo o desenvolvimento completo tal como observado por Bara et al. (1992). No caso $Re = 583$, o aparecimento do par de vórtices adicional vai afectar U_{\max} diminuindo novamente o seu valor a partir de $\approx 100^\circ$. Todavia, esta diminuição só é significativa a partir de $\approx 150^\circ$, altura em que os vórtices adicionais são suficientemente grandes para afectar o valor de U_{\max} , embora os vórtices adicionais se desenvolvam a montante desta posição (observado pelo aumento de V no sentido positivo junto da parede exterior da curva, ilustrado a partir da Figura 5.10-c).

Tabela 5.4- Valores de U_{\max} em função de Re e da posição angular (θ), referente à Figura 5.15.

Re							
$\theta(^{\circ})$	100	486	532	583	1000	1760	2332
0.6	2.080	2.081	2.081	2.081	2.082	2.084	2.084
30	2.042	1.876	1.880	1.883	1.929	1.953	1.942
48	2.035	----	----	----	----	----	----
56	----	1.708	----	----	----	----	----
57	----	----	1.698	1.688	----	----	----
60	2.035	1.709	1.699	1.688	1.724	1.776	1.778
90	2.035	1.745	1.740	1.731	1.687	1.671	1.684
101	----	----	----	1.734	----	----	----
120	2.035	1.745	1.740	1.729	1.640	1.611	1.526
137	----	----	----	----	----	----	1.490
145	----	----	----	----	1.554	----	----
149	----	----	----	----	----	1.512	----
150	2.035	1.745	1.740	1.724	1.566	1.513	1.518
180	2.035	1.745	1.740	1.722	1.625	1.579	1.564

Para valores de Re mais elevados ($Re > 583$), verifica-se igualmente uma diminuição de U_{\max} , mas, ao contrário dos casos $Re \leq 583$, a diminuição não é abrupta e estendendo-se até 149° e 136° , nos casos $Re = 1760$ e 2332 , respectivamente (Tabela 5.4 e Figura 5.15). Depois de atingir um valor mínimo, U_{\max} volta a aumentar até ao final da curva. Também para os casos de Re mais elevado, quanto maior Re , maior a diminuição de U_{\max} . A variação de U_{\max} para $Re = 1000$ é intermédia aos casos com Re acima e abaixo deste valor: assemelha-se ao caso $Re = 583$ na primeira metade da curva, mas assemelha-se ao caso $Re = 1760$ na segunda metade da curva (Tabela 5.4 e Figura 5.15).

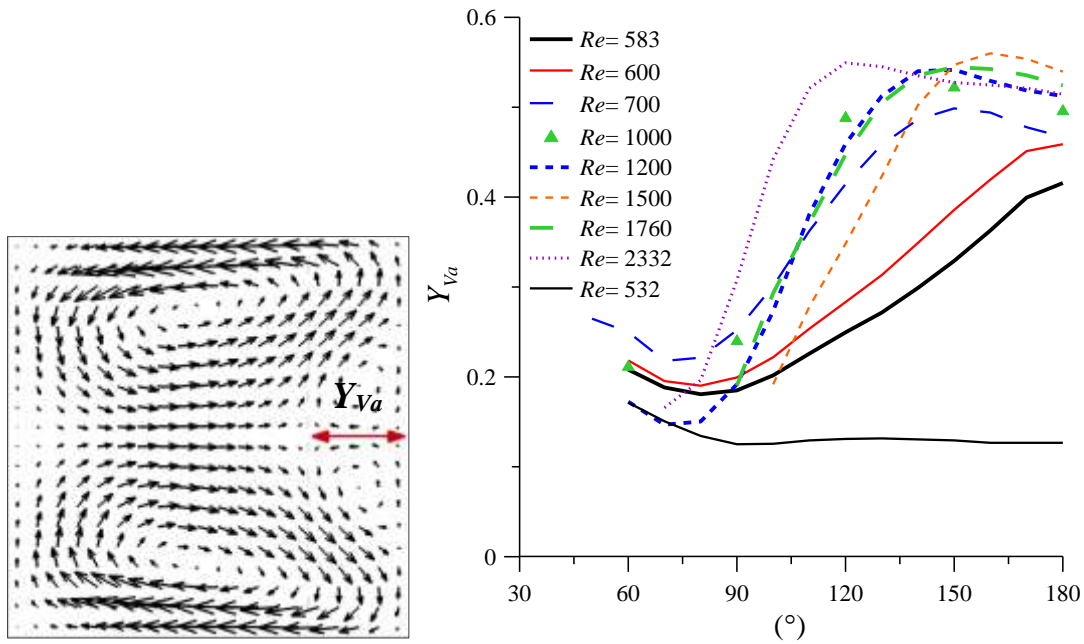


Figura 5.16- Variação do tamanho dos vórtices adicionais (Y_{Va}) ao longo da curva para diferentes valores de Re .

A Figura 5.16 apresenta a variação do tamanho dos vórtices adicionais (Y_{Va}), ao longo da curva, para diferentes valores de Re . O tamanho dos vórtices adicionais é determinado pela distância entre a parede exterior da curva e a região de estagnação formada pelos dois pares de vórtices, onde a velocidade transversal é $V \approx 0$, ao longo do plano $Z = 0.5$ (tal como representado na Figura 5.16). A Figura 5.16 mostra que o par de vórtices adicional nunca surge antes dos 60° , para os valores de Re simulados. Poderá, no entanto, surgir numa posição a jusante, dependendo de Re . De uma forma geral, o par de vórtices aumenta a jusante, mas no final da curva diminui ligeiramente para Re elevado, em particular quando o par de vórtices transpõe o plano médio ($Y_{Va} > 0.5$). Para $Re < 1000$, Y_{Va} é tanto maior quanto maior Re , qualquer que seja a posição angular. Para $Re \geq 1000$ a variação não é tão linear: o par de vórtices pode surgir apenas na segunda metade da curva (por exemplo, para $Re = 1760$); ou podem apresentar tamanho mais reduzido do que aquele apresentado para Re mais baixos, na mesma posição angular (por exemplo, para $Re = 1200$ aos 60°).

Variação da tensão

A distribuição da tensão de corte (τ_{xy}) na secção transversal, que também é afectada pelo desenvolvimento do escoamento secundário, é em seguida caracterizada pelos perfis extraídos do plano central nas Figura 5.17 e Figura 5.19, e pelos contornos na secção transversal na Figura 5.18.

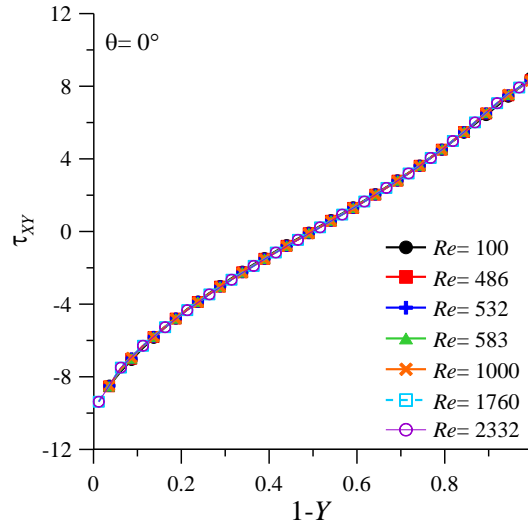


Figura 5.17- Distribuição da tensão de corte (τ_{XY}) ao longo do plano central $Z = 0.50$ em função de Re à entrada da curva ($\theta = 0^\circ$).

À entrada da curva ($\theta = 0^\circ$), τ_{XY} é simétrica, com máximos junto às paredes interior e exterior da curva (Figura 5.17 e Figura 5.18 para $\theta = 0^\circ$). Com o deslocamento da velocidade axial no sentido da parede exterior da curva por acção da força centrífuga, desenvolve-se uma região máxima de τ_{XY} nessa parede (Figura 5.18). Assim, enquanto para $Re = 100$ (Figura 5.5) se verifica um ligeiro aumento de τ_{XY} na parede exterior da curva, para Re mais elevado este aumento é superior (Figura 5.18). Além disso, a Figura 5.18 mostra que τ_{XY} apresenta a sua magnitude máxima no início da curva ($\theta \leq 30^\circ$), e ocupa toda a parede exterior da curva, qualquer que seja o valor de Re , para $Re > 100$. A jusante, e de uma forma geral, τ_{XY} mantém o seu valor máximo junto da parede exterior da curva, embora de magnitude mais reduzida que inicialmente. Nos casos onde a inércia é mais elevada (Figura 5.18 para $Re > 583$) para além do que foi descrito acima, observa-se ainda, nas posições $\theta \leq 30^\circ$, um aumento da magnitude de τ_{XY} numa região bem definida próxima da parede interior da curva, correspondente à zona onde se desenvolvem os vórtices secundários documentados nas Figura 5.9 e Figura 5.13. A jusante, esta região desvanece-se na secção transversal, quando o padrão de escoamento secundário se desenvolve no sentido de apenas um par de vórtices. Na segunda metade da curva, quando o par adicional de vórtices se desenvolve junto da parede exterior da curva, a magnitude de τ_{XY} diminui na região do plano central.

Analisando os perfis de τ_{XY} ao longo do plano $Z = 0.5$ (Figura 5.19), verifica-se que, qualquer que seja o valor de Re , τ_{XY} é maior na parede exterior da curva

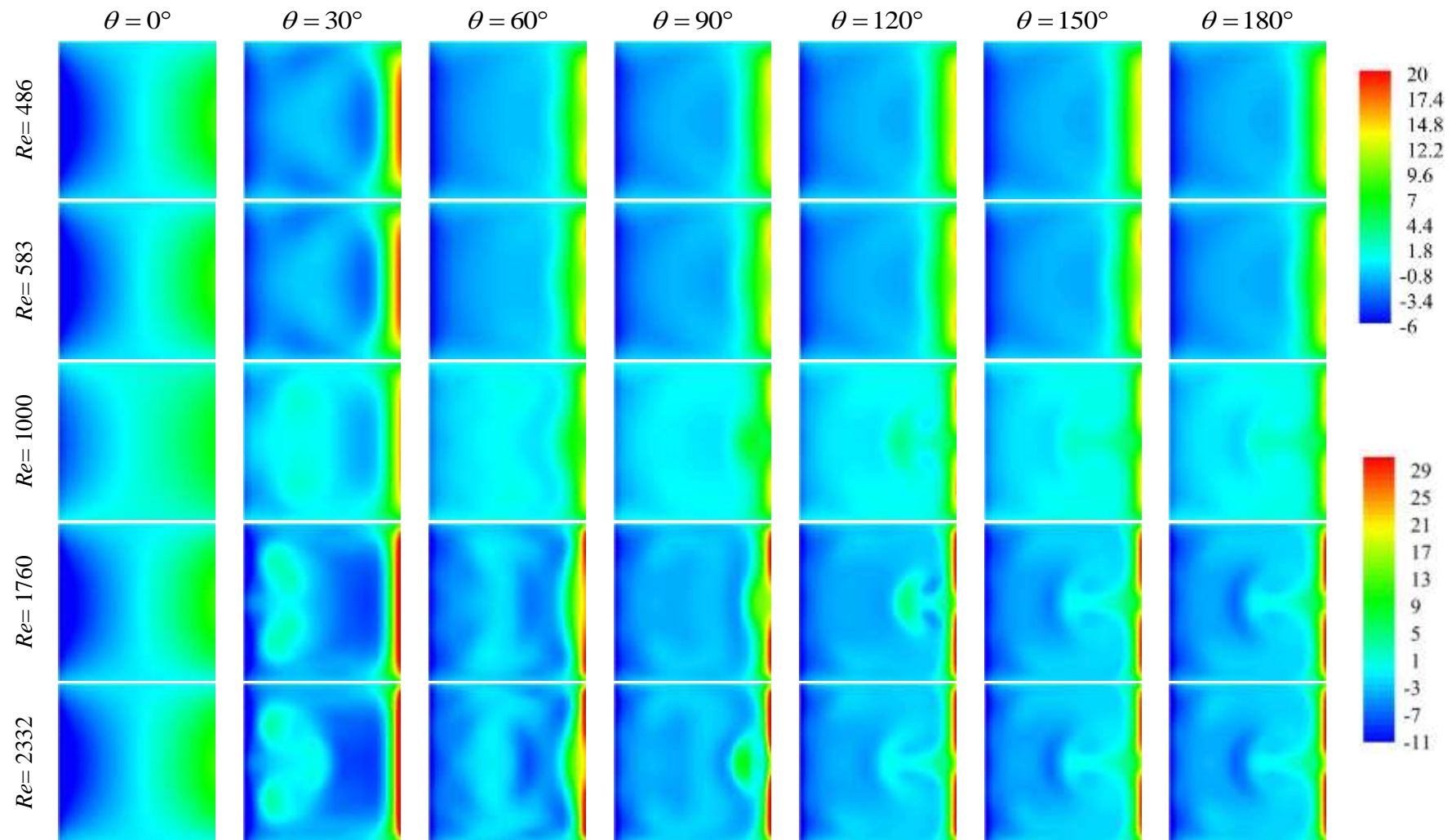


Figura 5.18- Efeito da inércia na distribuição da tensão de corte (τ_{XY}). Contornos de τ_{XY} para $486 \leq Re \leq 2332$ em diferentes posições angulares (θ).

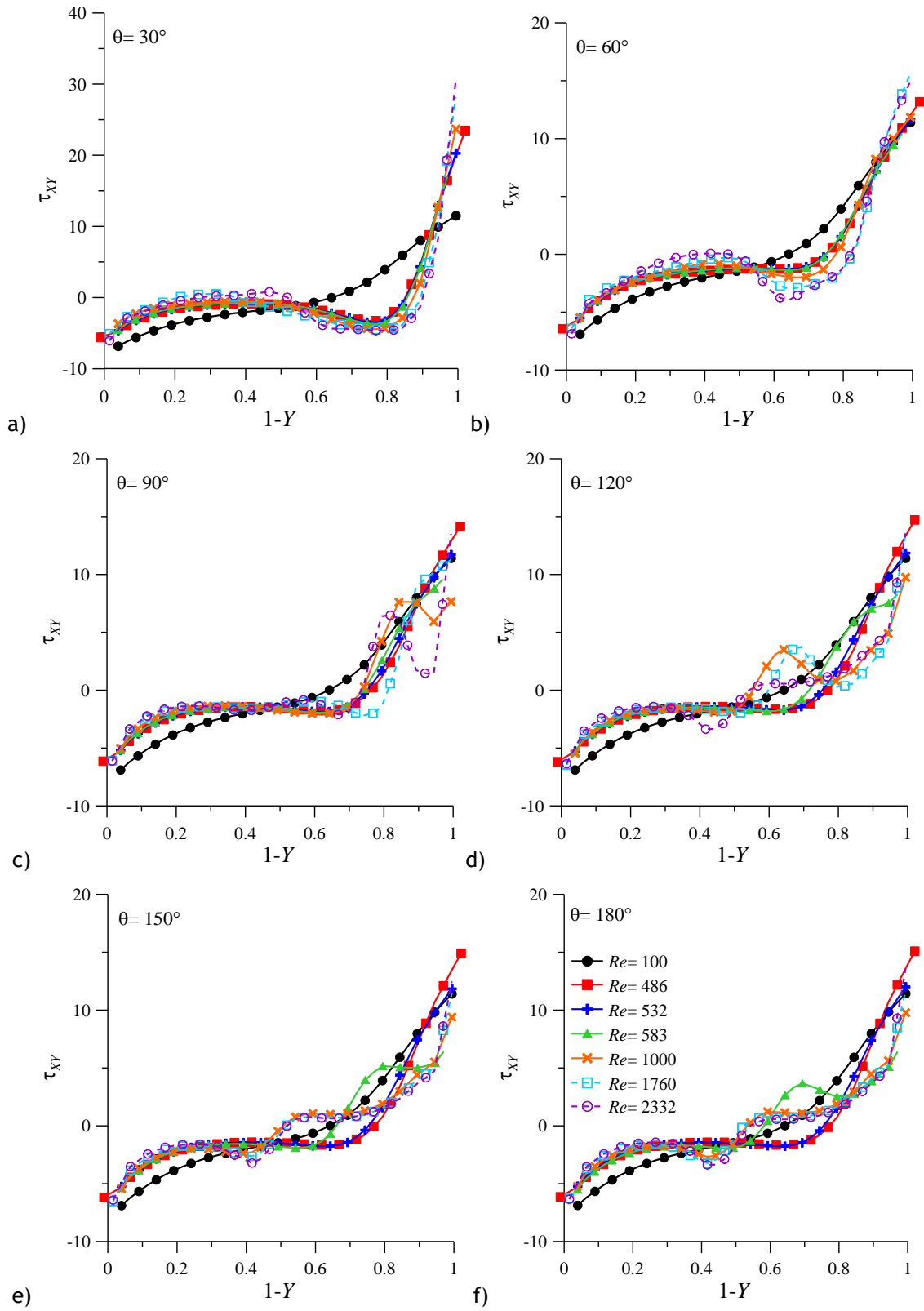


Figura 5.19- Perfis da tensão de corte (τ_{xy}) para $100 \leq Re \leq 2332$, extraídos do plano $Z = 0.50$, para diferentes posições angulares: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° .

comparativamente à parede interior da curva. A tensão τ_{XY} exibe o seu valor máximo aos 30° (Figura 5.19-a), em todos os casos apresentados, sendo tanto maior quanto mais elevado Re . A jusante, a magnitude de τ_{XY} junto da parede exterior da curva diminui. Junto à parede interior da curva, observa-se apenas um ligeiro aumento de τ_{XY} com o aumento de Re , mas a diferença é muito pouco significativa em todo o comprimento da curva. A partir de 90° , enquanto para $Re < 583$ a distribuição de τ_{XY} no plano central mantém-se constante, para $Re \geq 583$ surgem oscilações na distribuição de τ_{XY} resultantes do desenvolvimento dos vórtices adicionais. Estas observações vão de encontro às conclusões de Agrawal et al. (1978) e Choi et al. (1979) que identificaram a parede exterior da curva como a região de elevada tensão de corte, mas não coincidem com a associação desta região ao desenvolvimento do par adicional de vórtices. Uma vez que, no escoamento em desenvolvimento admitido, o valor máximo da tensão de corte ocorre à entrada da curva, a montante da posição de desenvolvimento do par adicional de vórtices.

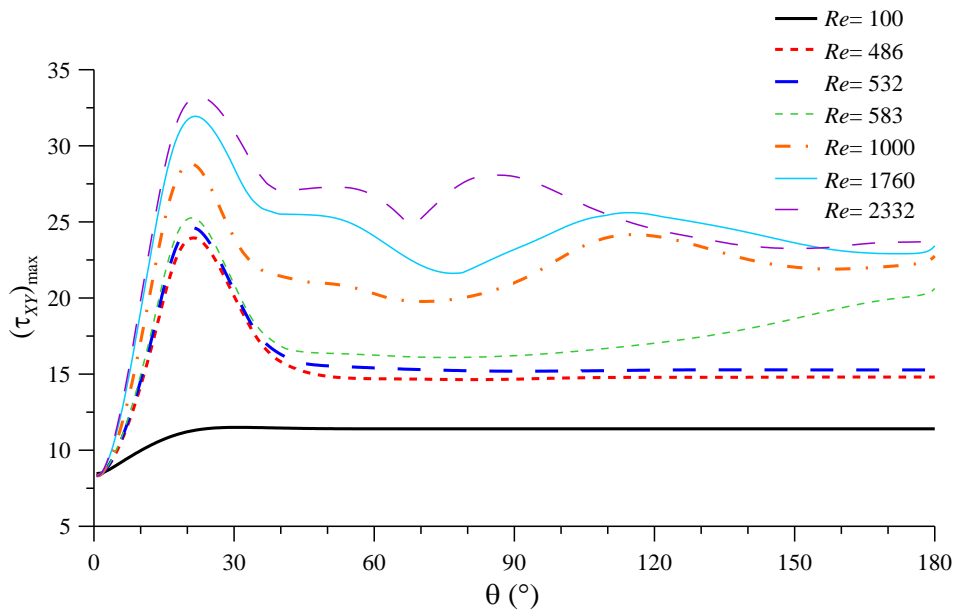


Figura 5.20- Variação de $(\tau_{XY})_{\max}$ com Re ao longo do comprimento da curva.

Observando a variação da tensão de corte máxima $((\tau_{XY})_{\max})$ ao longo da curva, com o aumento de Re (Figura 5.20), verifica-se um aumento considerável de $(\tau_{XY})_{\max}$ na entrada, coincidente com a entrada do escoamento na curva que aumenta significativamente τ_{XY} na parede exterior da curva. Este comportamento é verificado para todos os valores de Re considerados excepto por $Re = 100$, onde o aumento de $(\tau_{XY})_{\max}$ é muito reduzido (tal como

discutido acerca da Figura 5.5 e da Figura 5.19). O valor do pico máximo de $(\tau_{XY})_{\max}$ é tanto maior quanto maior Re , mas surge aproximadamente na mesma localização $\theta \approx 21^\circ$ (Tabela 5.5). Por exemplo, para $Re = 583$ atinge um valor $(\tau_{XY})_{\max} = 25.265$, enquanto para $Re = 2332$ é igual a $(\tau_{XY})_{\max} = 33.247$ (Tabela 5.5). A jusante, $(\tau_{XY})_{\max}$ diminui em todos os casos, mas mais acentuadamente para $Re \leq 583$. Para $Re = 486$ e 532 , é rapidamente atingido um valor de $(\tau_{XY})_{\max}$ constante, mas no caso de $Re = 583$ observa-se novo aumento na segunda metade da curva. Este aumento de $(\tau_{XY})_{\max}$ coincide com a intensificação do par adicional de vórtices. Já para $Re > 583$, a diminuição é pouco acentuada e oscilante. As variações na diminuição de $(\tau_{XY})_{\max}$ aumentam com Re , mas diminuem ao longo da curva. De uma forma geral, $(\tau_{XY})_{\max}$ é maior com o aumento de Re (Figura 5.20 e Tabela 5.5).

Tabela 5.5- Posição angular de $(\tau_{XY})_{\max}$ em função de Re , referente à Figura 5.20.

$Re = 486$		$Re = 583$		$Re = 2332$	
$\theta(^{\circ})$	$(\tau_{XY})_{\max}$	$\theta(^{\circ})$	$(\tau_{XY})_{\max}$	$\theta(^{\circ})$	$(\tau_{XY})_{\max}$
0.6	8.337	0.6	8.325	0.6	8.285
21	23.952	21	25.265	22	33.247
30	20.300	30	21.084	30	31.092
60	14.696	60	16.248	40	27.070
90	14.664	75	16.093	60	26.709
120	14.800	90	16.207	68	24.673
150	14.800	120	17.032	85	28.088
180	14.800	150	18.624	90	27.995
----	----	180	20.625	120	24.527
----	----	----	----	150	23.257
----	----	----	----	180	23.884

Variação da pressão

A variação da pressão (p) na secção transversal é ilustrada qualitativamente na Figura 5.21. A sucessão de contornos da Figura 5.21 mostra que, na curva, a região de maior pressão ocorre sempre junto da parede exterior da curva. A magnitude de p na região máxima tende a diminuir ao longo da curva, em particular em torno do plano central, com o desenvolvimento do par adicional de vórtices. Estes resultados estão qualitativamente de acordo com os contornos apresentados por Liao & Jen (2008), para uma curva de secção quadrada com $d/R = 0.05$.

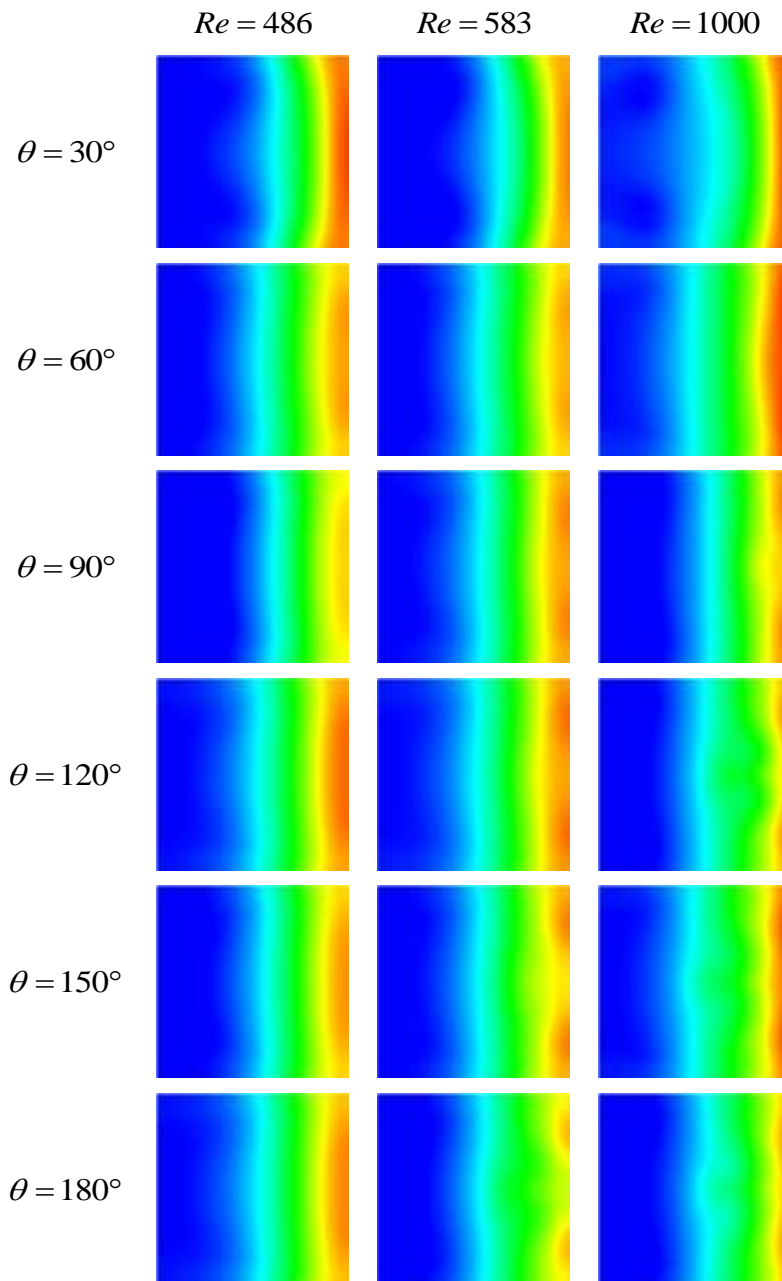


Figura 5.21- Distribuição da pressão (p) na secção transversal. Contornos de p para $486 \leq Re \leq 1000$ em diferentes posições angulares (θ). (NOTA: A região a vermelho, localizada na parede exterior, representa valores elevados, a região azul escura, localizada na parede interior, representa valores reduzidos.)

A variação do gradiente de pressão transversal (dp/dY) com o aumento da inércia, ao longo do plano $Z = 0.5$ e para diferentes posições angulares, é ilustrada nas Figura 5.22 e Figura 5.23. À entrada da curva (Figura 5.22), dp/dY é tanto maior quanto mais elevado Re , e o seu máximo localiza-se no centro, onde a velocidade axial é máxima e não existe ainda escoamento secundário, qualquer que seja o valor de Re . Isto é, a Figura 5.22 apresenta uma distribuição de dp/dY típica de escoamento em canal recto. A jusante (Figura 5.23), a distribuição de dp/dY vai depender significativamente do escoamento secundário

desenvolvido, isto é, de Re e de θ . Quando as forças centrífugas são suficientemente fortes para deslocar o escoamento no sentido da parede exterior da curva, a pressão aumenta consideravelmente nessa região, e dp/dY passa a ser superior junto dessa parede. Por esse motivo, quando $Re = 100$ quase não ocorrem alterações na distribuição de dp/dY , enquanto para $Re > 100$ o perfil altera-se significativamente (Figura 5.23). Em todos os casos considerados, dp/dY apresenta o seu valor máximo na posição angular 30° (Figura 5.23-a), onde o deslocamento da região de velocidade axial máxima é maior, e diminui a jusante. Para $100 < Re \leq 532$, a distribuição de dp/dY mantém-se constante na segunda metade da curva (Figura 5.23), com o máximo do perfil a manter-se junto da parede exterior da curva.

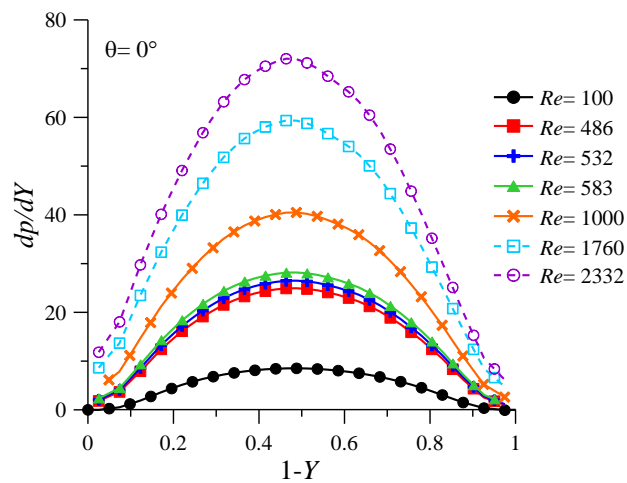


Figura 5.22- Distribuição do gradiente transversal da pressão (dp/dY) ao longo do plano central $Z = 0.50$ em função de Re , à entrada da curva ($\theta = 0^\circ$).

Para valores de Re mais elevados ($Re > 583$) os perfis de dp/dY no plano $Z = 0.5$ são consideravelmente diferentes, logo desde o início da curva. Na posição angular $\theta = 30^\circ$ (Figura 5.23-a), dp/dY apresenta três picos máximos, onde o de maior magnitude localiza-se junto da parede exterior da curva, e o de menor magnitude junto da parede interior da curva. Estes picos devem-se ao desenvolvimento de diferentes gradientes de velocidade ao longo da secção transversal, como consequência da formação dos diferentes pares de vórtices (Figura 5.9, Figura 5.13 e Figura 5.11). Com a simplificação do padrão de escoamento registado a jusante ($\approx 60^\circ$, Figura 5.9 e Figura 5.13), a distribuição de dp/dY passa a ser mais uniforme junto da parede interior da curva, mantendo um pico junto da parede exterior (Figura 5.23-b). Nas posições angulares seguintes ($\theta > 60^\circ$, Figura 5.23), para compensar o gradiente de pressão local elevado na parede exterior da curva, surge então o par adicional de vórtices nessa região (da Figura 5.9 à Figura 5.13).

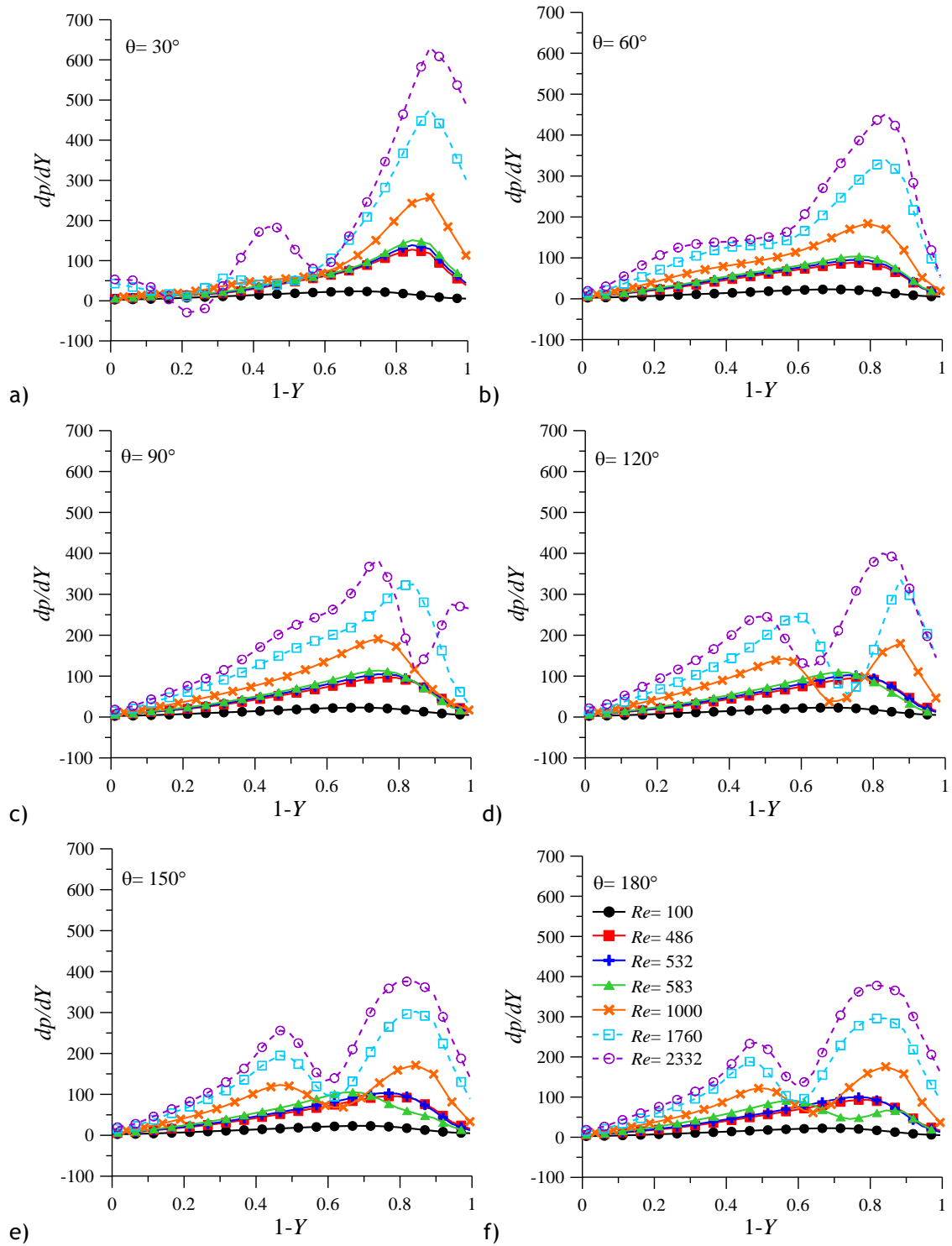


Figura 5.23- Variação da distribuição do gradiente transversal da pressão (dp/dY), ao longo do plano $Z = 0.50$, com Re , em diferentes posições angulares: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° .

O aparecimento e intensificação do par de vórtices adicional vai, em primeiro lugar, deslocar o pico máximo de dp/dY no sentido do centro da secção e, posteriormente, formar um novo máximo de dp/dY na parede exterior da curva. Este comportamento ocorre tão mais a montante quanto maior Re : para $Re = 2332$ ocorre $\theta \approx 90^\circ$ (Figura 5.23-c); para

$Re = 1000$ e 1760 ocorre $\theta \approx 120^\circ$ (Figura 5.23-d); e para $Re = 583$ apenas no final da curva (Figura 5.23-f). Quando $Re = 583$, apesar dos vórtices adicionais surgirem numa posição a montante, o seu tamanho e intensidade não são suficientes para produzir efeito na distribuição da pressão de imediato, tal como acontece para valores de Re mais elevados.

5.3. Conclusões

O desenvolvimento do escoamento de fluido newtoniano através de curva depende consideravelmente do valor da inércia, contudo, o escoamento apresenta características comuns. Ao entrar na curva, o escoamento é deslocado no sentido da parede exterior da curva, tendo como consequências: diminuição da magnitude da velocidade axial máxima e deslocamento desta região no sentido da parede exterior da curva; desenvolvimento de escoamento transversal, com circulação no sentido da parede exterior da curva ao longo do plano central; e aumento da tensão de corte e da pressão na parede exterior da curva. O escoamento secundário é constituído por um par de vórtices, e o escoamento atinge o desenvolvimento completo no comprimento angular admitido.

Quando a inércia é suficientemente elevada surge um par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva que, nesta geometria ($R_c = 15.1$ e $A = 1$), ocorre pela primeira vez para $Re = 532$, mas não persiste até ao final da curva, enquanto para $Re = 583$ persiste. O desenvolvimento do par adicional de vórtices resulta: diminuição da magnitude da velocidade axial máxima e deslocamento desta região no sentido do centro da secção transversal; aumento da velocidade transversal e do gradiente transversal da pressão junto da parede exterior; e ligeira diminuição da tensão de corte na parede exterior da curva. Para $Re \geq 583$ o escoamento não atinge o desenvolvimento completo.

Para inércia elevada, na primeira metade da curva, surge um par de vórtices junto à parede interior da curva resultando: na diminuição da velocidade axial e aumento da velocidade transversal junto da parede interior da curva; no ligeiro aumento da tensão de corte e diminuição do gradiente transversal de pressão na mesma região; e no aparecimento de múltiplos pares de vórtices na secção. Porém, no final da curva, o padrão de escoamento secundário com um par adicional de vórtices na parede exterior da curva é obtido.

O par adicional de vórtices é observado a partir da posição $\theta \approx 60^\circ$, podendo ocorrer a jusante, mas não a montante. De uma forma geral, estes vórtices aumentam em tamanho e intensidade com o aumento da inércia e ao longo da curva.

Capítulo 6.

Escoamento em desenvolvimento de fluido viscoelástico, em curva de 180° com secção transversal quadrada

O escoamento de fluidos newtonianos em curvas é, sem dúvida, o tipo de escoamento que melhor se conhece. Desde o seu desenvolvimento, aos efeitos da variação da inércia, da geometria, das condições de entrada, etc., muitos estudos, quer numéricos, analíticos ou experimentais, têm sido publicados sobre o tema. A importância do estudo do escoamento de fluidos newtonianos em curvas deve-se à sua vasta aplicação prática. No entanto, existem fluidos que apresentam características e comportamentos mais complexos que os fluidos newtonianos. Por isso, os resultados e conclusões obtidos para fluidos newtonianos não são aplicáveis aos fluidos não-newtonianos. Dada a variedade de características e comportamentos que os fluidos não-newtonianos podem apresentar, ainda pouco se sabe relativamente ao seu escoamento em curvas. Contudo, ao acrescentar uma fonte adicional de não-linearidade às equações de governo do escoamento, é de prever que a complexidade do escoamento em curvas seja maior.

O escoamento completamente desenvolvido de fluido newtoniano em canal recto é sempre rectilíneo. Por isso, quando o escoamento ocorre numa curva, o desenvolvimento de escoamento secundário, transversal ao escoamento principal, deve-se principalmente à geometria (i.e., à força centrífuga gerada pela curva). Este facto justifica, por exemplo, a ocorrência de escoamento secundário para fluidos newtonianos em canais curvos, independentemente da forma da secção transversal. Porém, o escoamento de fluido não-newtoniano em canal recto de secção não-circular, não é rectilíneo. Para secção transversal quadrada (Ericksen (1956)) e elíptica (Green & Rivlin (1956)), por exemplo, surge um escoamento secundário com quatro pares de vórtices, visualizado experimentalmente em, por exemplo, Dodson et al. (1974) e Debbaut et al. (1997). Este escoamento secundário é atribuído aos efeitos das diferenças de tensões normais que existem nos escoamentos de fluidos não-newtonianos viscoelásticos. Por este motivo, para além dos efeitos de inércia e da geometria, o escoamento de fluidos não-newtonianos em canais curvos sofrem ainda os efeitos de parâmetros viscoelásticos que irão favorecer e/ou contrariar o desenvolvimento do escoamento secundário. Assim, enquanto no caso newtoniano a geração de instabilidades secundárias só ocorre em escoamentos inerciais, devido à força centrífuga resultante da curva

do canal, no caso não-newtoniano podem ocorrer em curvas mesmo em escoamentos sem inércia.

As investigações sobre escoamentos de fluidos não-newtonianos em canais curvos, de uma forma geral, chegam à conclusão de que a cinemática dos fluidos não-newtonianos é semelhante à dos fluidos newtonianos para Re elevado (Phan-Thien & Zheng (1990)). Isto é, apesar da introdução de não-linearidade, o desenvolvimento do escoamento secundário e a variação do padrão de escoamento (transição de 1 para 2 ou mais pares de vórtices), ocorrem gradualmente e de forma análoga ao caso newtoniano. Outra conclusão geral é a de que o aumento das propriedades elásticas promove o escoamento secundário. De uma forma geral, a elasticidade intensifica o escoamento secundário no escoamento em curvas, levando à diminuição do $Dn_{crítico}$, comparativamente ao caso newtoniano. No entanto, dependendo do tipo de fluido considerado, surgem diferenças importantes, por exemplo: no comprimento necessário para atingir escoamento completamente desenvolvido, na localização axial do aparecimento de vórtices adicionais, na intensidade do escoamento secundário, etc.

Segundo alguns autores, existem também semelhanças na determinação do factor de atrito dos escoamentos de fluidos newtonianos e não-newtonianos. Para Mishra & Gupta (1979b) e Singh & Mishra (1980), as correlações para a determinação do factor de atrito em escoamento de fluidos newtonianos, quer em regime laminar quer em regime turbulento, parecem ser aplicáveis aos escoamentos de fluidos não-newtonianos, em canais helicoidais e espirais. Todavia, Pimenta & Campos (2012), embora tenham concluído que o aumento da elasticidade resulta num aumento do factor de atrito e que para $Dn < 80$ os resultados são semelhantes ao caso newtoniano, o mesmo não se aplica para $Dn > 80$. Nestes casos, o factor de atrito pode ser menor do que no caso newtoniano, e os resultados são bem representados pelas correlações de Mashelkar & Devarajan (1976a, 1976b) e de Kawase & Mooyoung (1987) desenvolvidas para fluidos não-newtoniano. Estas correlações, apresentadas na Tabela 6.1, têm em conta a elasticidade e são válidas para escoamento isotérmico de fluido de lei de potência.

Actualmente existem inúmeros modelos reológicos que descrevem os mais diversos comportamentos dos fluidos não-newtonianos. No estudo de escoamento através de curva, foram já apresentados resultados para os fluidos de Reiner-Rivlin (Jones (1960)), Oldroyd-B (Thomas & Walters (1963, 1965), Srivastava & Sarin (1973a, 1973b), Phan-Thien & Zheng (1990), Joo & Shaqfeh (1991, 1992a, 1992b, 1994), Sarin (1993, 1997), Robertson & Muller (1996), Pires & Sequeira (2011), entre outros), fluido de Cosserat (Kamel & Kaloni (1977)), lei de potência (James (1975), Mishra & Gupta (1979b), Iemoto et al. (1985), Shanthini & Nandakumar (1986), Das et al. (1991), Fellouah et al. (2006b, 2010), entre outros), White-Metzner (Iemoto et al. (1986)), Bingham (Das (1992)), de 2ª ordem (Sharma & Prakash (1977), Jitchote & Robertson (2000), Hadi et al. (2005), Bdulhadi (2006), Norouzi et al. (2010a), entre outros), PTT (Boutabaa et al. (2009), Mompean & Thais (2010)), Criminale-Eriksen-Filbey (Norouzi et al. (2009, 2011, 2012)), UCM (Bowen et al. (1991), Zilz et al. (2012)).

Tabela 6.1- Correlações do factor de atrito em curvas para fluidos não-newtonianos.

Autores	Correlação	Condições
Mashelkar & Devarajan (1976a)	$f_c = (9.069 - 9.438n + 4.374n^2) \left(\frac{a}{R}\right)^{0.5} Dn^{-0.768+0.122n}$	Teórica Fluido inelástico (lei de potência) Válida para: $0 \leq Dn \leq 400$, $0.01 \leq a/R \leq 0.135$ e $0.358 \leq n \leq 1$
Mashelkar & Devarajan (1976b)	$f_c = \left((9.069 - 9.438n + 4.374n^2) \left(\frac{a}{R}\right)^{0.5} Dn^{-0.768+0.122n} \right) (1 - 0.03923Wi^{0.2488})$	Empírica e teórica. Fluido lei de potência Válida para: $0 \leq Dn \leq 400$, $0.01 \leq a/R \leq 0.135$, $0.35 \leq n \leq 1$, $40 \leq Wi \leq 950$
Mishra & Gupta (1979b)	$f_c/f_s = 1 + 0.033(\log_{10} Dn)^4$	Empírica Fluido não-newtoniano Válido para: fluido newtoniano, $R/a = 25.16$ e 1316.5 , $0.71 \leq n \leq 0.91$
Kawase & Mooyoung (1987)	$f_c/f_s = 0.0925C^{-1/4} Dn^{1/2}$ com $n=1$ $f_c/f_s = \frac{1}{16} \left(C^{-n(2-n)} 2^{2(4-n)} \pi^{-n^2} \left(\frac{3}{2}\right)^{2n(1+n)} \right)$ $A^{-n^2} \left(\frac{1+3n}{4n}\right)^{-2n} Dn^{2n} \left(\frac{a}{R}\right)^{n(1-n)} \Big)^{1/(2(1+n))}$	Teórica Fluido inelástico (lei de potência) $C = 0.42$, $A = \frac{280}{39} (1+n) \left(\frac{3}{2}\right)^n$

O modelo de fluido viscoelástico do tipo Oldroyd-B¹ tem sido usado com frequência no estudo do escoamento através de curva. Thomas & Walters (1963, 1965) apresentaram uma solução analítica para escoamento completamente desenvolvido num canal curvo de secção circular e elíptica (com variação do plano de simetria relativamente ao eixo da curvatura). Phan-Thien & Zheng (1990) chegaram à conclusão de que existem semelhanças entre o escoamento inercial de fluido newtoniano e de fluido Oldroyd-B. Joo & Shaqfeh (1991, 1992a) mostraram analiticamente a existência de instabilidades puramente elásticas. Em escoamento inercial, Joo & Shaqfeh (1992b) atribuíram o efeito desestabilizador da elasticidade, sobre o escoamento de fluido Oldroyd-B, à primeira diferença de tensões normais e à sua capacidade de gerar picos de tensão. Sarin (1993, 1997) estudou o efeito da geometria (variação da curvatura em canal com secção circular, e variação da secção transversal elíptica) sobre o escoamento viscoelástico. Robertson & Muller (1996) mostraram que em escoamento inercial, a diminuição do caudal em canal curvo, relativamente ao canal recto, aumenta com o aumento de Wi e com a diminuição de η_s . Zhang et al. (2006) resolveram analiticamente o problema de escoamento de fluido Oldroyd-B para valores de Re , Wi e d/R elevados. Verificaram que, para Re e Wi elevados, a combinação do efeito de Re e Wi são mais reduzidos do que os seus efeitos independentes, por resultarem da interacção não-linear complexa da inércia e da elasticidade. Além disso, verificaram que o efeito de Wi depende muito do valor de Re . Assim, para Re baixo e Wi elevado o máximo da velocidade axial

¹ No modelo Oldroyd-B existem três constantes materiais: tempo de relaxação, viscosidade do polímero e viscosidade do solvente. Quando a viscosidade do polímero e o tempo de relaxação são zero obtém-se fluido Newtoniano. Quando a viscosidade de solvente é zero o modelo reduz-se ao modelo de fluido de Maxwell. É a equação constitutiva mais simples para suspensões diluídas de polímeros em solventes de elevada viscosidade.

desloca-se no sentido da parede interior da curva, mas para Re elevado o máximo da velocidade desloca-se no sentido da parede exterior para um valor crítico de Wi . O valor de $Wi_{crítico}$, por sua vez, diminui com o aumento de Re .

Para fluido de White-Metzner, Iemoto et al. (1986), verificaram que a elasticidade intensifica o escoamento secundário e, à medida que a elasticidade aumenta, a adaptação do padrão de escoamento à curvatura é antecipada. O oposto ocorre para escoamento com inércia de fluido puramente viscoso.

Considerando fluido de lei de potência², a não-linearidade introduzida pelo modelo no cálculo da viscosidade depende do valor do índice n . Em geral, o aumento de n , resulta num aumento do gradiente de pressão axial necessário para gerar um escoamento com uma determinada velocidade média, modificando o $Dn_{crítico}$ para o qual ocorre transição do padrão de escoamento. Por outras palavras, a resistência ao escoamento experimentada por fluidos com diferentes índices n (que modifica a viscosidade aparente do fluido), é diferente quando sujeitos a condições externas semelhantes. Assim, enquanto no caso newtoniano ($n = 1$), a intensidade do escoamento secundário é a única variável a contribuir para o aumento da resistência, no caso de fluido dilatante ($n > 1$) a viscosidade aparente é maior que a de fluido newtoniano, e o escoamento está sujeito a maior resistência. Por outro lado, como a viscosidade aparente de fluido fluidificante ($n < 1$) é menor que a do fluido newtoniano, a resistência do escoamento tende a diminuir, mas o escoamento é menos estável (Savins & Wallick (1965), Shanthini & Nandakumar (1986) Fellouah et al. (2010)). Isto acontece porque, o escoamento para $n < 1$ é caracterizado por baixa viscosidade na região de maior deformação, junto à parede, e elevada viscosidade na região de menor deformação. Embora os vórtices de Dean se desenvolvam mais facilmente na região da parede, têm maior dificuldade em penetrar na região de maior viscosidade, atrasando assim o seu desenvolvimento. Além disso, o efeito de $n < 1$ sobre o escoamento só é significativo quando o valor de Dn é reduzido. Como o aumento da intensidade do escoamento secundário, através do aumento de Dn , actua em oposição à diminuição da resistência do escoamento com a diminuição de n , a contribuição destes fenómenos opostos devem cancelar-se para baixo Dn . Mas para elevado Dn o efeito inercial sobrepõe-se ao efeito da viscosidade. Iemoto et al. (1985) verificaram estes resultados para três configurações geométricas diferentes (apesar da análise ser válida apenas para canais com curvatura reduzida). Em escoamento completamente desenvolvido, Shanthini & Nandakumar (1986) mapearam o diagrama de bifurcação e multiplicidade das soluções para fluido lei de potência e concluíram que a bifurcação das soluções mantém-se qualitativamente a mesma para qualquer valor fixo de índice n . Apesar da adição da não-linearidade associada ao índice n da lei de potência, Dn

² O índice n da lei de potência ($\eta = K\dot{\gamma}^n$, onde K é a consistência e $\dot{\gamma}$ a taxa de deformação) caracteriza os efeitos não-newtonianos puramente viscosos: $n < 1$ para fluido pseudoplásticos/reofluidificante, $n = 1$ para fluido newtoniano e $n > 1$ para um fluido reodilatante/espessante.

e A são apontados como os principais parâmetros controladores do escoamento, mantendo-se qualitativamente semelhante para vários d/R e n . Os resultados de Shanthini & Nandakumar (1986) mostram ainda que, apesar do efeito do índice n da lei de potência não ser crucial nas características do padrão de escoamento, as isolinhas da velocidade axial diferem junto à parede exterior da curva. Fellouah et al. (2010), considerando um escoamento em canal curvo de 180° com secção quadrada, acrescentaram que a oposição dos efeitos de Dn e n são mais acentuados na região de desenvolvimento, onde o escoamento secundário apresenta maior intensidade. Das et al. (1991) obtiveram empiricamente uma correlação do factor de atrito para escoamento laminar de fluido fluidificante ($n < 1$) de lei de potência, e mostraram que, para a mesma velocidade, a queda de pressão aumenta à medida que n diminui.

Salehi-Shabestari et al. (2012) estudaram numericamente o desenvolvimento de instabilidades de Dean em escoamento de fluido viscoelástico para o modelo reológico de Pinho (2003)³ através de curva com secção quadrada. Verificaram que a fluidificação tem efeito estabilizador do escoamento (i.e., para o mesmo Dn , quanto menor n , para $n < 1$, menor a possibilidade de ocorrer transição para escoamento com 4 vórtices), mas o carácter espessante do fluido à deformação extensional desestabiliza o escoamento (i.e., para o mesmo Dn , quanto maior p , para $p > 1$, maior a possibilidade de ocorrer a transição para escoamento com 4 vórtices).

O escoamento de fluidos de Bingham⁴ em canais curvos foi estudado analiticamente por Clegg & Power (1963). Ao adoptarem a simplificação de Dean, para estudarem analiticamente o escoamento de fluido de Bingham, obtiveram uma análise pouco rigorosa. Mostraram apenas o tipo de escoamento esperado para este tipo de fluidos, que consiste no desenvolvimento típico de escoamento secundário constituído por dois vórtices simétricos e trajectória helicoidal das partículas ao longo do canal. Das (1992) concluiu que a tensão de cedência é um dos parâmetros controladores do escoamento. Mostrou que, para os fluidos de Bingham, a elasticidade favorece a adaptação do escoamento à curvatura do canal, resultando no desenvolvimento mais rápido do escoamento secundário. Mostrou também que o factor de atrito é maior para fluidos com elevado valor de tensão de cedência e de d/R , mas com o aumento de Dn o oposto ocorre. Fellouah et al. (2010) consideraram o número adimensional de Bingham⁵ (Bm) para investigar o efeito da tensão de cedência no escoamento em curva.

³ Este modelo incorpora a fluidificação e a extensão-espessante numa única equação de lei de potência. Reduz-se ao modelo newtoniano para $n = p = 1$ e ao modelo de lei de potência padrão para $p = 1$. As soluções poliméricas são simultaneamente fluidificantes (a viscosidade diminui com o aumento da deformação de corte, $n < 1$) e de extensão-espessante (a viscosidade aumenta com a deformação extensional, $p > 1$), (Pinho (2003)).

⁴ Este fluido integra as características dos sólidos plásticos e dos fluidos viscosos. Apresenta uma deformação permanente após um ciclo de carga e descarga no qual se ultrapassou um tensão limite (tensão de cedência). São sensíveis à velocidade de deformação e ao tempo de solicitação. Para este modelo, quando a tensão aplicada é inferior à tensão de cedência, o fluido de Bingham é linear-elástico, mas quando ultrapassa a tensão de cedência comporta-se como fluido de Newtoniano.

⁵ $Bm = (\tau_0 D_h) / (\mu_w U_m)$ onde τ_0 é a tensão de cedência, D_h é o diâmetro hidráulico, μ_w é a viscosidade na parede, U_m é a velocidade axial média. Quando Bm aumenta, o efeito da tensão de cedência sobre o escoamento também aumenta.

Observaram que: o aumentando de Bm retarda o aparecimento das instabilidades de Dean (transição de 2 para 4 vórtices), isto é, aumenta o $Dn_{crítico}$ e aumenta a distância necessária para o aparecimento das instabilidades de Dean (Fellouah et al. (2006b, 2010)). Ademais o $Dn_{crítico}$ atinge o seu valor constante mais rapidamente quando Bm diminui, demonstrando que o desenvolvimento completo da instabilidade de Dean ao longo da curva é mais rápido no caso newtoniano do que no caso não-newtoniano viscoelástico. Fellouah et al. (2010) concluíram que a variação da viscosidade nos fluidos não-newtonianos (que é maior no centro do canal do que junto das predes) é responsável pelo lento desenvolvimento das instabilidades de Dean ao longo da curva, tal como verificado por diferentes autores para fluido de lei de potência. Fellouah et al. (2006b) e Fellouah et al. (2010) abordaram ainda o efeito da geometria no escoamento de fluidos de lei de potência e de Bingham, e verificaram que a variação de $Dn_{crítico}$ com d/R é praticamente independente dos parâmetros reológicos. Já a variação do $Dn_{crítico}$ com A é muito menos regular. No entanto, por se tratar de um fluido de comportamento complexo, os autores não se estendem nas conclusões.

Considerando fluido de 2ª ordem (SOF - *Second Order Fluid*), Sharma & Prakash (1977) focaram-se somente no efeito da primeira diferença de tensões normais, e mostraram que o aumento deste parâmetro leva a um aumento da intensidade do escoamento secundário, i.e., tem efeito desestabilizador do escoamento. Enquanto Jitchote & Robertson (2000) consideraram o efeito da segunda diferença de tensões normais na solução e verificaram que tem o efeito oposto e estabilizador sobre o escoamento secundário. Norouzi et al. (2010a) confirmaram os resultados de Sharma & Prakash (1977) e Jitchote & Robertson (2000), para curva de secção rectangular. O efeito da secção transversal em escoamentos de fluido de 2ª ordem foi abordado por Hadi et al. (2005), que concluíram que o aumento da viscoelasticidade do fluido intensifica o escoamento secundário, em curva de secção rectangular, qualquer que seja o valor de A considerado.

Para fluido Oldroyd-3-constante⁶, Fan et al. (2001) verificaram que a primeira e a segunda diferença de tensões normais têm efeitos opostos sobre o escoamento secundário em canais curvos de secção circular. Também aqui, a primeira diferença de tensões normais actua no sentido da inércia e intensifica o escoamento secundário, enquanto a segunda diferença de tensões normais actua na direcção oposta, e diminui a intensidade do escoamento secundário. Experimentalmente, ao contrário do escoamento viscoelástico em canais rectos, o efeito das forças normais sobre o caudal do escoamento em canais curvos é significativo e é possível diminuir o arrasto do escoamento viscoelástico através da adição de polímero. Apesar do significado dos resultados, Fan et al. (2001) defendem que o modelo Oldroyd-3-constantes ainda é muito simples para prever quantitativamente o comportamento de soluções diluídas

⁶ Este modelo tem viscosidade constante e inclui os modelos UCM (*Upper-Convected Maxwell*) e Oldroyd-B como casos especiais. Com este modelo é possível examinar separadamente os efeitos da inércia e da primeira e segunda diferença de tensões normais, sem os efeitos fluidificantes.

de polímero. Em geral, os resultados para este modelo não coincidem com os resultados experimentais de soluções poliméricas.

O escoamento de fluido viscoelástico Phan-Thien-Tanner (PTT), através de canais curvos em “U” de secção transversal quadrada, foi abordado por Boutabaa et al. (2009) e Mompean & Thais (2010). Os resultados são consonantes e mostram que o aumento do carácter viscoelástico do fluido antecipa a transição de 1 para 2 pares de vórtices, comparativamente ao caso newtoniano nas mesmas condições de escoamento. Helin et al. (2009) investigaram o efeito do aumento das propriedades elásticas do fluido Phan-Thien-Tanner modificado (MPTT - *modified Phan-Thien-Tanner*) e chegaram à conclusão que, também para este modelo, o desenvolvimento das instabilidades de Dean são antecipadas relativamente ao caso newtoniano, nas mesmas condições de escoamento. Além disso, verificaram que o aumento de Re e de De , a diminuição de n e o aumento do parâmetro de extensibilidade favorece a transição de escoamento com 1 para 2 pares de vórtices.

O modelo de fluido Criminale-Eriksen-Filbey (CEF) foi estudo por Norouzi et al. (2009), em escoamento através de curva de secção rectangular. Tal como acontece noutros modelos viscoelásticos, a influência sobre o escoamento secundário da primeira e segunda diferença de tensões normais é elevada e têm efeitos opostos: enquanto a primeira diferença intensifica o escoamento secundário, diminui o caudal do escoamento e aumenta a tensão axial junto à parede exterior da curva; a segunda diferença de tensões normais diminui a intensidade do escoamento secundário, aumenta o caudal, diminui a tensão normal axial e o gradiente de pressão transversal.

O escoamento em canal curvo, formado por dois cilindros concêntricos, de fluido viscoelástico do modelo Giesekus foi considerado por Pourjafar & Sadeghy (2012). Verificaram que existe um valor de Wi crítico abaixo do qual a elasticidade do fluido estabiliza o escoamento, mas para valores superiores a elasticidade desestabiliza o escoamento.

A revisão acima apresentada sugere que, de uma forma geral, os fluidos não-newtonianos antecipam o desenvolvimento de instabilidades secundárias no escoamento através de curvas. Porém, revela também que não devem ser feitas generalizações e, consequentemente, a necessidade do estudo do escoamento em curvas usando modelos de fluidos mais realistas.

6.1. Descrição do problema

Considerando a mesma geometria, malha computacional e condições de escoamento apresentadas no Capítulo 5 para fluido newtoniano, será agora analisado o escoamento em desenvolvimento através de curva de fluidos viscoelásticos. Para isso, serão utilizados os modelos reológicos FENE-CR e FENE-P para descrever o fluido viscoelástico.

Nos fluidos viscoelástico tipo FENE, existem três números adimensionais independentes que é necessário ter em consideração num escoamento em curva, para além do número de Reynolds (Re) e dos parâmetros geométricos (curvatura e razão de aspecto). Estes números,

que foram definidos anteriormente no Capítulo 2, são: a elasticidade, através do número de Weissenberg (Wi); a extensibilidade do polímero (L^2); e parâmetro de retardamento (β). Os efeitos da variação destes parâmetros sobre o escoamento serão analisados separadamente, em escoamentos com forças inerciais significativas. Assim, foram realizadas simulações para diferentes números de Reynolds ($486 \leq Re \leq 583$), e números de Weissenberg $Wi > 0$, para diferentes valores de L^2 ($50 \leq L^2 \leq 200$) e β a variar entre 1 e 0. Em geral, para analisar o efeito da extensibilidade, β é fixado no valor 0.5, enquanto para analisar o efeito do parâmetro de retardamento, a extensibilidade é fixada no valor $L^2 = 100$. Os valores de Re considerados estão entre a gama de valores onde ocorre a transição do padrão de escoamento secundário para o caso newtoniano. Os resultados são apresentados para diferentes posições ao longo da curva e secção transversal, tal com efectuado no caso newtoniano.

À entrada do domínio do escoamento é imposto escoamento completamente desenvolvido baseado nas soluções analíticas.

Este capítulo é também baseado no artigo Malheiro et al. (2013).

6.2. Resultados

Os resultados apresentados a seguir serão comparados apenas qualitativamente com os resultados publicados sobre o escoamento através de curva de diferentes fluidos não-newtonianos, devido à inexistência de dados sobre o tema para fluidos do tipo FENE. O fluido FENE-CR descreve fluidos elásticos com viscosidade de corte constante (por exemplo, fluidos de Boger). Já o fluido FENE-P apresenta efeitos reofluidificantes na viscosidade de corte e no coeficiente da primeira diferença de tensões normais. O primeiro modelo permite analisar o efeito da elasticidade e dos parâmetros viscoelásticos isoladamente sem o efeito da reofluidificação. Já o segundo modelo permite isolar o efeito reofluidificante (quando em comparação com o modelo FENE-CR para as mesmas condições de escoamento) e avaliar de que modo esta propriedade afecta o escoamento em curvas.

6.2.1. Efeito de Re e de Wi

A Figura 6.1 começa por mostrar a variação da velocidade axial (U), no plano central $Z = 0.5$, com a coordenada da curvatura dada pelo ângulo θ , como função do Wi para modelo FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.5$. Verifica-se que as previsões do desenvolvimento da velocidade axial ao longo da curva são muito semelhantes ao desenvolvimento verificado para o caso de fluido newtoniano, medidos experimentalmente por Bara et al. (1992) e confirmados numericamente no Capítulo 5. Na primeira metade da

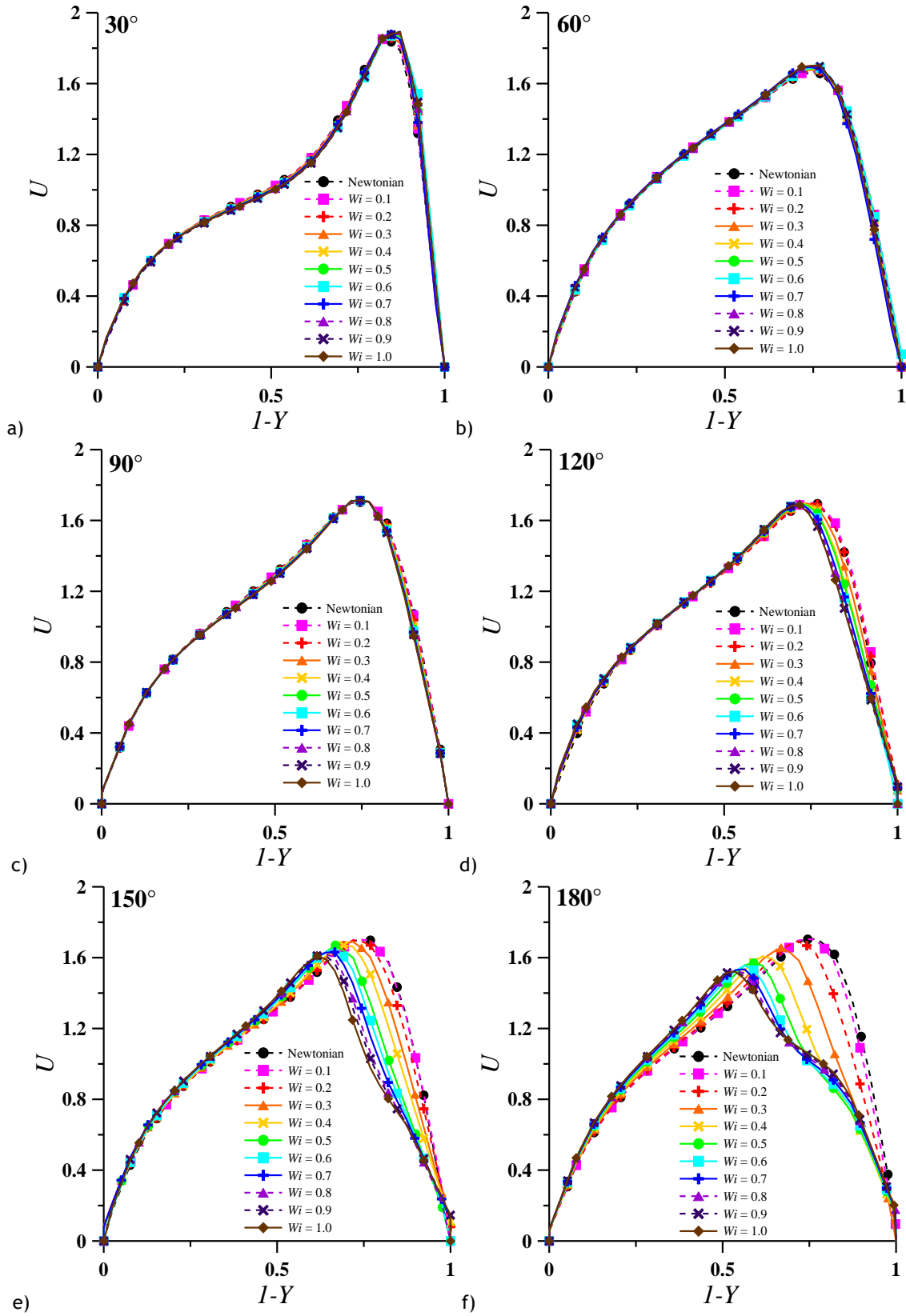


Figura 6.1- Variação de U com Wi , em diferentes posições angulares: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; e f) 180° . Perfis de velocidade extraídos do plano $Z = 0.50$, para modelo newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

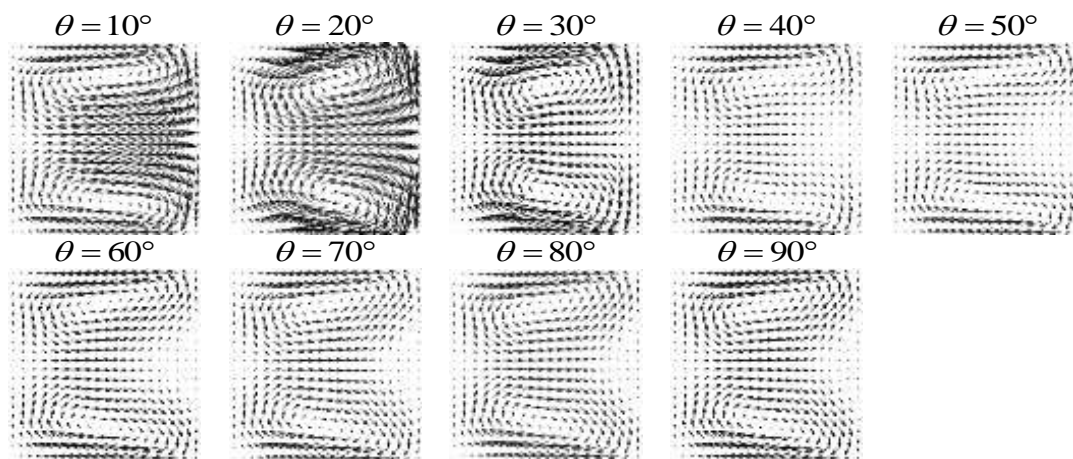


Figura 6.2- Evolução do padrão do escoamento secundário, na primeira metade da curva. Campos de vectores para modelo FENE-CR com $Re = 532$, $Wi = 0.50$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

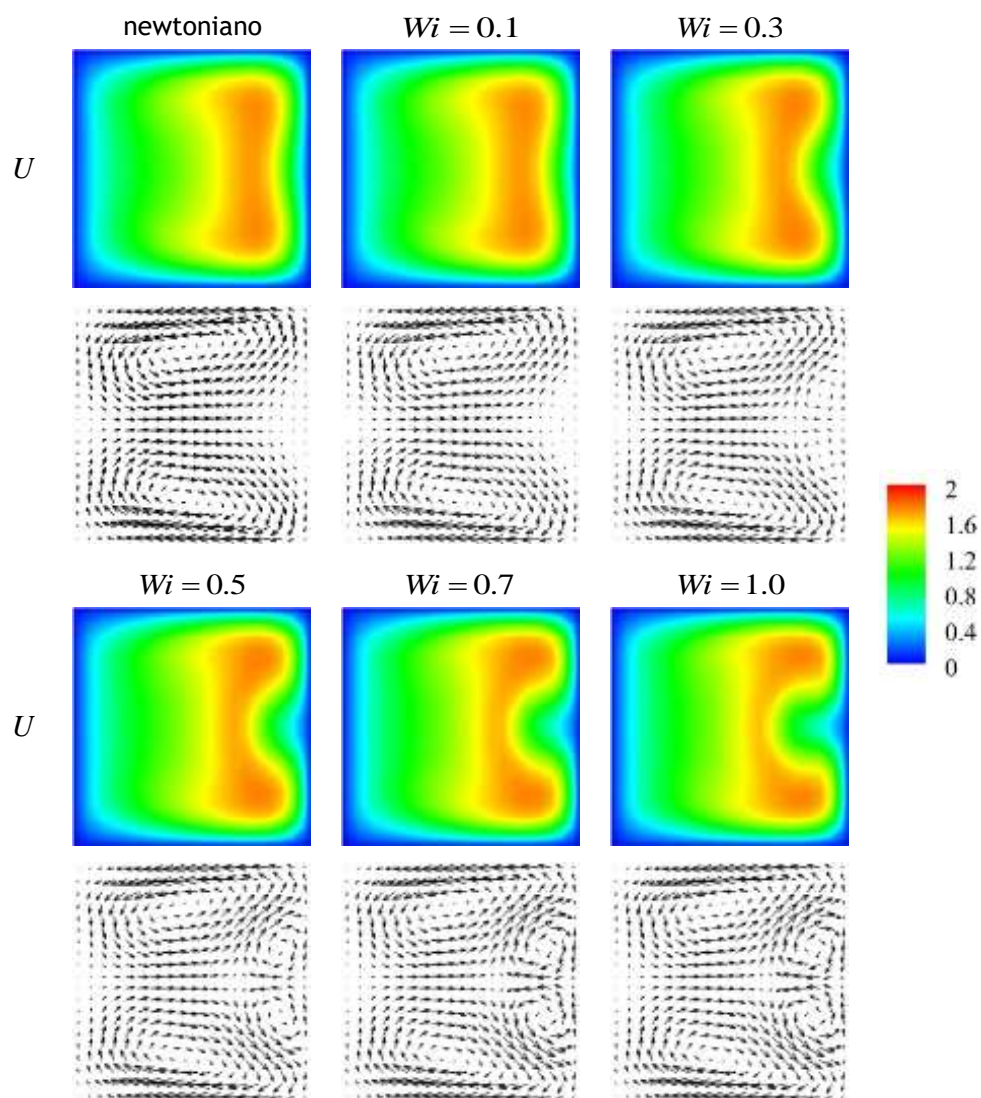


Figura 6.3- Variação da distribuição de U e do padrão do escoamento secundário em função de Wi , na posição $\theta = 150^\circ$. Modelo newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

curva ($\theta \leq 90^\circ$, desde a Figura 6.1-a à Figura 6.1-c), os perfis de velocidade axial são idênticos e independentes de Wi . O escoamento move-se de encontro à parede exterior da curva devido à força centrífuga, exibindo um pico acentuado junto a esta parede. Tal como no caso newtoniano, o escoamento secundário é estabelecido na secção transversal e é constituído por um par de vórtices simétricos (Figura 6.2 para FENE-CR com $Re = 532$, $Wi = 0.5$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.5$). Na segunda metade da curva ($\theta > 90^\circ$, desde a Figura 6.1-d à Figura 6.1-f) a distribuição de U , é afectada pela elasticidade, onde a transferência de quantidade de movimento no sentido do centro do canal aumenta como aumento de Wi . Este aumento do deslocamento do pico máximo de U está associado ao desenvolvimento e intensificação do par adicional de vórtices simétricos de contra-rotação, junto da parede exterior da curva. Este comportamento é confirmado na Figura 6.3, para o caso FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.5$, onde a variação dos contornos de U e os campos de vectores do escoamento transversal com o aumento de Wi são apresentados, para a posição angular $\theta = 150^\circ$.

A Figura 6.3 mostra ainda que a região junto à parede exterior da curva, em especial em torno do plano central, é fortemente dependente da variação da elasticidade, sendo particularmente interessante analisar as alterações que ali ocorrem durante o desenvolvimento do escoamento. A análise do escoamento baseado apenas em U não permite prever directamente as alterações que ocorrem na secção transversal. Por esse motivo, a análise do escoamento deve ser feita em conjunto com a variação das componentes transversais da velocidade, dadas por V e W . Destes parâmetros da velocidade, a variação da componente V é particularmente interessante. Apesar de a magnitude de V ser reduzida, comparativamente à componente axial, esta fornece informação importante relativamente ao sentido do escoamento transversal local: quando apresenta sinal negativo, significa que a componente aponta no sentido da parede exterior da curva; quando apresenta sinal positivo, significa que a componente aponta no sentido do centro da secção.

A Figura 6.4 ilustra a evolução da velocidade axial e da componente transversal V da velocidade, ao longo da curva, para diferentes valores de Wi , considerando os casos newtoniano e FENE-CR com $Re = 486$, 532 e 583 , no ponto de coordenadas $(1-Y, Z) = (0.87, 0.52)$. A variação local de U e V , no início da curva ($\theta < 60^\circ$), é semelhante nos dois modelos de fluido, qualquer que seja o valor de Re e de Wi , mostrando a forte dependência do desenvolvimento do escoamento na geometria do canal (Figura 6.4). A variável U parte do mesmo valor em todos os casos (para $\theta = 0^\circ$, $U = 0.9679$), e aumenta rapidamente neste ponto até um máximo ($U \approx 2$, sendo ligeiramente menor para o caso newtoniano e para Wi mais reduzido, mas não é significativo) a uma distância angular $\theta \approx 6^\circ$. O desenvolvimento deste pico deve-se ao deslocamento abrupto do escoamento no sentido da parede exterior, verificado à entrada da curva, e que faz aumentar U localmente. Imediatamente a jusante, U diminui em todos os casos. Em contrapartida, após

a posição $\theta = 60^\circ$, U é sensível à variação de Re e de Wi (Figura 6.4). Por outro lado, o valor absoluto local de V é nulo à entrada da curva ($\theta = 0^\circ$), aumenta abruptamente com sentido da parede exterior da curva para $\theta < 20^\circ$. Estes resultados indicam que o escoamento secundário se desenvolve imediatamente a seguir à entrada da curva, e que é nesta região que o escoamento secundário atinge a sua intensidade máxima. Nesta região, o escoamento secundário apresenta um padrão semelhante ao ilustrada na Figura 6.2, independentemente de Wi . A jusante ($\theta > 20^\circ$), V diminui localmente em magnitude absoluta em todos os casos, e a partir de $\approx 60^\circ$ passa a depender de Re e de Wi (Figura 6.4).

Para $\theta > 60^\circ$, quando $Re = 486$ (Figura 6.4-a), o valor local de U tende para um valor constante para caso newtoniano e viscoelástico com $Wi \leq 0.5$, mas diminui para $Wi > 0.5$ até ao final da curva, sendo tanto menor quanto maior Wi . Já a componente V (Figura 6.4-a) apresenta valor constante de sinal negativo em todos os casos ilustrados, excepto para fluido viscoelásticos com $Wi \geq 0.7$, para os quais a magnitude de V aumenta localmente no sentido positivo. Estes resultados mostram que para $Re = 486$ ocorre reversão local do escoamento quando $Wi \geq 0.7$ (Figura 6.4-a). Mas, na realidade, para $Re = 486$, a reversão do sentido de circulação do escoamento junto à parede exterior da curva ocorre para $Wi > 0.3$ (Figura 6.5), porém, este comportamento abrange uma região reduzida junto da parede exterior da curva que não é detectada localmente na Figura 6.4-a. Os campos de vectores extraídos da posição angular $\theta = 150^\circ$ (Figura 6.5), revelam ainda que para $Wi = 1.0$ ocorre formação do par adicional de vórtices, onde se observa o aumento de V no sentido positivo e, consequentemente, uma diminuição de U mais acentuada (Figura 6.4-a).

Para $Re = 532$ ($\theta > 60^\circ$, Figura 6.4-b), no caso newtoniano e viscoelástico com $Wi = 0.1$, U tende para um valor constante, cuja magnitude é máxima para o caso newtoniano. Quando $Wi > 0.1$ (Figura 6.4-b), à semelhança do caso anterior para $Wi > 0.5$ (Figura 6.4-a), U diminui ao longo do comprimento da curva. Esta diminuição de U é tanto maior quanto maior Wi , e é consideravelmente superior quando comparado com valor de Re mais reduzido. No final da curva regista-se um ligeiro aumento local de U para $Wi \geq 0.5$, sendo este aumento mais acentuado e antecipado na curva com o aumento de Wi (para $Wi = 0.5$, 0.7 e 1.0 a partir da posição angular $\approx 178^\circ$, $\approx 174^\circ$ e $\approx 162^\circ$, respectivamente, na Figura 6.4-b). O mesmo tipo de evolução é observado para $Re = 583$ (Figura 6.4-c), mas neste caso é registado quer para o caso newtoniano quer para os casos viscoelásticos, qualquer que seja o valor de Wi . Nestes casos, o aumento de U no final da curva é antecipado para as posições angulares $\theta \approx 176^\circ$, e para 170° , 152° , 144° , 138° e 135° para o caso newtoniano e para os casos viscoelásticos com $Wi = 0.1$, 0.3 , 0.5 , 0.7 e 1.0 , respectivamente.

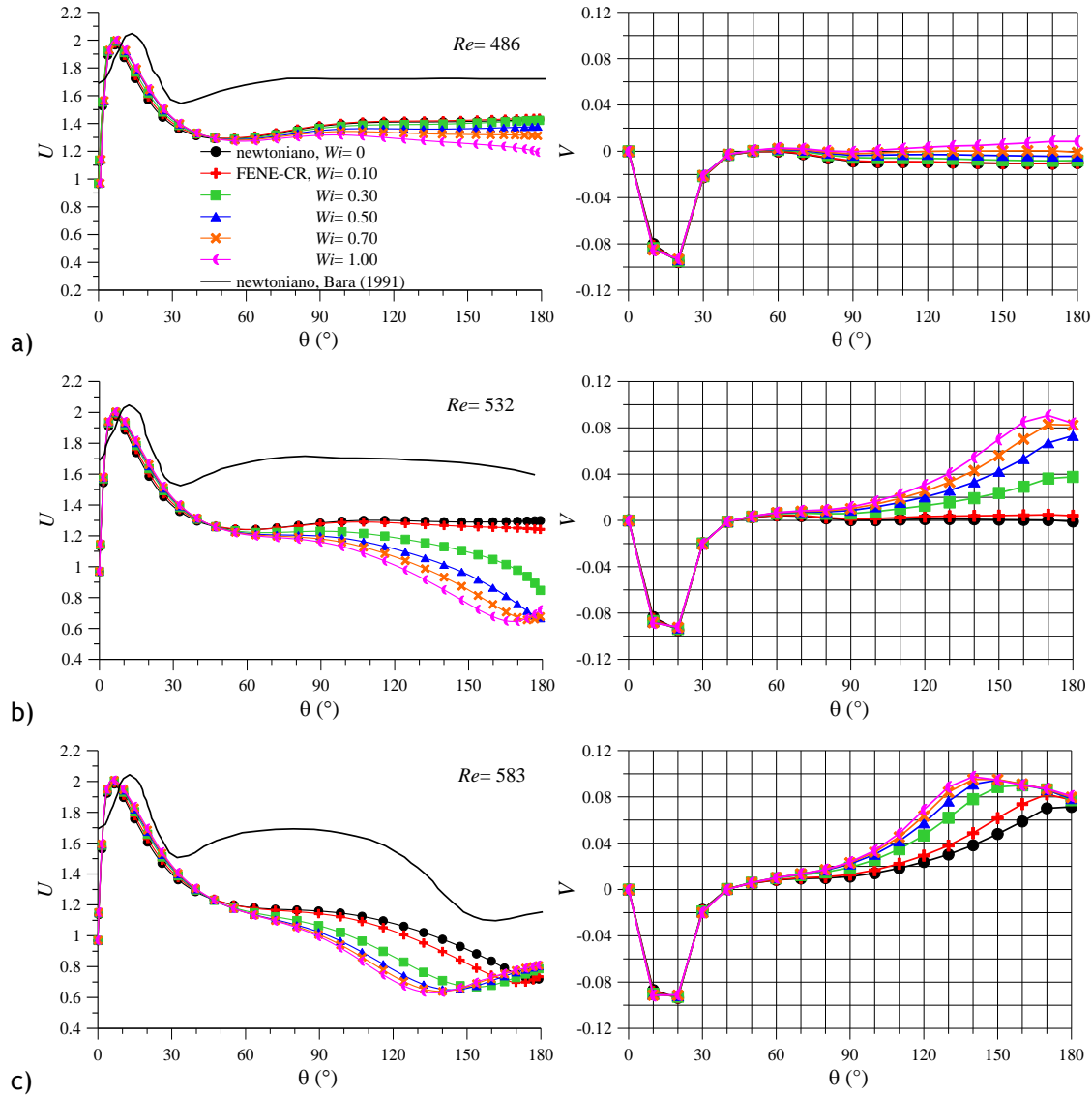


Figura 6.4- Variação de U e V para diferentes valores de Wi , ao longo da curva no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.52)$ para: a) $Re = 486$; b) $Re = 532$ e c) $Re = 583$. Fluidos newtoniano e FENE-CR com $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$, e resultados de Bara (1991) para fluido newtoniano no ponto $(1-Y, Z) = (0.74, 0.50)$.

Avaliando a componente V para $Re = 532$, observa-se na Figura 6.4-b que V tende para um valor constante positivo ≈ 0 no caso newtoniano e modelo FENE-CR com $Wi = 0.10$. Quando $Wi \geq 0.30$ o valor de V aumenta no sentido positivo, até ao final da curva, sendo este aumento tanto maior quanto maior o valor de Wi . Estes resultados indicam uma intensificação local do escoamento secundário para $Wi \geq 0.30$, cuja circulação decorre no sentido do centro da secção transversal, que é confirmado pelos padrões de escoamento secundário na Figura 6.5. Para o caso $Re = 532$, observa-se a formação do par adicional de vórtices para todos os casos viscoelásticos, justificando a diminuição de U e o aumento de V local (Figura 6.4-b). Este comportamento é acentuado com o aumento da inércia (Figura 6.4-c e Figura 6.5 para $Re = 583$).

$Re = 486$

$Re = 532$

$Re = 583$

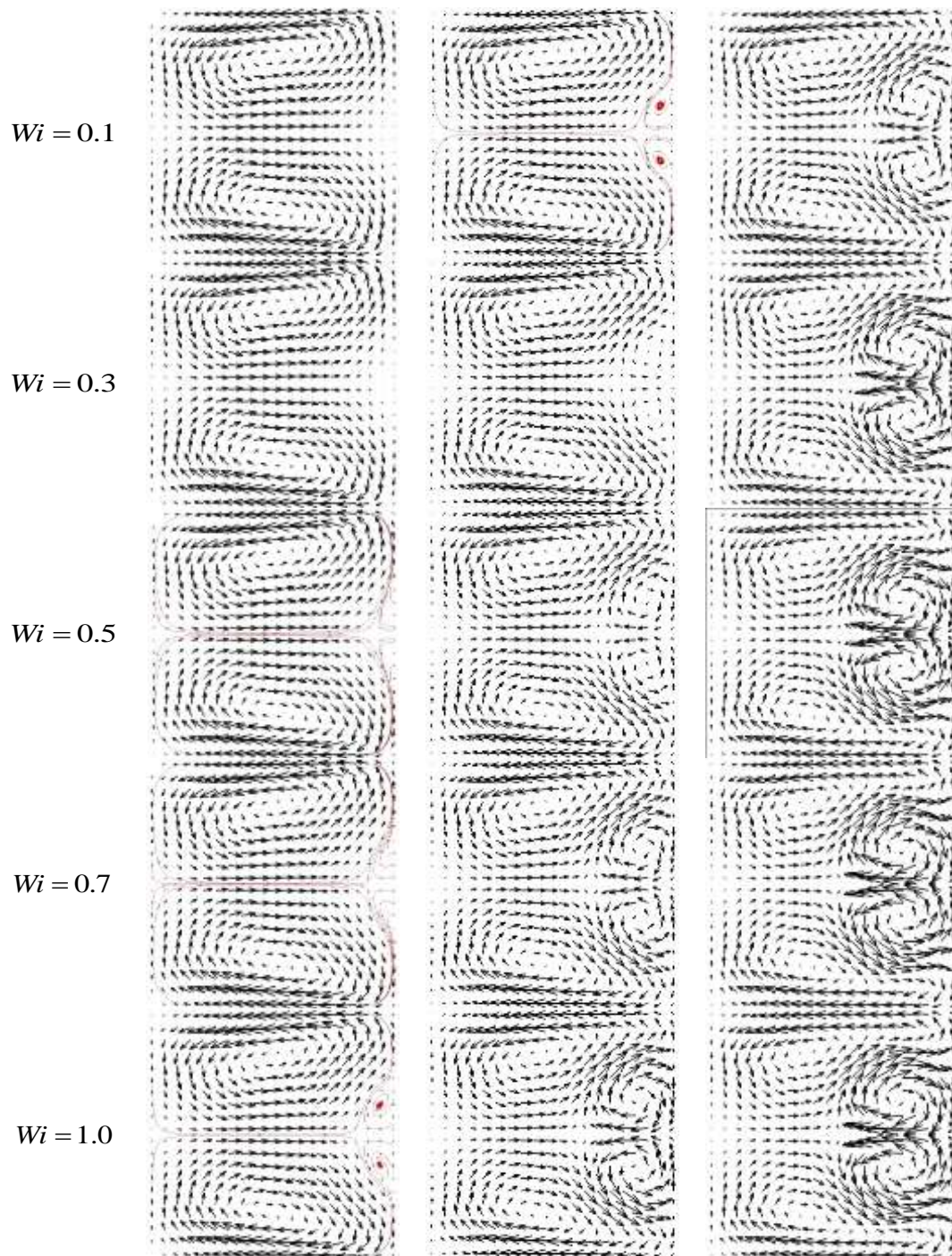


Figura 6.5- Variação do padrão de escoamento secundário com Wi , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Campos de vectores para escoamento de fluido FENE-CR com $Re = 486, 532, 583$ e $L^2 = 100, \beta = 0.50$.

Quando $Re = 583$ o mesmo tipo de evolução (descrita para o caso FENE-CR com $Re = 532$ e $Wi > 0.5$) é registado para todos os casos considerados, inclusive para fluido newtoniano. A principal diferença reside na diminuição de V , no final da curva, onde a magnitude se aproxima nos casos viscoelásticos (Figura 6.4-c). A Figura 6.5 mostra ainda que o par adicional de vórtices surge também para $Wi = 0.1$ e aumenta em tamanho com o aumento de Wi .

Na segunda metade da curva, a evolução de U nos casos de elevada elasticidade e inércia, onde se verifica a diminuição seguida de aumento, pode ser explicada com os resultados de Bara (1991) para fluido newtoniano. No desenvolvimento de dois pares de vórtices, quanto maior a inércia mais rápida será a transição do padrão, e mais intensa será a velocidade transversal. Este aumento de V diminui inevitavelmente a componente U . Por este motivo, quanto maior a inércia maior será a diminuição de U , e esta diminuição ocorrerá numa posição cada vez mais a montante. O posterior aumento de U , está relacionado com o facto de o escoamento caminhar para um estado completamente desenvolvido. Teoricamente, só o escoamento com um par de vórtices é estável (Winters (1987)), por isso, o escoamento com dois pares de vórtices apenas atinge um estado de desenvolvimento completo relativo (Bara et al. (1992) e Mees et al. (1996)). O aumento do comprimento da curva até $\approx 500^\circ$ mostra que o escoamento atinge o desenvolvimento completo (Bara et al. (1992)). Mas o aumento para comprimento superior (por exemplo, $\approx 4000^\circ$) mostra que, na realidade, o escoamento desenvolve uma variação espacial periódica (Bara (1991), Bara et al. (1992) e Mees et al. (1996)), acompanhada pela variação do padrão de escoamento secundário. Esta variação espacial depende do valor de Re , mas a magnitude do escoamento completamente desenvolvido relativo é característico do padrão de escoamento. Isto é, para um padrão de escoamento com dois pares de vórtices, o valor local de U é igual para os diferentes valores de Re (Bara (1991)). Segundo Bara (1991), o valor de U na posição $(1-Y, Z) = (0.74, 0.50)$, para escoamento completamente desenvolvido em curva de secção quadrada com $486 < Re \leq 583$, é igual a 1.189. Além disso, o aumento da inércia, e o consequente desenvolvimento de escoamento transversal com dois pares de vórtices, acelera a passagem para escoamento completamente desenvolvido, diminuindo o comprimento de desenvolvimento (Bara et al. (1992)). Claro que esta análise só é verdadeira para fluido newtoniano com $Re \leq 583$ e numa curva de comprimento angular $180^\circ < \theta \leq 4000^\circ$ (Bara (1991)), mas, a variação local de U para fluido viscoelástico parece apresentar o mesmo tipo de evolução independentemente do valor da elasticidade (Figura 6.4). Contudo, só um estudo do escoamento em curva de comprimento angular muito elevado confirmaria ou não esta análise.

A variação da velocidade axial máxima (U_{\max}) ao longo da curva é consequência directa da formação e desenvolvimento do escoamento secundário, e é ilustrada na Figura 6.6 com a variação de Wi para diferentes Re . Para todos os casos simulados, a variação de U_{\max} segue a mesma linha na primeira metade da curva (até $\theta = 90^\circ$): U_{\max} apresenta o seu valor mais elevado à entrada do canal ($\theta = 0^\circ$), diminui cerca de 20% ao longo da curva até $\theta \approx 60^\circ$, onde atinge um valor mínimo. A jusante desta posição, U_{\max} aumenta ligeiramente até $\theta \approx 90^\circ$. Este comportamento é observado nos casos newtonianos e viscoelásticos admitidos, todos sujeitos a condições de inércia significativas ($Re = 486, 532$ e 583). Mesmo

assim, os efeitos da elasticidade são observados desde $\approx 30^\circ$, onde a redução do valor mínimo de U_{\max} é maior para o caso newtoniano do que nos casos viscoelásticos, e é tanto maior quanto menor o valor de Wi (Figura 6.6 e Tabela 6.2). Tais efeitos podem ser compreendidos considerando que a elasticidade tende a opor-se aos efeitos inerciais e manter as condições iniciais de velocidade, para uma maior distância de entrada na curva.

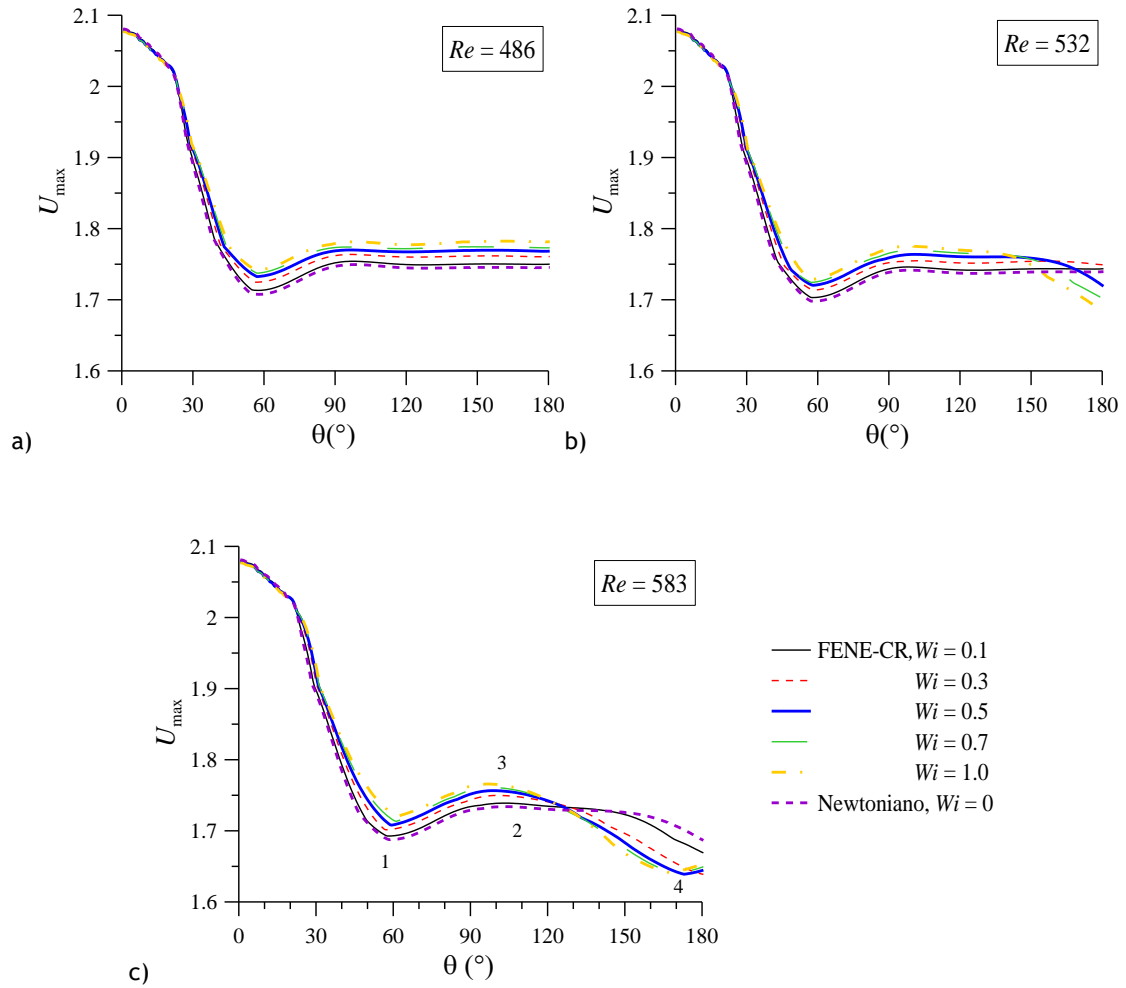


Figura 6.6- Variação de U_{\max} com Wi , ao longo da curva: a) $Re = 486$; b) $Re = 532$ e c) $Re = 583$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$. (NOTA: os índices numerados em “c)” referem à Tabela 6.2)

Na segunda metade da curva ($\theta > 90^\circ$), os efeitos elásticos acentuam a formação do escoamento secundário, que fica mais forte, e torna-se distinto para cada caso de Re considerado (Figura 6.6). Para o Re mais baixo e igual a 486 (Figura 6.6-a), o efeito da elasticidade é mínimo e a velocidade axial máxima tende para um valor constante para cada Wi , sendo este valor tanto maior quanto maior Wi (Figura 6.6-a e Tabela 6.2). Todavia, para Re mais elevado (Figura 6.6-b e Figura 6.6-c), observa-se uma segunda diminuição de

U_{\max} no final da curva, que é intensificada pela elasticidade (Tabela 6.2). Esta redução do U_{\max} está relacionada com o aparecimento e crescimento de um par adicional de vórtices. No caso de $Re = 532$, o campo de vectores na Figura 6.5 mostra que, para $Wi = 0.1$ o par adicional de vórtices surge (Figura 6.5 para $Re = 532$), mas a sua intensidade é reduzida, de tal forma que não afecta a distribuição de U no plano central (Figura 6.1-e), nem a evolução local de U (Figura 6.4-b), nem de U_{\max} (Figura 6.6-b), que mantêm um valor constante até ao final da curva (Tabela 6.2). O mesmo é verificado para o caso $Re = 486$ com $Wi = 1.0$ (Figura 6.5, Figura 6.6 e Tabela 6.2). Para $Re = 532$ com $Wi = 0.3$, os vórtices adicionais são já suficientemente grandes para provocar alterações na evolução de U_{\max} , onde se verifica a diminuição da magnitude de U_{\max} (Figura 6.6-b e Tabela 6.2). Aumentado Wi , o par de vórtices adicional aumenta de tamanho (Figura 6.5 para $Re = 532$ e $Wi > 0.10$) levando a um decréscimo mais acentuado de U_{\max} (Figura 6.6-b) e a uma maior transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção transversal da curva (Figura 6.1-e). O mesmo raciocínio pode ser feito para explicar a variação de U_{\max} para $Re = 583$.

Tabela 6.2- Valores da velocidade axial máxima (U_{\max}) e posição angular ($^{\circ}$) referentes à Figura 6.6.

	Re	Wi	$(^{\circ})$	U_{\max}^1	$(^{\circ})$	U_{\max}^2	$(^{\circ})$	U_{\max}^3	$(^{\circ})$	U_{\max}^4
Newtoniano	486	0	56.1	1.708	160	1.745	----	----	----	----
		0.1	56.1	1.713	160	1.750	----	----	----	----
		0.3	54.9	1.725	160	1.761	----	----	----	----
		0.5	55.5	1.733	160	1.769	----	----	----	----
		1.0	55.5	1.742	160	1.782	----	----	----	----
FENE-CR	486	0.7	55.5	1.737	160	1.774	----	----	----	----
		1.0	55.5	1.742	160	1.782	----	----	----	----
Newtoniano	532	0	56.6	1.698	160	1.739	----	----	----	----
		0.1	56.1	1.703	160	1.744	----	----	----	----
		0.3	56.6	1.713	----	----	152.5	1.754	180	1.749
		0.5	56.6	1.720	----	----	134.6	1.760	180	1.715
		0.7	56.1	1.724	----	----	97.0	1.769	180	1.698
FENE-CR	532	1.0	55.5	1.728	----	----	95.9	1.775	180	1.681
		0	57.2	1.688	----	----	100.9	1.734	180	1.683
		0.1	56.6	1.692	----	----	116.1	1.735	180	1.666
		0.3	55.5	1.702	----	----	97.6	1.749	180	1.638
		0.5	57.8	1.708	----	----	96.4	1.757	171.589	1.641
FENE-CR	583	0.7	59.4	1.713	----	----	95.3	1.761	164.86	1.639
		1.0	60	1.721	----	----	94.2	1.766	163.178	1.641

NOTA: ¹primeiro mínimo resultante da primeira diminuição; ²valor constante; ³início da segunda diminuição; ⁴mínimo resultante da segunda diminuição. A localização dos índices superiores é ilustrada na Figura 6.6-c.

Uma forma de avaliar a intensidade do escoamento secundário gerado centrifugamente será através da componente axial da vorticidade máxima ($(\omega_x)_{\max}$) ao longo da curva, que é

mostrada na Figura 6.7 para o caso newtoniano e para diferentes casos viscoelásticos (FENE-CR para diferentes valores de Wi , com $Re = 532$, $\beta = 0.5$ e $L^2 = 100$).

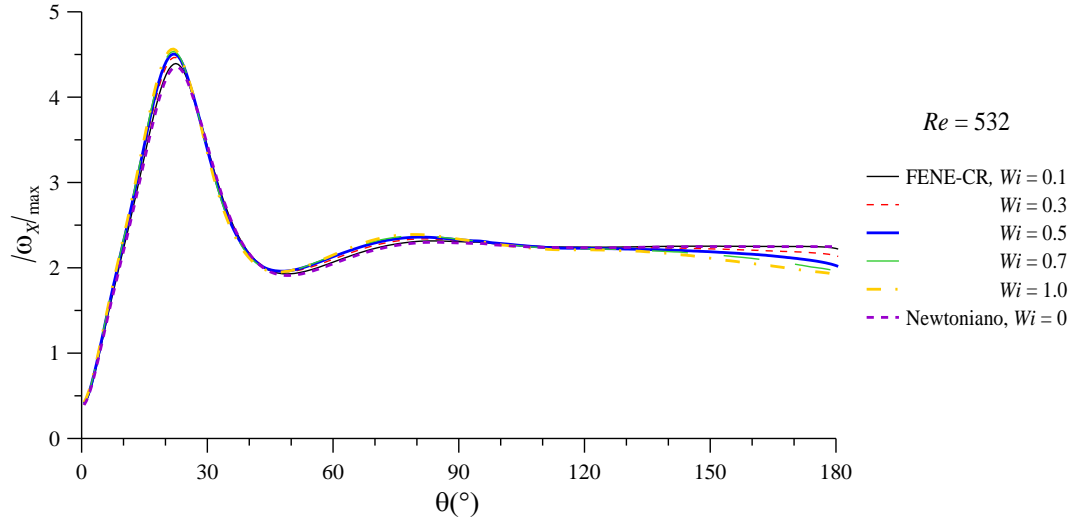


Figura 6.7- Variação de $|\omega_X|_{\max}$ ao longo da curva, para diferentes valores de Wi . Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

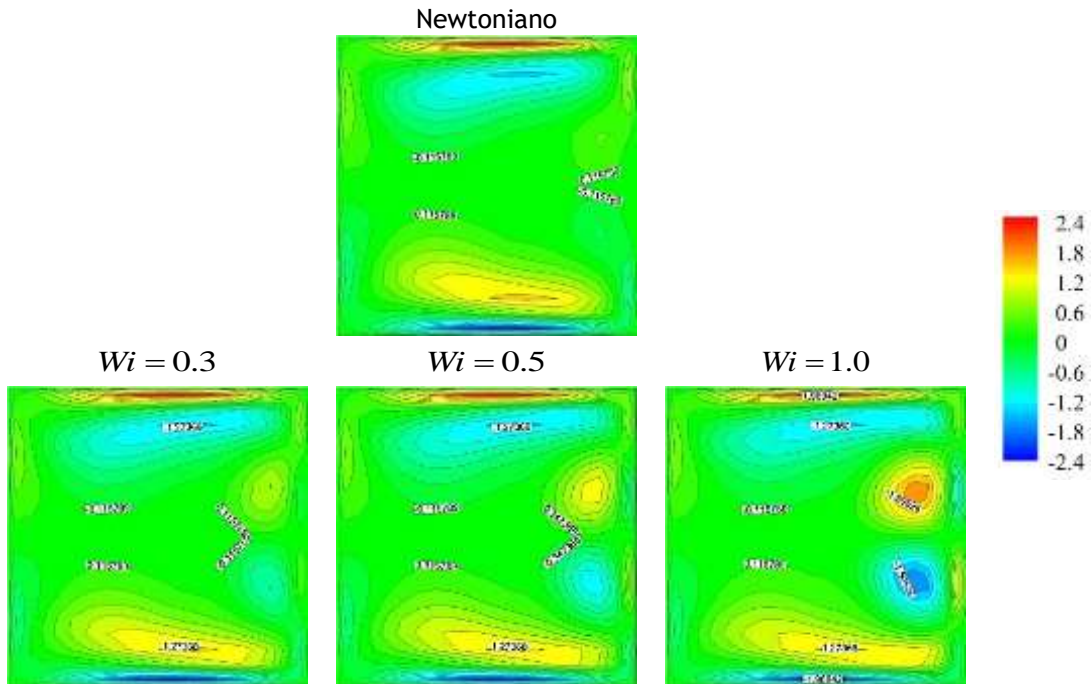


Figura 6.8- Distribuição de ω_X na secção transversal, com variação de Wi , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

A vorticidade é simétrica na secção e, por isso, existem dois locais na secção transversal com $\omega_X = \pm(\omega_X)_{\max}$. Inicialmente, a elasticidade promove a rápida intensificação da

vorticidade máxima (até $\theta = 20^\circ$, um efeito de “história”) seguida de uma rápida recuperação (elástica) até ao final da primeira metade da curva ($40^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$), embora as diferenças, relativamente à evolução no caso newtoniano, não sejam muito significativas. Na segunda metade da curva ($\theta \geq 90^\circ$), o caso newtoniano atinge um escoamento completamente desenvolvido ($(\omega_X)_{\max} \cong Cte \approx 2.3$). Enquanto no caso viscoelástico começa a diminuir depois da posição angular $\theta = 120^\circ$, excepto para $Wi = 0.10$, devido à formação e intensificação do segundo par de vórtices, tal como discutido anteriormente (Figura 6.5).

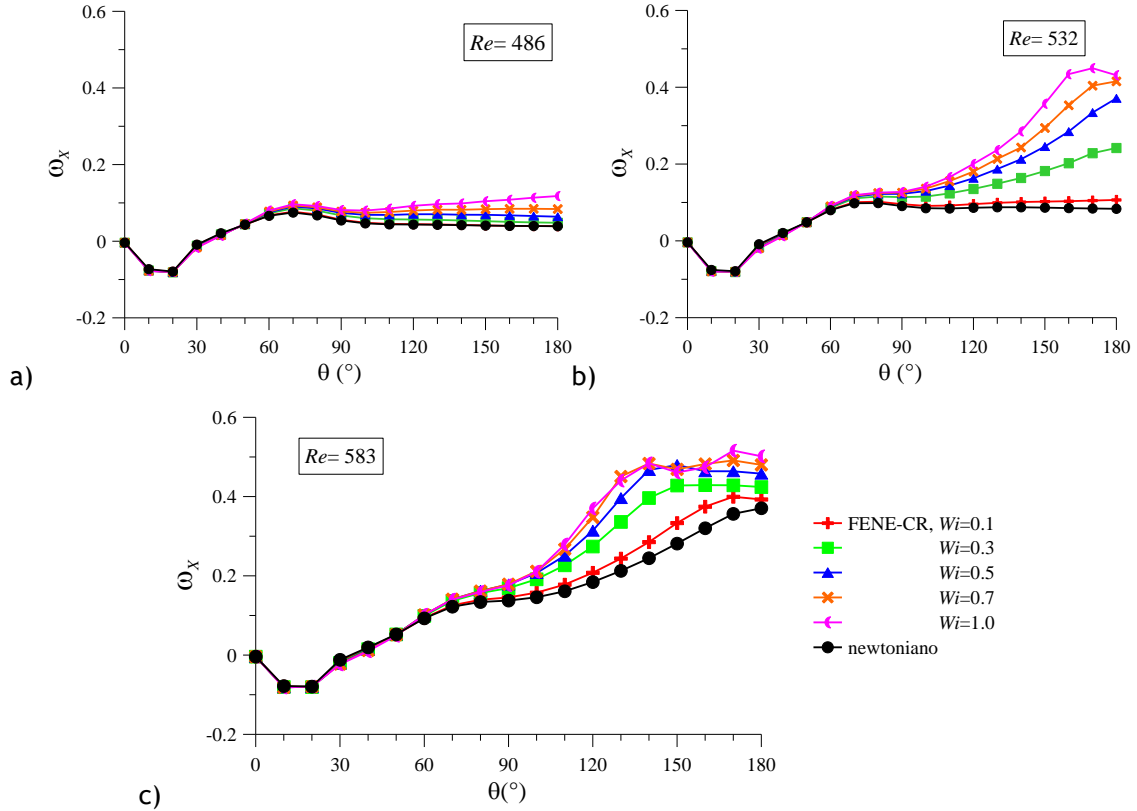


Figura 6.9- Variação de ω_X ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.52)$, para diferentes valores de Wi , para: a) $Re = 486$; b) 532 e c) 583. Fluido newtoniano e FENE-CR com $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

Numa análise inicial, é intuitivo pensar que a vorticidade é máxima junto ao centro de cada célula de vórtice em contra-rotação, formadas simetricamente em relação ao plano $Z=0.50$, como consequência do movimento de rotação do escoamento na secção transversal induzido pela curva. Contudo, dada a forte dependência deste parâmetro das tensões (cuja distribuição será discutida posteriormente), tal não acontece. Nas paredes laterais, apesar de o fluido apresentar linhas de corrente rectas e paralelas às paredes, a vorticidade é não nula devido à existência de tensões elevadas nessas regiões (Figura 6.11 e Figura 6.12). Assim, a vorticidade é máxima junto das paredes laterais inferior e superior, embora seja também elevada junto aos centros dos vórtices principais e secundários, tal como ilustram os contornos da distribuição de ω_X na Figura 6.8. A Figura 6.8 mostra ainda que a vorticidade

aumenta na região dos vórtices adicionais com o aumento de Wi , mas mantém-se praticamente inalterada junto dos vórtices principais e das paredes laterais inferior e superior. Estes resultados justificam as diferenças reduzidas na variação de $|\omega_x|_{\max}$ registada na Figura 6.7.

Para um efeito de Wi mais evidente, ω_x é, em seguida, avaliada localmente, no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.52)$ (Figura 6.9). A variação local de ω_x é semelhante à variação da componente V da velocidade, ilustrada na Figura 6.4. A intensificação local do escoamento secundário leva, de um modo geral, ao aumento local de ω_x (Figura 6.9) ao longo da curva. Por esse motivo, ω_x é tanto maior quanto maior Re e Wi , e é sempre superior para o fluido viscoelástico em comparação com o fluido newtoniano, para as mesmas condições de escoamento. No início da curva ($\theta < 60^\circ$), ω_x local é independente de Re e Wi , e apresenta um mínimo negativo, correspondente à vorticidade do par de vórtices principal que é dominante nesta distância angular. A jusante ($\theta > 60^\circ$), ω_x passa a depender do modelo de fluido, de Re e de Wi , e nos casos onde o par adicional de vórtices se desenvolve, ω_x local aumenta no sentido positivo.

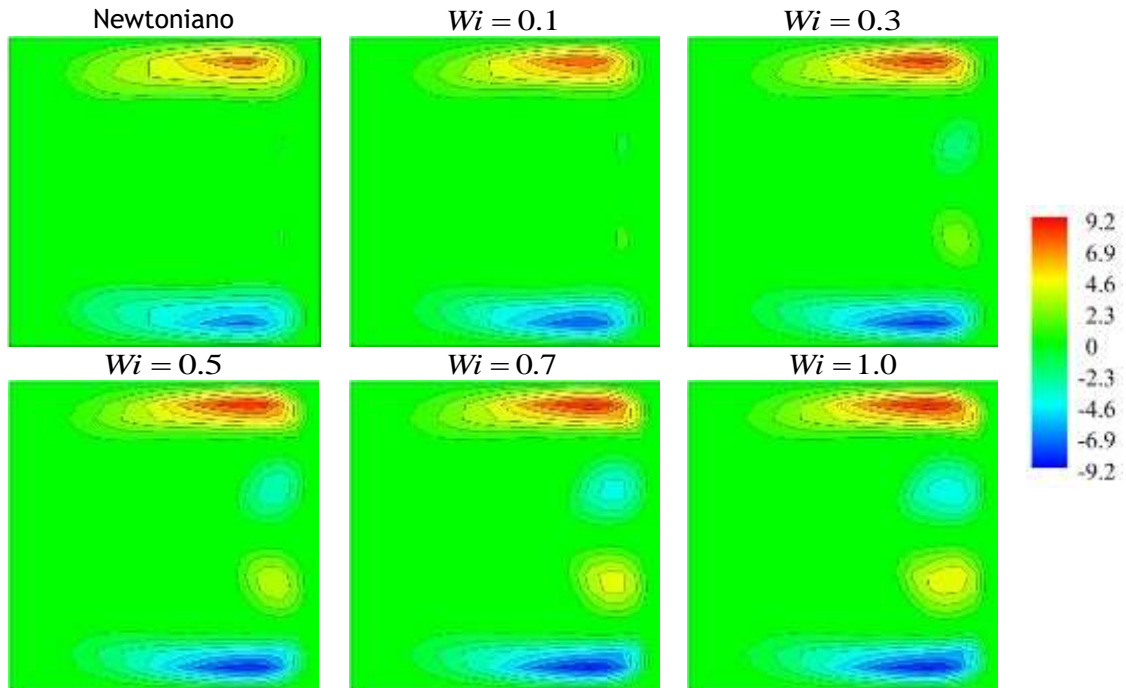


Figura 6.10- Distribuição de H na secção transversal, com variação de Wi , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

Para caracterizar a distribuição do movimento helicoidal do fluido na secção transversal, é apresentada na Figura 6.10 a distribuição da helicidade (H), para fluidos newtoniano e

viscoelástico com $Re = 532$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.5$ e diferentes valores de Wi , na posição angular $\theta = 150^\circ$. A helicidade é superior nas regiões correspondentes aos diferentes vórtices. A distribuição de H confirma que o movimento dos vórtices apresenta simetria tipo “espelho” e de sinal contrário (quiralidade do escoamento): o movimento do vórtice principal junto da parede lateral superior é positivo enquanto o da parede lateral inferior é negativo; o movimento do vórtice adicional acima do plano central é negativo enquanto o do vórtice abaixo do plano central é positivo. Na Figura 6.10 observa-se a existência de helicidade muito reduzida, junto da parede exterior da curva, para fluido newtoniano, para o qual se verifica apenas uma região de reversão do escoamento transversal (Figura 5.8 para $Re = 532$). A helicidade aumenta no caso viscoelástico com o aumento de Wi , quer na região do par adicional de vórtices quer na região do par principal de vórtices. Este aumento é superior na região do par adicional de vórtices como consequência do crescimento em tamanho e intensidade destes, mas é sempre máxima na região dos vórtices principais.

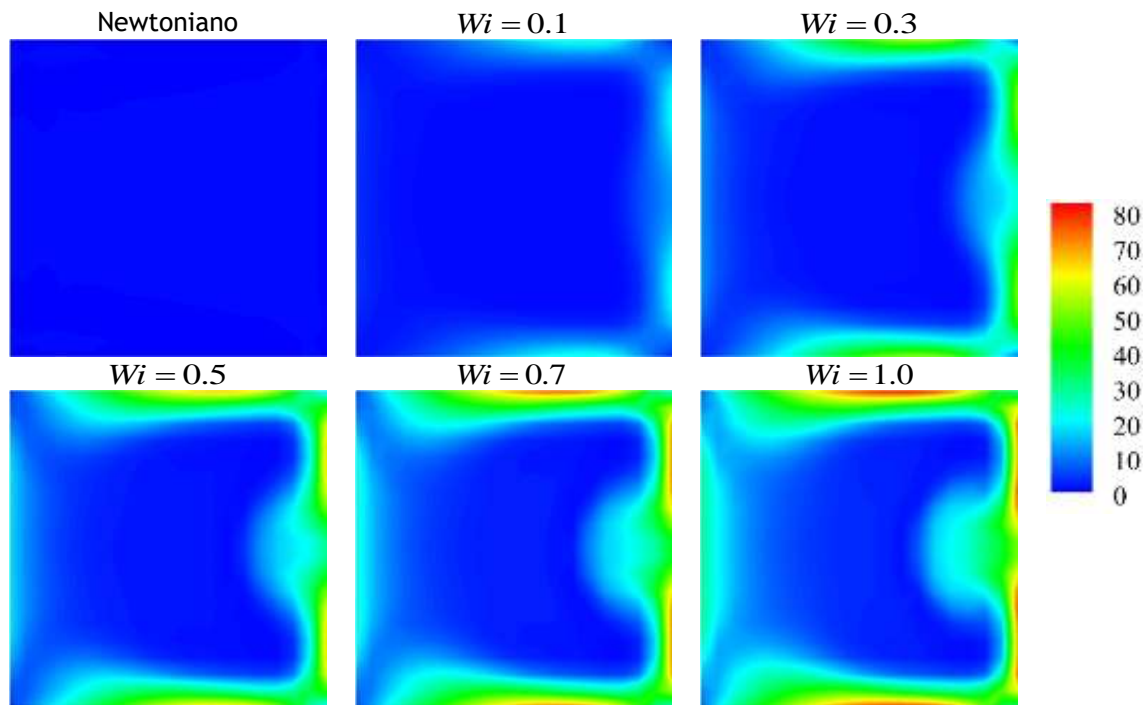


Figura 6.11- Distribuição de τ_{xx} na secção transversal, com variação de Wi , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

O desenvolvimento do escoamento na curva tem também como consequência a redistribuição das tensões. Analisando a distribuição da tensão normal axial (τ_{xx}) na Figura 6.11, para os mesmos casos ilustrados na Figura 6.10, verifica-se que para fluido newtoniano τ_{xx} é nula, enquanto para fluido FENE-CR τ_{xx} é máxima junto das paredes laterais e exterior da curva e aumenta consideravelmente com o aumento de Wi . Para $Wi > 0.3$ verifica-se ainda

um ligeiro aumento de τ_{xx} na parede interior da curva, mantendo-se mínima na região do centro da secção transversal (Figura 6.11).

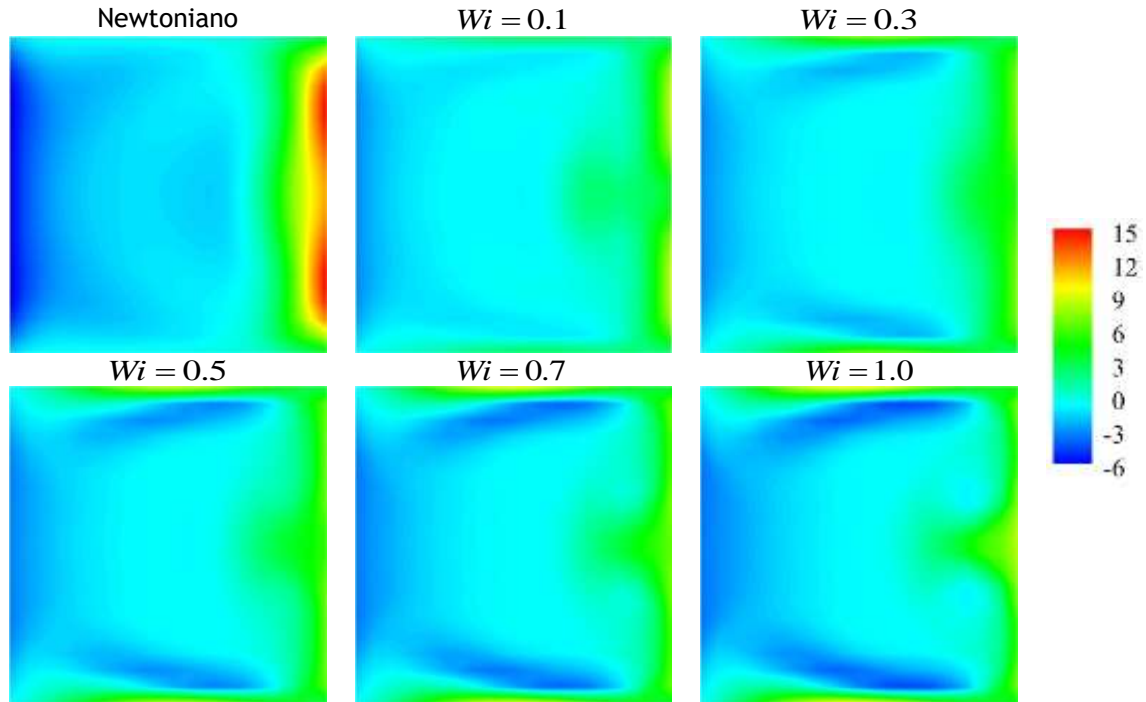


Figura 6.12- Distribuição de τ_{xy} na secção transversal com variação de Wi , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$. (NOTA: no caso viscoelástico a tensão contém apenas a componente polimérica, no caso newtoniano a tensão de corte é total)

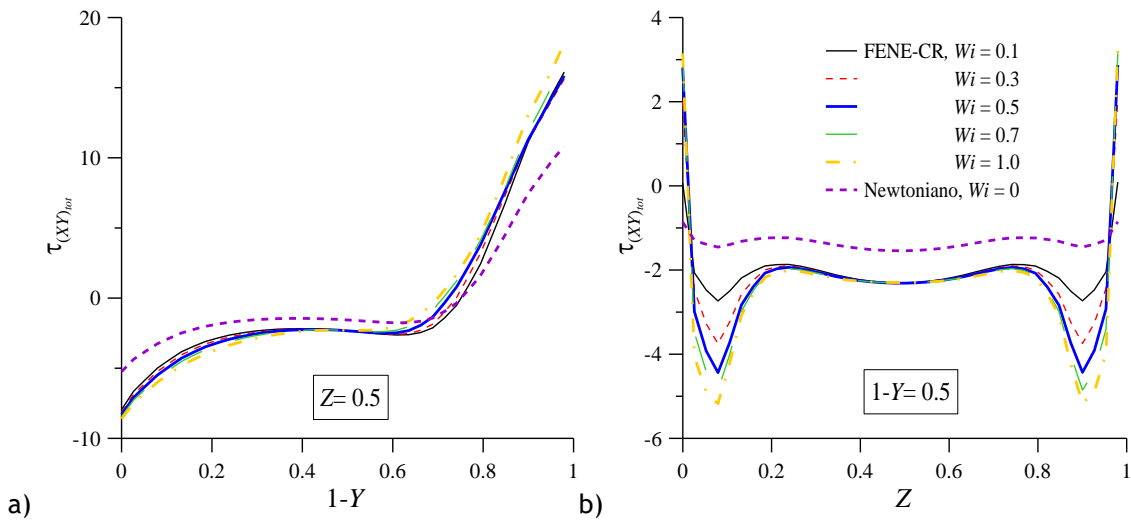


Figura 6.13- Variação de $\tau_{(XY)_{tot}}$ nos planos: a) $Wi = 0.50$ e b) $1-Y = 0.50$, para diferentes valores Wi , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluidos newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

Em termos de distribuição da tensão de corte (τ_{xy}) (Figura 6.12), no caso newtoniano a concentração de τ_{xy} é máxima junto da parede exterior da curva (também verificado na

Figura 5.20 e Figura 5.21 para outros valores de Re). Já nos casos de fluido viscoelástico, τ_{XY} é elevada junto da parede exterior da curva e das paredes laterais inferior e superior. Realça-se, no entanto, que no caso newtoniano a figura mostra a tensão total, enquanto nos casos viscoelásticos é ilustrada apenas a componente polimérica da tensão de corte. O aumento de Wi resulta num aumento de τ_{XY} na secção, em particular junto à parede exterior da curva onde passa a apresentar valor máximo. Estes resultados são confirmados na Figura 6.13, onde é representada a tensão de corte total ($\tau_{(XY)_{tot}}$), ao longo dos planos $Z = 0.5$ e $1 - Y = 0.5$ para os mesmos casos, e se verifica que: em termos absolutos $\tau_{(XY)_{tot}}$ é sempre maior nos casos viscoelásticos comparativamente ao caso newtoniano; $\tau_{(XY)_{tot}}$ é mais elevado junto da parede exterior da curva, relativamente à parede interior da curva, em todos os casos considerados (Figura 6.13-a); e $\tau_{(XY)_{tot}}$ é mais elevada junto das paredes laterais inferior e superior, relativamente ao centro da secção (Figura 6.13-b). As Figura 6.11, Figura 6.12 e Figura 6.13 são ilustrativas para o caso $Re = 532$ na posição angular $\theta = 150^\circ$, mas a variação é consistente para outros valores de Re e noutras posições angulares.

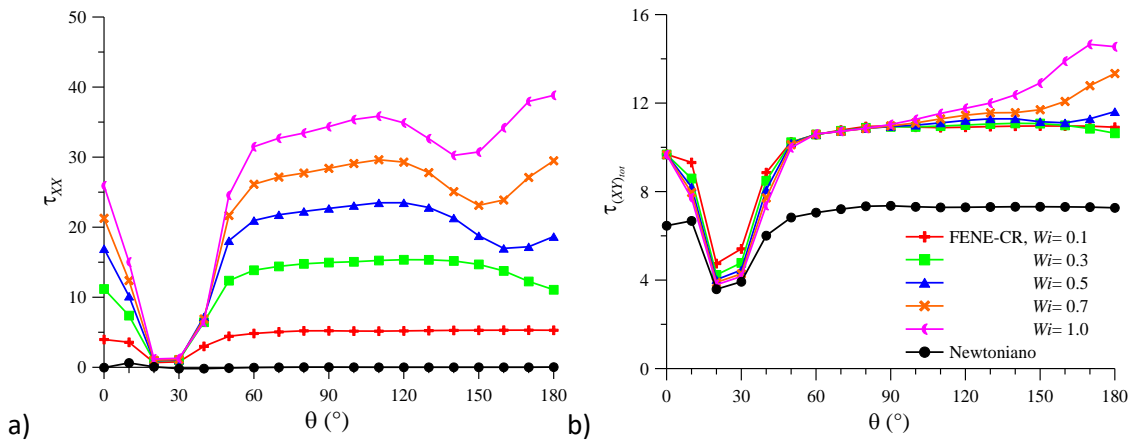


Figura 6.14- Variação local de: a) τ_{XX} e b) $\tau_{(XY)_{tot}}$, ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.52)$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

Localmente, a variação de τ_{XX} e de $\tau_{(XY)_{tot}}$ é avaliada através da monitorização do ponto de coordenadas $(1-Y, Z) = (0.87, 0.52)$, na Figura 6.14. À entrada da curva, a tensão normal τ_{XX} é $\neq 0$ para os casos viscoelásticos e é tanto maior quanto maior Wi , mas é nula no caso newtoniano ao longo de toda a extensão da curva (Figura 6.14-a). No intervalo $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$, τ_{XX} diminui até ≈ 0 , qualquer que seja o valor de Wi , reflectindo a grande dependência do escoamento em factores inerciais e geométricos na parte inicial da curva. A partir de $\theta > 30^\circ$, τ_{XX} aumenta significativamente, sendo tanto maior quanto maior Wi . No caso $Wi = 0.1$,

τ_{xx} atinge rapidamente um valor constante. Para $Wi > 0.1$, τ_{xx} recupera rapidamente o valor de entrada e a jusante ($\theta > 60^\circ$) aumenta ligeiramente. Ao fim de uma determinada distância angular, cujo valor depende de Wi , τ_{xx} apresenta um novo mínimo antes de aumentar novamente. Esta variação coincide com o desenvolvimento e intensificação do escoamento secundário local, produzido pelo aparecimento do par adicional de vórtices.

Por outro lado, a variação local de $\tau_{(XY)_{tot}}$ (Figura 6.14-b), mostra que a tensão de corte toma valores superiores, em toda a extensão do canal, para os casos viscoelásticos comparativamente ao caso newtoniano. À entrada da curva τ_{xy} é $\neq 0$, e o seu valor é apenas dependente do modelo reológico considerado. O valor de $\tau_{(XY)_{tot}}$ diminui até um mínimo no intervalo $10^\circ < \theta < 30^\circ$ em todos os casos considerados, sendo a diminuição de $\tau_{(XY)_{tot}}$ tão mais acentuada quanto maior Wi . Depois, $\tau_{(XY)_{tot}}$ aumenta em todos os casos simulados atingindo valor constante no caso newtoniano. No caso FENE-CR o valor de $\tau_{(XY)_{tot}}$ é independente de Wi , no intervalo $60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, ilustrando a forte dependência do escoamento da geometria, na primeira metade da curva. Na segunda metade da curva ($\theta > 90^\circ$), $\tau_{(XY)_{tot}}$ aumenta ao longo da curva, sendo tanto maior quanto maior a elasticidade, de acordo a intensificação local do escoamento transversal.

6.2.1.1. Efeito do modelo viscoelástico: FENE-CR e FENE-P

Comparando os modelos viscoelásticos FENE-CR e FENE-P, os efeitos das propriedades de fluidificação do modelo FENE-P sobre o escoamento em curva são claras.

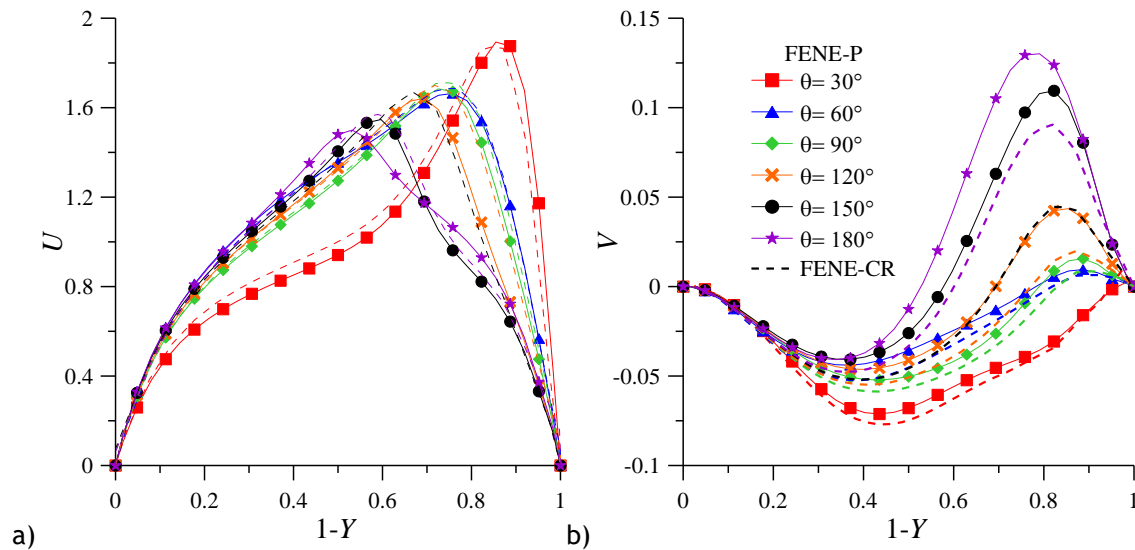


Figura 6.15- Variação de: a) U e b) V no plano $Z = 0.50$, em diferentes posições angulares. Fluidos FENE-P e FENE-CR com $Re = 532$, $Wi = 0.50$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

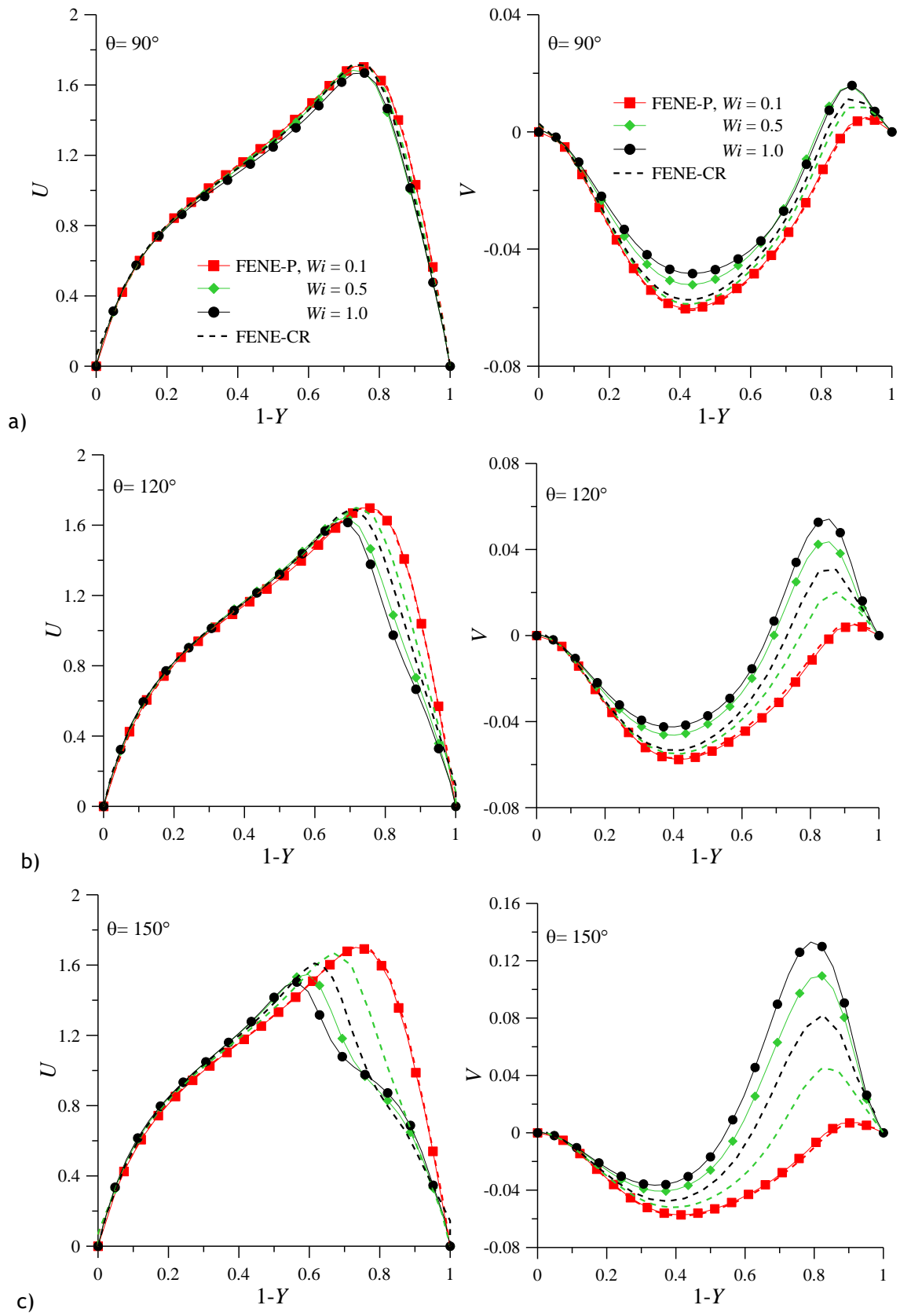


Figura 6.16- Variação de U e de V com Wi , no plano $Z = 0.50$ em diferentes posições angulares: a) $\theta = 90^\circ$; b) 120° ; e c) 150° . Fluidos FENE-P e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

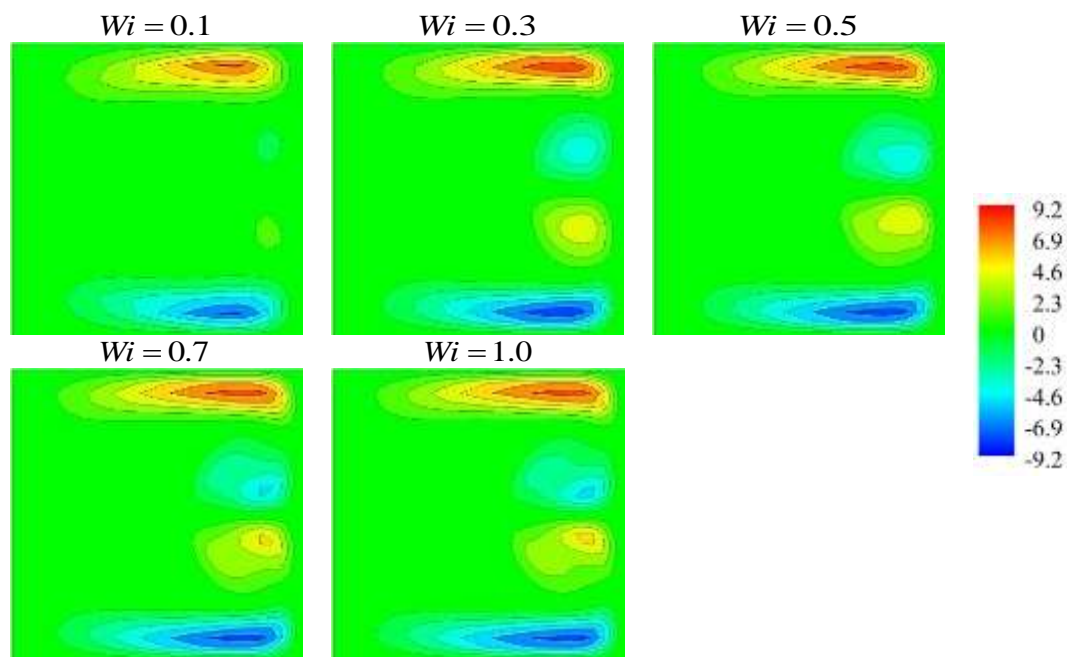


Figura 6.17- Distribuição de H na secção transversal com variação de Wi , na posição $\theta = 150^\circ$. Contornos de H para fluido FENE-P com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

A Figura 6.15 compara os perfis de U e V dos dois modelos viscoelásticos, com $Re = 532$, $Wi = 0.5$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.5$, ao longo do plano $Z = 0.5$, em diferentes posições angulares. A Figura 6.15-a mostra que, nas mesmas condições de escoamento, a transferência de quantidade de movimento é superior para o modelo FENE-P, sendo mais evidente na segunda metade da curva ($\theta > 90^\circ$, Figura 6.15-a). O mesmo resultado é observado e intensificado quando a elasticidade é aumentada, tal como ilustrado na sequência de gráficos da Figura 6.16. Aos 90° (Figura 6.16-a) as diferenças entre modelos na distribuição de U são reduzidas, para os valores de elasticidade considerados. A jusante (Figura 6.16-b, Figura 6.16-c) a transferência de quantidade de movimento no sentido do centro do canal aumenta com o aumento de Wi e com a posição angular, sendo sempre superior para o modelo FENE-P.

As diferenças entre o escoamento dos modelos viscoelásticos são realçadas quando considerados os perfis de V do plano central, apresentados na Figura 6.15-b e Figura 6.16. Nestas figuras, observa-se que o aumento de V junto da parede exterior da curva, e que ocorre na segunda metade da curva, é maior no caso FENE-P do que no caso FENE-CR (Figura 6.15-b). Esta diferença aumenta à medida que o escoamento se aproxima do final da curva (Figura 6.15-b e Figura 6.16) e com o aumento da elasticidade (Figura 6.16).

Os resultados anteriores mostram que a fluidificação inerente ao modelo FENE-P intensifica a transferência de quantidade de movimento ao longo do plano central e, consequentemente, intensifica o escoamento secundário na secção transversal. Isto é confirmado quando considerada a distribuição da helicidade (H) na secção transversal, cuja magnitude é tanto maior quanto mais intenso o escoamento transversal. Comparando os

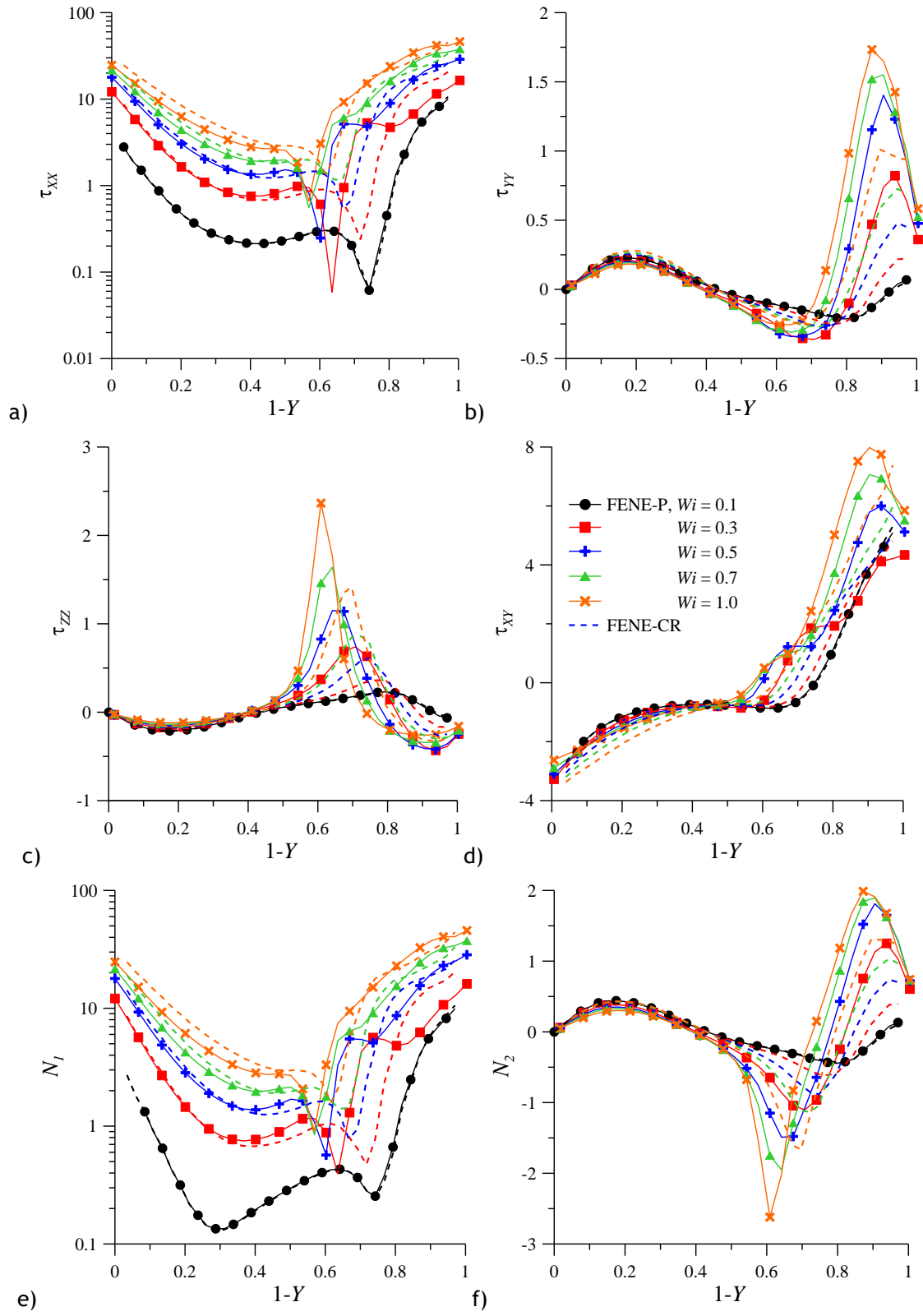


Figura 6.18- Variação de: a) τ_{xx} ; b) τ_{yy} ; c) τ_{zz} ; d) τ_{xy} ; e) N_1 ; f) N_2 , para diferentes valores de Wi , no plano $Z = 0.50$ na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluidos FENE-P e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

contornos de H para fluido FENE-P (Figura 6.17) e para fluido FENE-CR (Figura 6.10), verifica-se que a magnitude da helicidade é maior no caso FENE-P, em particular na região onde se desenvolvem os vórtices adicionais, qualquer que seja o valor de Wi . Além disso, e tal como no caso FENE-CR (Figura 6.10), o aumento da Wi aumenta a H também no caso FENE-P (Figura 6.17).

As tensões normais e de corte ao longo do plano $Z = 0.50$ são comparadas na Figura 6.18, para os dois modelos viscoelásticos com diferentes valores de elasticidade, assumindo $Re = 532$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. De uma forma geral, nos casos considerados, quer as tensões normais quer a tensão de corte são superiores para o caso FENE-P e aumentam com Wi . Em particular, na Figura 6.18-a, verifica-se que a magnitude da tensão normal τ_{xx} é consideravelmente superior à das componentes normais τ_{yy} e τ_{zz} (Figura 6.18-b e Figura 6.18-c), em mais de 10 vezes nos dois modelos. τ_{xx} (Figura 6.18-a) é mínima na metade da secção da parede exterior da curva e aumenta quer no sentido da parede exterior quer da parede interior da curva. A τ_{xx} é tanto maior quanto maior Wi nas paredes, e o seu valor mínimo aumenta e desloca-se no sentido do centro da secção com Wi (Figura 6.18-a). Este mínimo localiza-se na região entre os dois pares de vórtices, tem valor mais reduzido no caso FENE-P e o seu deslocamento para o centro da secção é mais efectivo, quando comparado com o caso FENE-CR (Figura 6.18-a).

Já as tensões normais τ_{yy} e τ_{zz} (Figura 6.18-b e Figura 6.18-c) apresentam um pico máximo próximo da parede exterior e do centro da secção transversal, respectivamente. Estes picos movem-se no sentido do centro da secção e aumentam em magnitude com Wi , sendo sempre superiores para o fluido FENE-P. Os picos de τ_{yy} e τ_{zz} surgem do desenvolvimento do par de vórtices adicional, onde (Figura 6.18-b e Figura 6.18-c): o máximo de τ_{yy} corresponde à região entre os dois vórtices adicionais (região onde o escoamento transversal é mais intenso segundo a componente V da velocidade); e o máximo de τ_{zz} corresponde à região onde os dois pares de vórtices se encontram (região onde o escoamento transversal é mais intenso segundo a componente W da velocidade). Junto das paredes, as tensões normais τ_{yy} e τ_{zz} são nulas, qualquer que seja o valor de Wi , para os dois modelos viscoelásticos (Figura 6.18-b e Figura 6.18-c).

A tensão de corte polimérica τ_{xy} no plano central (Figura 6.18-d), apresenta máximo junto da parede exterior da curva, que aumenta com Wi e é superior para o caso FENE-P. No modelo FENE-P este pico máximo desloca-se no sentido do centro da secção transversal com o aumento de Wi , e, por isso, τ_{xy} na parede é maior no caso FENE-CR quando Wi é aumentado (Figura 6.18-d).

A variação da primeira e segunda diferenças de tensões normais (N_1 e N_2 nas Figura 6.18-e e Figura 6.18-f, respectivamente) no plano central com diferentes valores de Wi é

também apresentada para os modelos viscoelásticos. Na primeira diferença de tensões normais, a contribuição de τ_{xx} é dominante (Figura 6.18-e), mas N_2 é igualmente influenciada pelas componentes normais τ_{yy} e τ_{zz} (Figura 6.18-f). Também N_1 e N_2 apresentam, de um modo geral, magnitude absoluta superior no caso do modelo FENE-P comparativamente ao modelo FENE-CR, sendo o valor em ambos os casos tanto maior quanto maior a elasticidade (Figura 6.18-e e Figura 6.18-f).

A variação da pressão (p), ao longo do plano $Z = 0.50$, é comparada na Figura 6.19-a para os modelos viscoelásticos com $Re = 532$, $Wi = 0.50$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$, em diferentes posições angulares. A pressão aumenta desde a parede interior da curva até à parede exterior, ao longo do comprimento da curva, e a queda de pressão aumenta com a distância angular (Figura 6.19-a), tal como para fluido newtoniano (Figura 5.21). Qualquer que seja a posição angular, o modelo FENE-CR apresenta maior queda de pressão, relativamente ao modelo FENE-P, e a diferença entre os modelos aumenta a jusante (Figura 6.19-a).

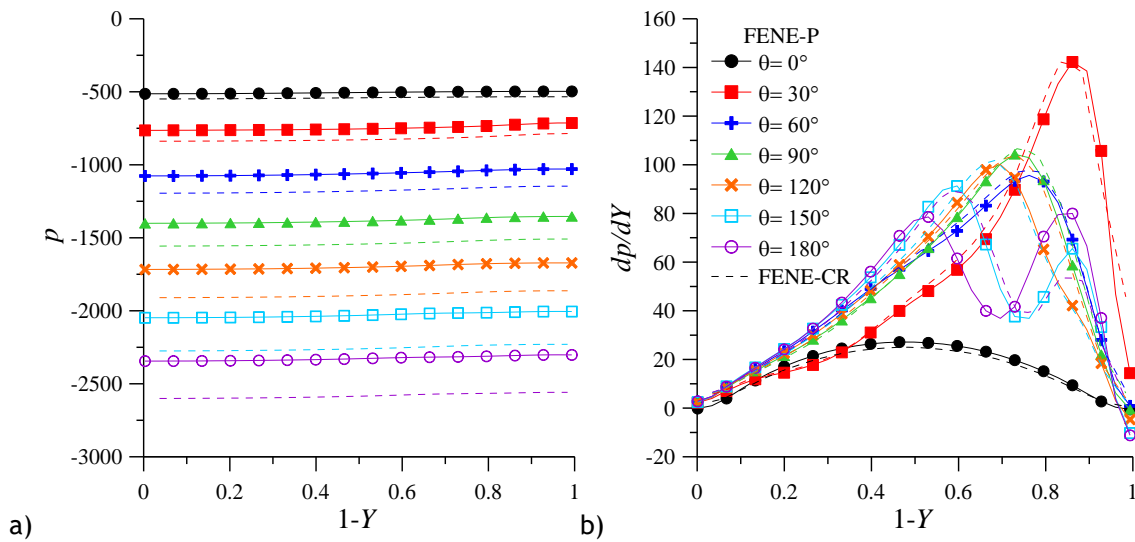


Figura 6.19- Variação de a) p e b) dp/dY , em diferentes posições angulares, no plano $Z = 0.50$. Fluidos FENE-P e FENE-CR com $Re = 532$, $Wi = 0.50$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

A variação do gradiente transversal da pressão (dp/dY) ao longo da curva (Figura 6.19-b) é análoga à distribuição observada e discutida anteriormente para fluido newtoniano (Figura 5.23), sendo máxima na metade da secção transversal da parede exterior da curva. O gradiente transversal da pressão é superior para o caso FENE-CR, mas o deslocamento do seu máximo na direcção do centro da secção é antecipado no caso FENE-P. A diferença entre os dois modelos viscoelásticos é significativa na segunda metade da curva ($\theta > 90^\circ$). Em particular (Figura 6.19-b), para $\theta > 120^\circ$ surgem dois picos no caso FENE-P, que no caso FENE-CR só ocorrem para $\theta > 150^\circ$, de acordo com a antecipação e intensificação da

transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção transversal, produzida pelas propriedades fluidificantes do modelo FENE-P.

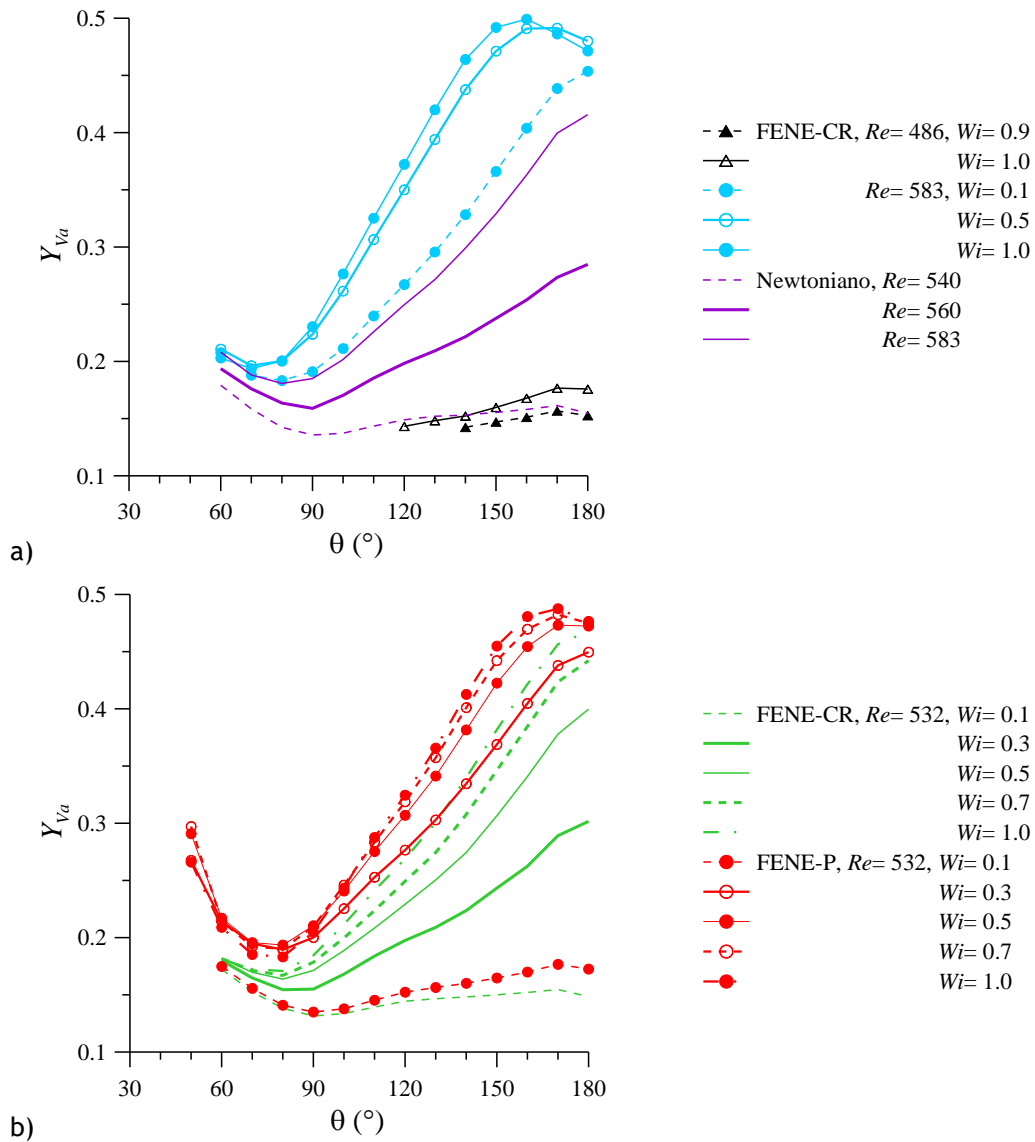


Figura 6.20- Variação de Y_{va} ao longo da curva: a) fluido newtoniano e FENE-CR para diferentes valores de Wi e Re ; e b) fluido FENE-CR e FENE-P com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$, para diferentes Wi .

Finalmente, na Figura 6.20 é comparada a evolução do tamanho dos vórtices adicionais (Y_{va}) ao longo da curva entre o modelo newtoniano e o modelo FENE-CR para diferentes valores de Re e Wi (Figura 6.20-a), e entre os modelos viscoelásticos FENE-CR e FENE-P para diferentes valores de Wi com $Re = 532$ (Figura 6.20-b). No caso newtoniano (Figura 6.20-a), o par de vórtices adicional surge para $Re > 532$, enquanto no caso FENE-CR pode surgir para valores de Re mais reduzido, como por exemplo para $Re = 486$ a partir de $Wi = 0.9$. Em geral, os vórtices adicionais surgem aos $\theta = 60^\circ$, nos casos newtoniano e FENE-CR. Contudo, essa posição angular depende de Re e Wi , podendo surgir noutras posições a jusante, mas

não a montante de $\theta = 60^\circ$ (Figura 6.20-a). Nos casos FENE-CR com $Re = 486$ e $Wi \geq 0.9$, por exemplo, o aumento de Wi leva ao deslocamento dessa posição para montante (de $\theta = 140^\circ$ quando $Wi = 0.90$ para $\theta = 120^\circ$ quando $Wi = 1.00$). O par adicional de vórtices é sempre maior nos casos viscoelásticos do que no caso newtoniano para o mesmo Re , mesmo considerando Wi reduzido (Figura 6.20-a). Nos casos representados, uma vez desenvolvido, o par adicional de vórtices mantém-se até ao final da curva. Em geral, Y_{Va} aumenta com Re e com Wi para a mesma posição angular, mas ao longo da curva a variação não é linear. Quando o par de vórtices surge na primeira metade da curva, a evolução do seu tamanho ao longo da curva é análoga nos diferentes casos: surge aos $\theta = 60^\circ$; entre $60^\circ \leq \theta < 90^\circ$, Y_{Va} diminui ligeiramente; e a partir de $\theta \approx 90^\circ$, Y_{Va} aumenta. Nos casos viscoelásticos em que Wi é elevado, verifica-se ainda uma ligeira diminuição de Y_{Va} no final de curva. Este comportamento estará relacionado com a tendência do escoamento atingir um estado de desenvolvimento completo na curva, que é antecipado pela intensificação do escoamento secundário, tal como discutido anteriormente aquando da análise da Figura 6.4.

Comparando os modelos viscoelásticos (Figura 6.20-b), o valor de Y_{Va} é maior no caso FENE-P do que no caso FENE-CR, para todos os valores de Wi considerados, além de surgirem numa posição a montante de $\theta = 60^\circ$, em particular, para valores de Wi mais elevados (para $Wi \geq 0.3$ na Figura 6.20-b). Outra observação importante é que parece existir um valor limite de Y_{Va} que não é ultrapassado. Este valor é $Y_{Va} = 0.5$, e significa que o par adicional de vórtices está restringido à metade da secção transversal do lado da parede exterior da curva, para todos os casos simulados.

6.2.2. Efeito de L^2 e de β

O parâmetro L^2 quantifica a extensibilidade das moléculas de polímero que constituem o fluido. À medida que a extensibilidade aumenta, as moléculas de polímero tendem a atingir um estado de extensão total e em casos extremos, tais como nos modelos de fluido UCM e Oldroyd-B, a extensibilidade é $L^2 = \infty$. Em contrapartida, os modelos viscoelásticos tipo FENE, aqui considerados, descrevem fluidos cujas moléculas poliméricas apresentam extensibilidade finita e, por isso, mais realista. Já o parâmetro de retardamento (β), que é definido, por exemplo, pela razão entre a viscosidade de solvente e a viscosidade total, indica a proporção de solvente na mistura de fluido polimérico. Isto é, quanto mais próximo de zero estiver o valor de β maior a contribuição polimérica na mistura.

O aumento de L^2 e a diminuição de β aumentam os efeitos elásticos, sendo de esperar que o desenvolvimento do escoamento seja similar ao observado com o aumento de Wi . O efeito destes parâmetros é avaliado mantendo a inércia constante e igual a $Re = 532$. Aqui, a

extensibilidade é mantida constante e $L^2 = 100$ para avaliar o efeito de β , enquanto é assumido $\beta = 0.50$ para avaliar o efeito da extensibilidade.

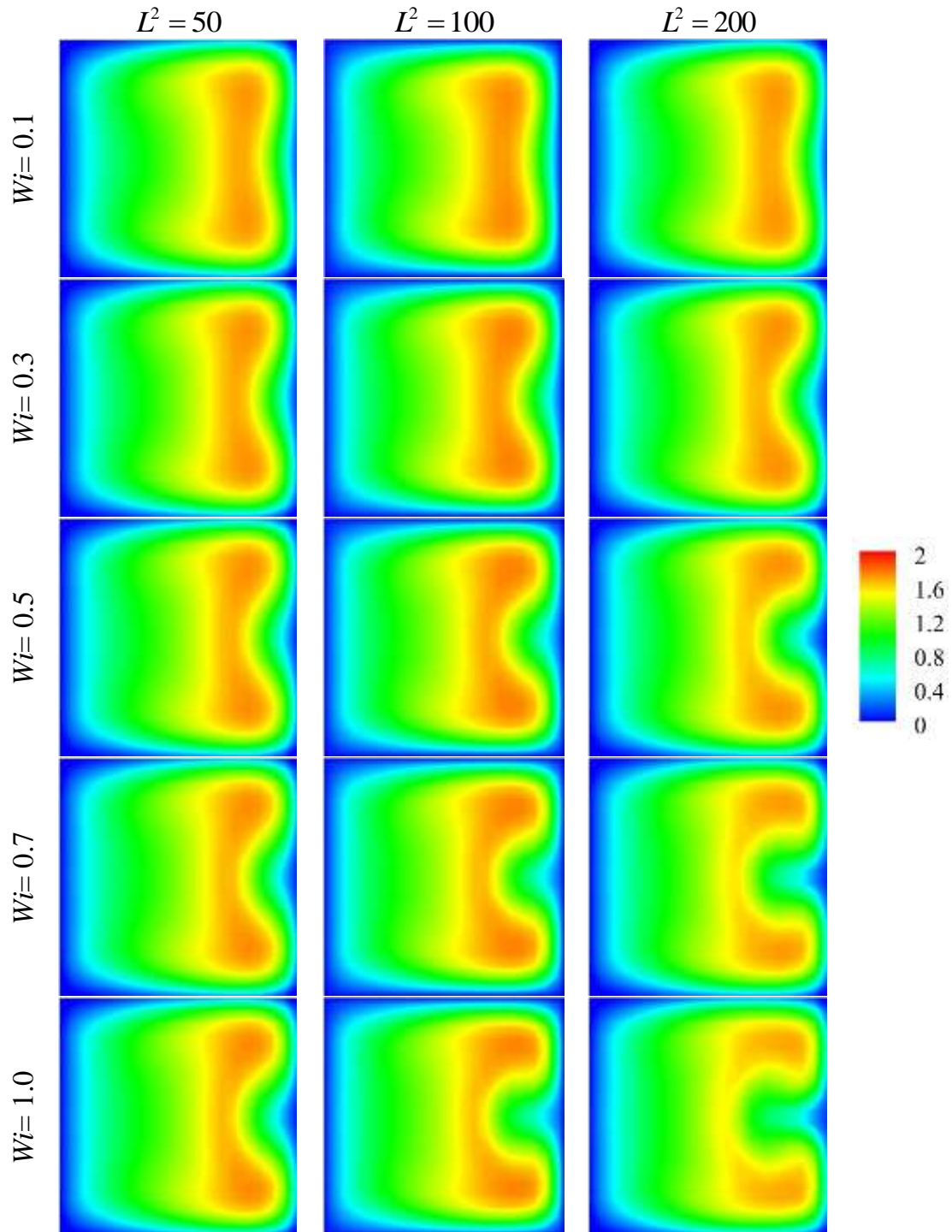


Figura 6.21- Distribuição de U , na secção transversal, com variação de Wi e L^2 , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 532$ e $\beta = 0.50$.

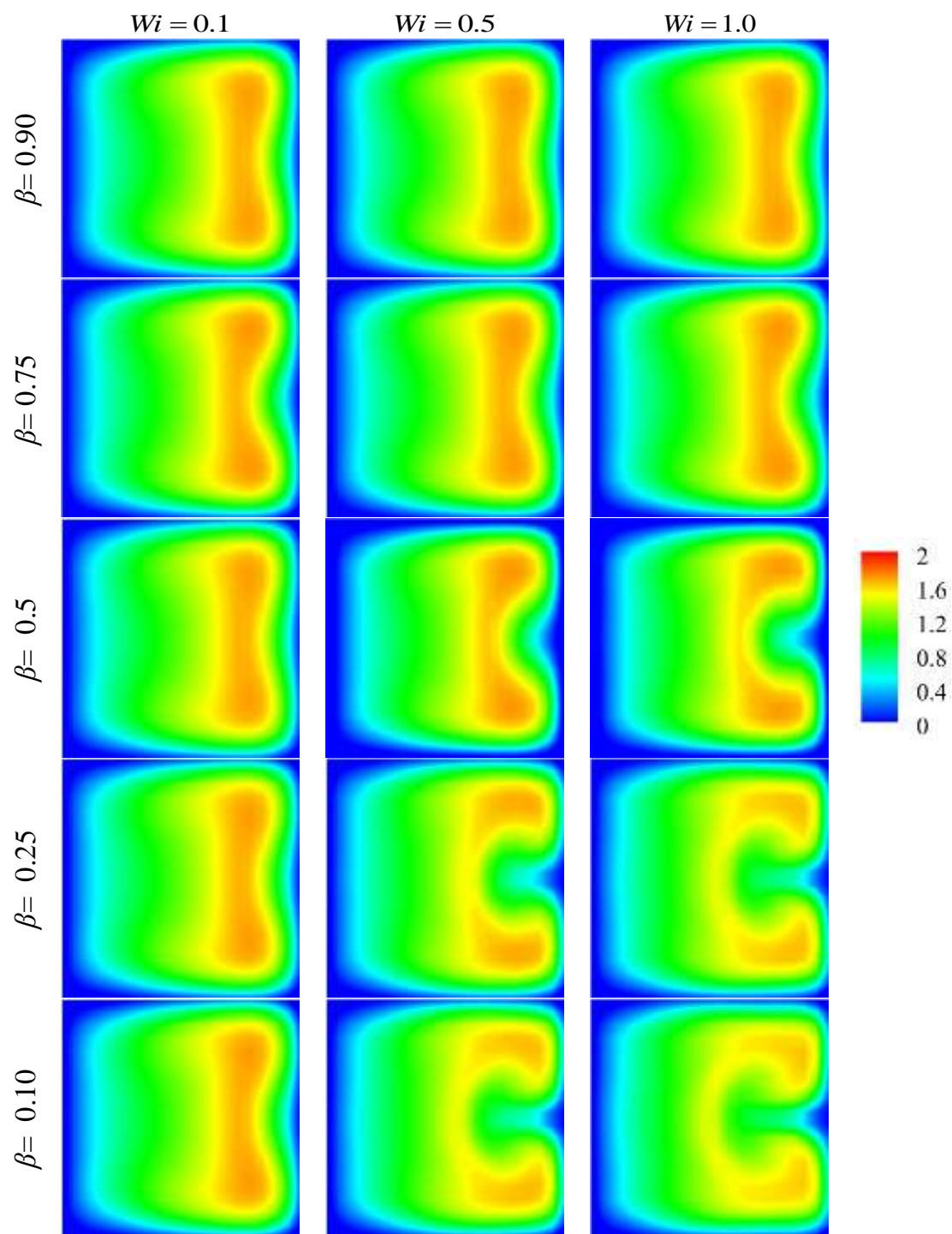


Figura 6.22- Distribuição de U , na secção transversal, com variação de Wi e β , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 532$ e $L^2 = 100$.

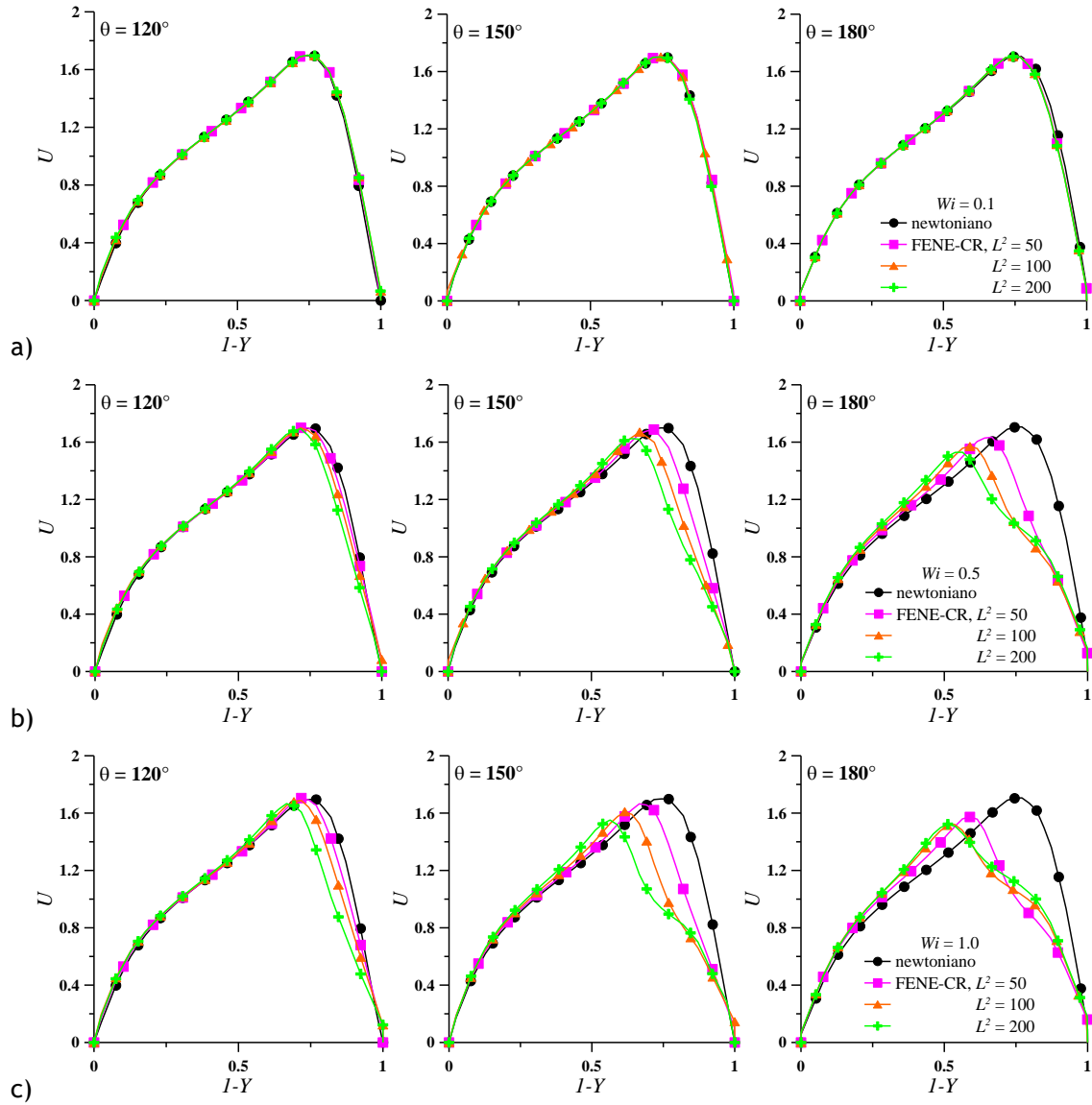


Figura 6.23- Variação de U com L^2 , para diferentes valores de Wi , nas posições $\theta = 120^\circ$, 150° e 180° , no plano $Z = 0.50$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $\beta = 0.50$: a) $Wi = 0.10$; b) $Wi = 0.50$; c) $Wi = 1.00$.

A distribuição de U na secção transversal com a variação de L^2 (Figura 6.21) e de β (Figura 6.22) provou ser simétrica em relação ao plano $Z = 0.5$ em todas as situações simuladas. A distribuição e desenvolvimento de U com o aumento de L^2 (Figura 6.21) e a diminuição de β (Figura 6.22) é semelhante ao descrito e ilustrado na Figura 6.3, com o aumento da elasticidade. Isto é, o aumento de L^2 (Figura 6.21) e a diminuição de β (Figura 6.22) resultam na diminuição da magnitude máxima de U e na diminuição desta região, em particular em torno do plano central. Este comportamento é acentuado com o aumento da elasticidade para o mesmo valor de Re , na mesma posição angular ($\theta = 150^\circ$ nas Figura 6.21 e Figura 6.22). Estes resultados são confirmados nas Figura 6.23 e Figura 6.24, onde são

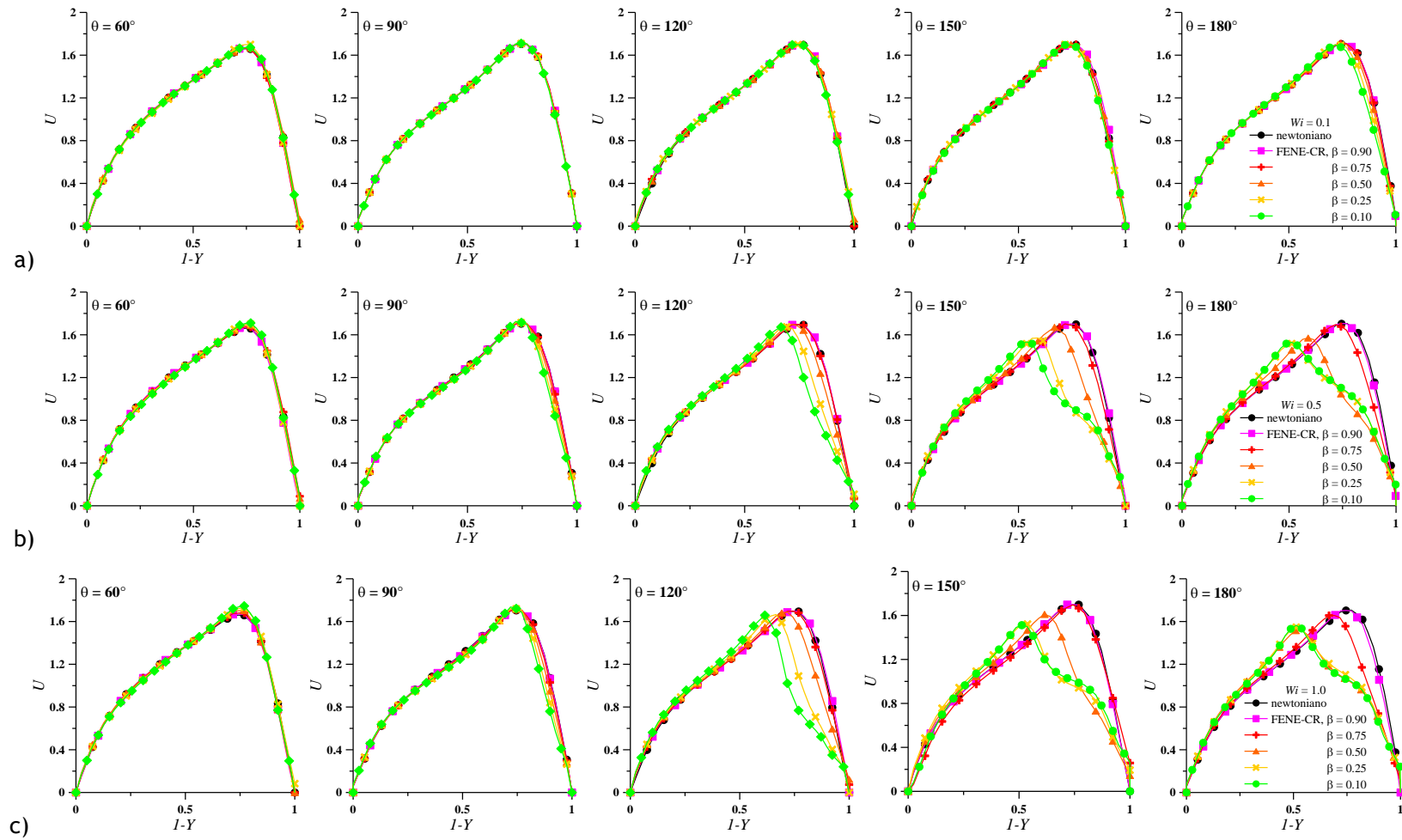


Figura 6.24- Variação de U com β , para diferentes valores de Wi , nas posições 60° , 90° , 120° , 150° e 180° , no plano $Z = 0.50$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 532$, $\beta = 0.50$: a) $Wi = 0.10$; b) $Wi = 0.50$; c) $Wi = 1.00$.

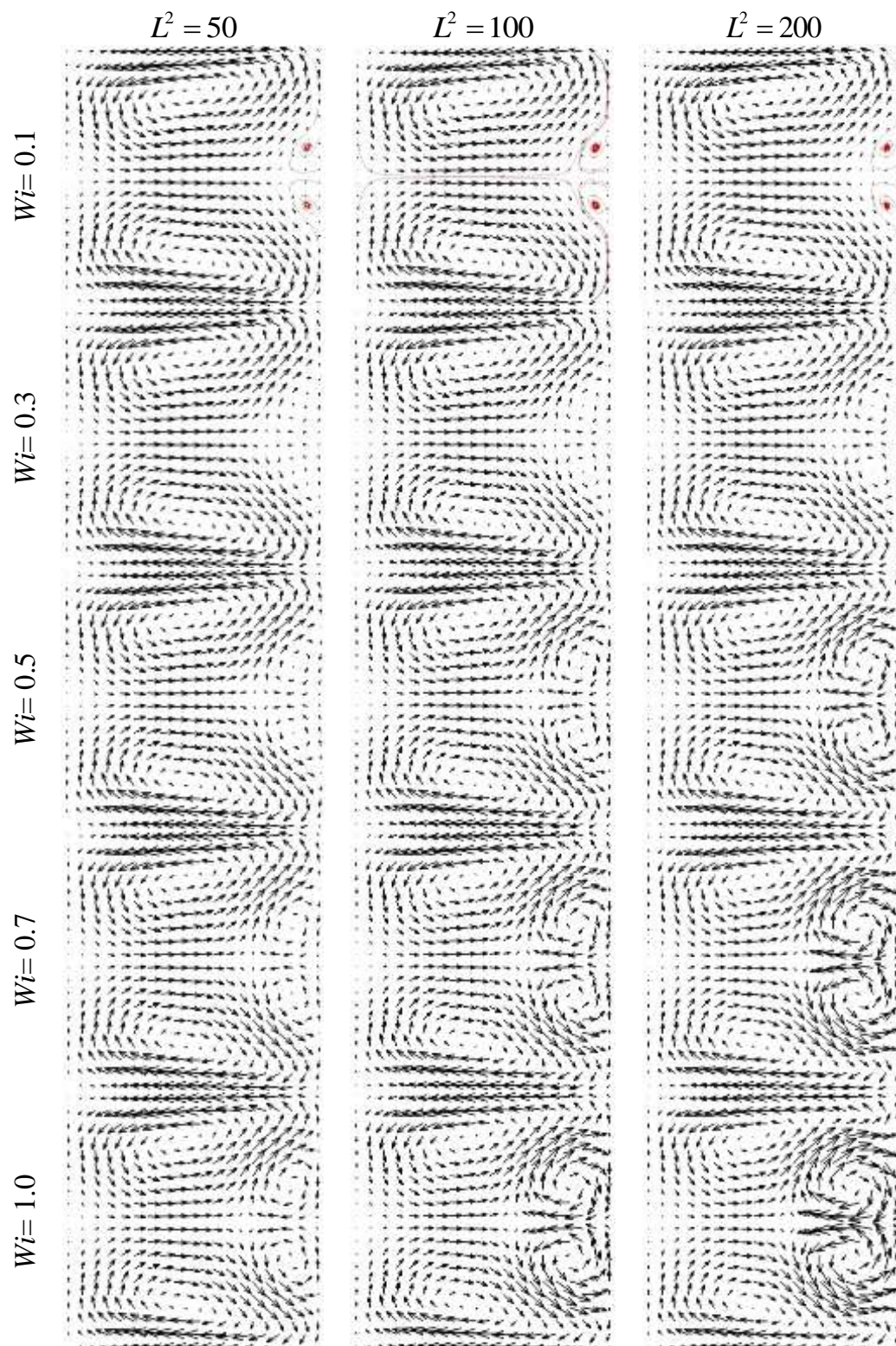


Figura 6.25- Variação do padrão de escoamento secundário com Wi e L^2 , na posição $\theta = 150^\circ$. Campos de vectores para fluido FENE-CR com $Re = 532$ e $\beta = 0.50$. (NOTA: as linhas vermelhas são linhas de corrente).

ilustrados os perfil de velocidade axial extraídos do plano central. Assim, em concordância com as observações relativas à variação do campo de velocidade com Wi (Figura 6.1), na primeira metade da curva o escoamento de fluido FENE-CR não é afectado pela extensibilidade do polímero nem pelo parâmetro de retardamento, independentemente do valor da elasticidade. Esta observação estende-se até ao final da curva para elasticidade $Wi = 0.1$ no caso do aumento de L^2 (Figura 6.23-a), mas o mesmo não é observado com a variação de β (Figura 6.24-a). Para $\beta \leq 0.5$ nas posições angulares $\theta \geq 150^\circ$ (Figura 6.24-a), verifica-se um ligeiro deslocamento do máximo de U no sentido do centro da secção transversal. Com o aumento da elasticidade, o efeito dos parâmetros viscoelásticos L^2 (Figura 6.23) e β (Figura 6.24) é acentuado, verificando-se uma maior transferência da quantidade de movimento no sentido do centro da secção transversal. Apesar das semelhanças dos efeitos, os parâmetros L^2 e β não afectam o escoamento na mesma medida, por exemplo: na Figura 6.23 observa-se maior transferência de quantidade de movimento para $Wi \geq 0.5$ mesmo para $L^2 = 50$, comparativamente ao caso newtoniano; enquanto, na Figura 6.24, não se verificam diferenças entre o modelo newtoniano e o modelo FENE-CR para $\beta > 0.75$, mesmo quando a elasticidade é aumentada até $Wi = 1.0$. Além disso, qualquer que seja o valor de Wi (Figura 6.1), β (Figura 6.24) ou L^2 (Figura 6.23), a transferência de quantidade de movimento aumenta com a aproximação do final da curva.

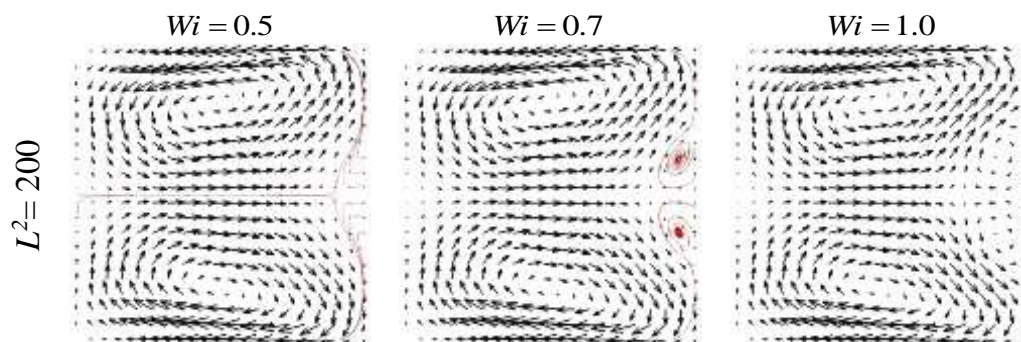


Figura 6.26- Variação do padrão de escoamento secundário com Wi , na posição $\theta = 150^\circ$. Campos de vectores para fluido FENE-CR com $Re = 486$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 200$.

A transferência de quantidade de movimento no plano central, descrita acima, é consequência directa das alterações no escoamento secundário, que a extensibilidade molecular e a concentração de polímero produzem. Os campos de vectores do escoamento transversal, nas Figura 6.25 e Figura 6.27, mostram as mudanças de padrão do escoamento secundário de fluido FENE-CR para $Re = 532$ e diferentes valores de Wi , com a variação de L^2 e β , respectivamente, na posição angular $\theta = 150^\circ$.

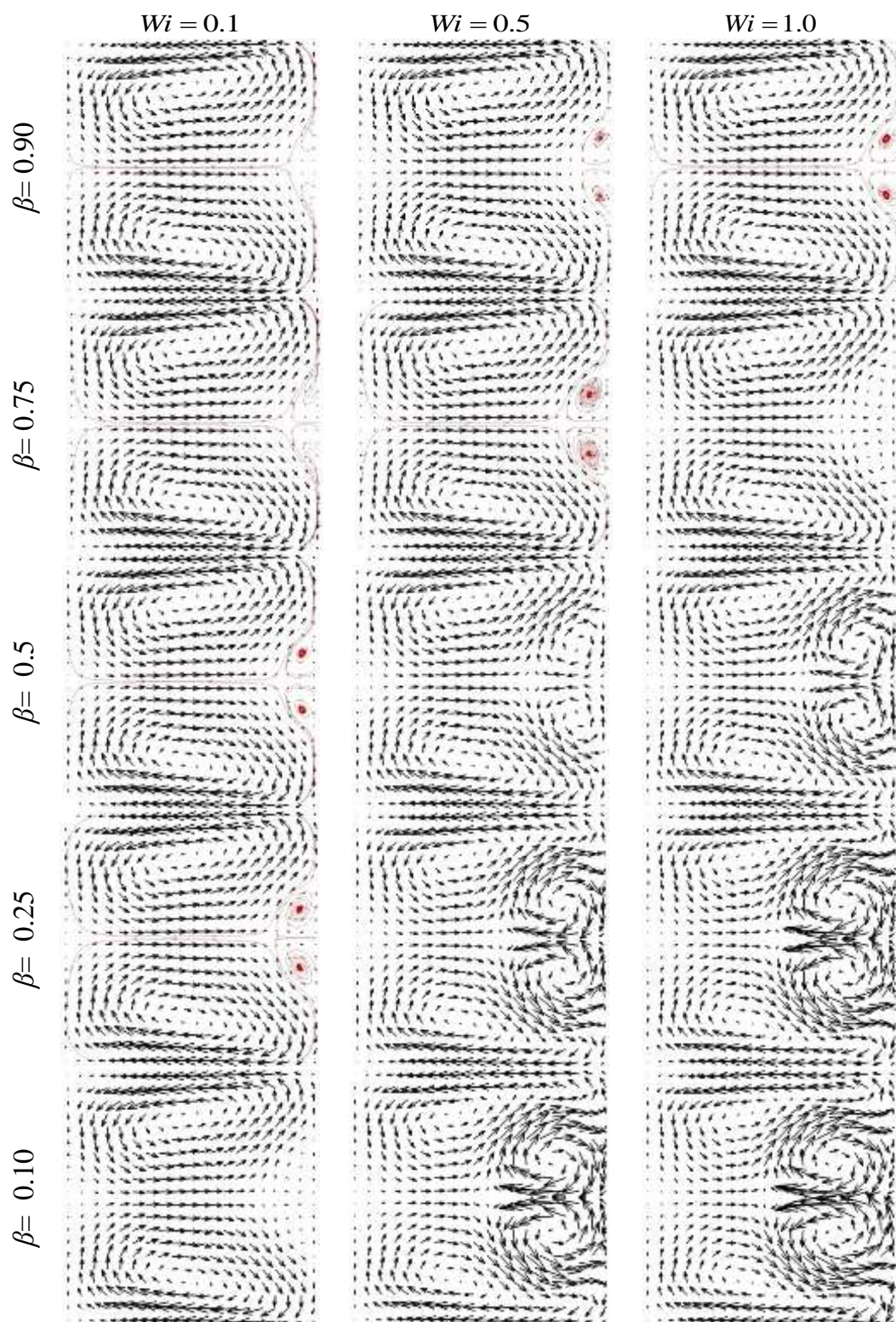


Figura 6.27- Variação do padrão de escoamento secundário com Wi e β , na posição $\theta = 150^\circ$. Campos de vectores para fluido FENE-CR com $Re = 532$ e $L^2 = 100$.

A Figura 6.25 mostra que o escoamento secundário desenvolve um par adicional de vórtices em todos os casos considerados. Mesmo para o escoamento de fluido viscoelástico com $Wi = 0.10$, onde não se verifica o aumento da transferência de quantidade de

movimento com o aumento de L^2 (Figura 6.23-a). Isto é, embora se observe o desenvolvimento do par adicional de vórtices para, por exemplo, $L^2 = 50$ e $Wi = 0.10$ (Figura 6.25), estes não são suficientemente fortes, justificando a inexistência de alterações na distribuição de U ao longo do plano central na mesma posição angular (Figura 6.23-a). A Figura 6.25 mostra também que o par adicional de vórtices aumenta com o aumento da extensibilidade, e este efeito é acentuado com o aumento da elasticidade. O efeito de L^2 é especialmente evidente no caso de inércia mais reduzida (Figura 6.5 e Figura 6.26). Para $Re = 486$, o escoamento transita de um para dois pares de vórtices quando a elasticidade é mais reduzido: para $L^2 = 100$ a transição ocorre apenas para $Wi = 1.0$ (Figura 6.5); mas para $L^2 = 200$ a transição ocorre a partir de $Wi = 0.70$ (Figura 6.26).

No caso do parâmetro de retardamento, o desenvolvimento do segundo par de vórtices é verificado para β elevado apenas quando a elasticidade é suficientemente elevada (Figura 6.27). Assim, no caso FENE-CR com $\beta = 0.90$ apenas se verifica para valores de elasticidade $Wi \geq 0.50$, enquanto para $\beta = 0.75$ ocorre para $Wi \geq 0.30$ (Figura 6.27), embora se verifique reversão do escoamento junto da parede exterior da curva para Wi mais reduzido nos dois casos. Apesar do desenvolvimento do par adicional de vórtices (Figura 6.27), a transferência de quantidade de movimento no plano central para determinado valor de β é verificada para valor de elasticidade mais elevado (Figura 6.24).

Depois de formado, o segundo par de vórtices aumenta em tamanho quer com o aumento de Wi e de L^2 , quer com a diminuição de β (Figura 6.27).

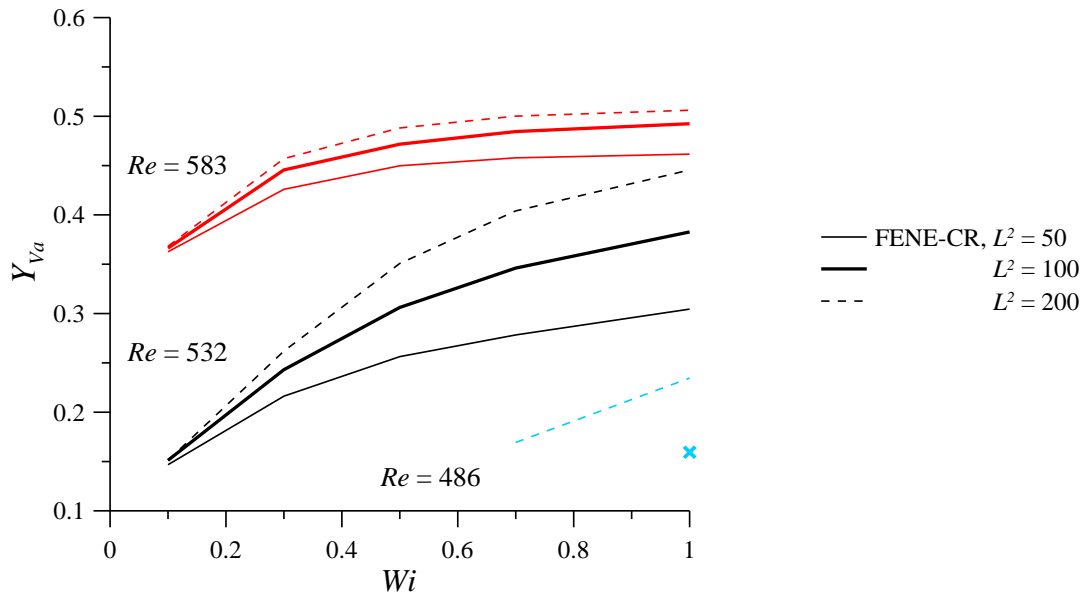


Figura 6.28- Variação de Y_{va} em função de Wi , para diferentes valores de L^2 , na posição $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR para $Re = 486$, 532 e 583 com $\beta = 0.50$. (NOTA: o símbolo refere o caso com $Re = 486$ e $L^2 = 100$)

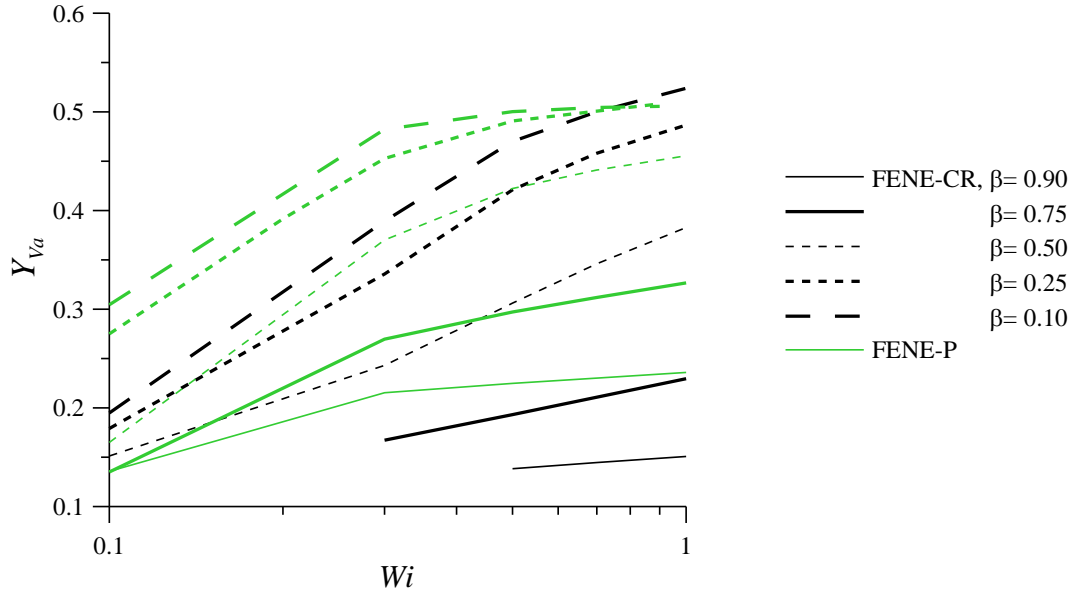


Figura 6.29- Variação de Y_{Va} em função de Wi , para diferentes valores de β , na posição $\theta = 150^\circ$. Fluidos FENE-P e FENE-CR com $Re = 532$ e $L^2 = 100$.

As Figura 6.28 e Figura 6.29 resumem a variação de Y_{Va} com a elasticidade para diferentes valores de L^2 e β , respectivamente. A Figura 6.28 vem confirmar que o aumento da extensibilidade resulta num aumento de Y_{Va} , qualquer que seja o valor de Re e de Wi , e que o efeito de L^2 se torna mais pronunciado com o aumento da inércia e da elasticidade. Este resultado é ilustrado para a posição angular $\theta = 150^\circ$, mas é análogo para outras posições angulares. Conclusões semelhantes podem ser tiradas da Figura 6.29, onde é ilustrada a variação de Y_{Va} com Wi para diferentes valores de β , considerando o modelo FENE-CR com $Re = 532$ e $L^2 = 100$, na mesma posição angular.

A variação da velocidade axial máxima (U_{max}) em função de Wi para diferentes valores de L^2 , assumindo o modelo FENE-CR com $Re = 532$ e $\beta = 0.50$, em diferentes posições angulares, é ilustrada na Figura 6.30. A magnitude de U_{max} aumenta ligeiramente com o aumento de Wi e de L^2 , mas apenas até à posição angular $\theta \approx 120^\circ$ (desde a Figura 6.30-a até à Figura 6.30-c). A jusante ($\theta > 120^\circ$, Figura 6.30-d e Figura 6.30-e), o efeito da extensibilidade é apenas evidente e importante para $Wi > 0.4$, onde U_{max} diminui com o aumento de L^2 e esta diminuição é tanto maior quanto maior a elasticidade. Este comportamento é verificado para $Wi > 0.4$ e $Wi > 0.2$ nas posições angulares $\theta = 150^\circ$ (Figura 6.30-d) e $\theta = 180^\circ$ (Figura 6.30-e), respectivamente. A diminuição de U_{max} com a extensibilidade é a consequência do aparecimento e crescimento do segundo par de vórtices que, quando suficientemente forte, reduz a velocidade axial. Isto é verificado na Figura 6.32

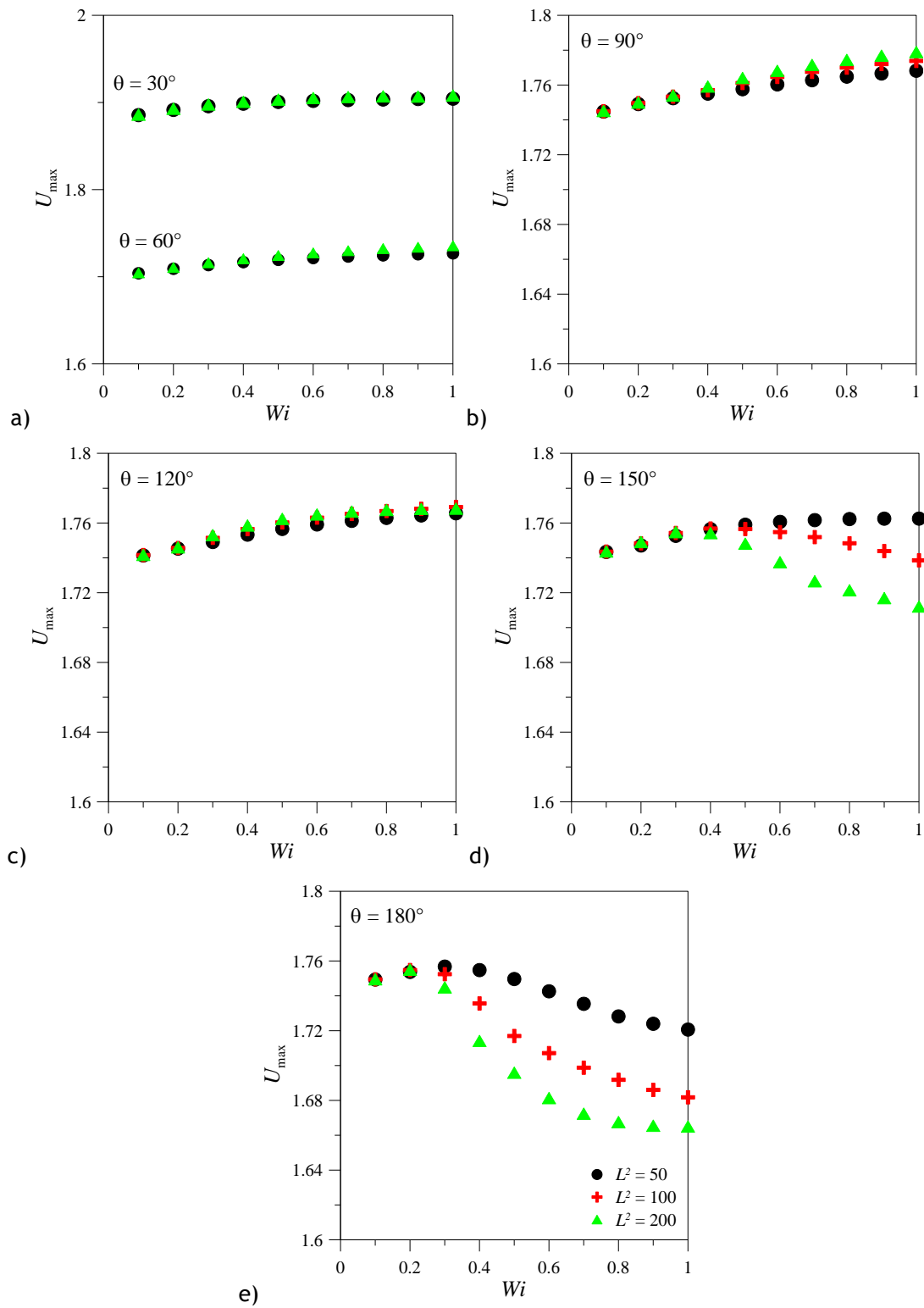


Figura 6.30- Variação de U_{\max} em função de Wi , para diferentes valores de L^2 , em diferentes posições: a) $\theta = 30^\circ$ e 60° ; b) 90° ; c) 120° ; d) 150° ; e) 180° . Fluido FENE-CR com $Re = 532$ e $\beta = 0.50$.

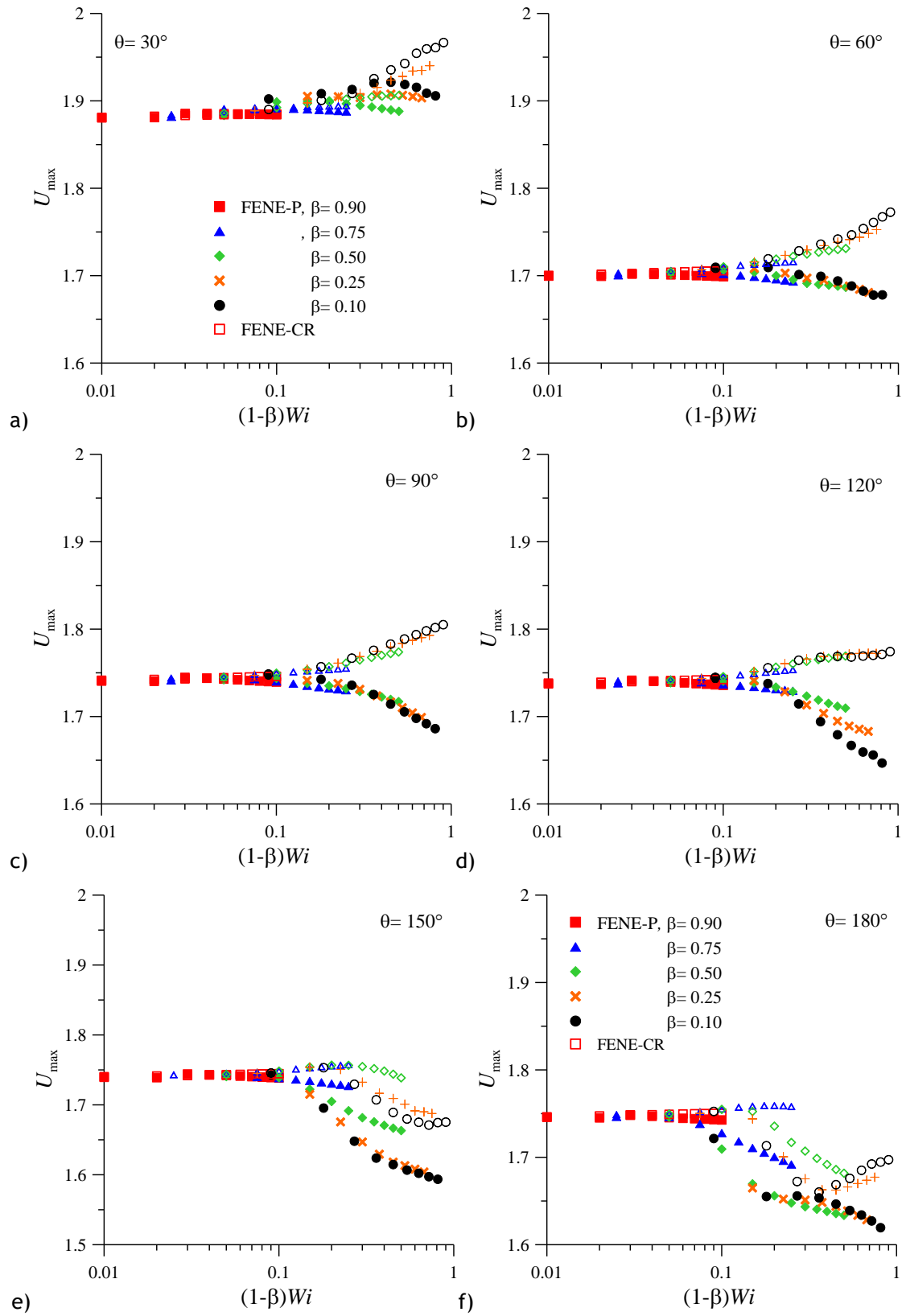


Figura 6.31- Variação de U_{\max} em função de Wi_{mod} , para diferentes valores de β , em diferentes posições: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° . Fluidos FENE-CR e FENE-P com $Re = 532$ e $L^2 = 100$.

para fluido FENE-CR com $Wi = 0.6$ e extensibilidade $L^2 = 50$ e $L^2 = 200$. Os campos de vectores mostram que para as situações em que U_{\max} não diminui (Figura 6.30), o segundo par de vórtices existe (Figura 6.32), mas é fraco, e não afecta o valor de U_{\max} (Figura 6.30).

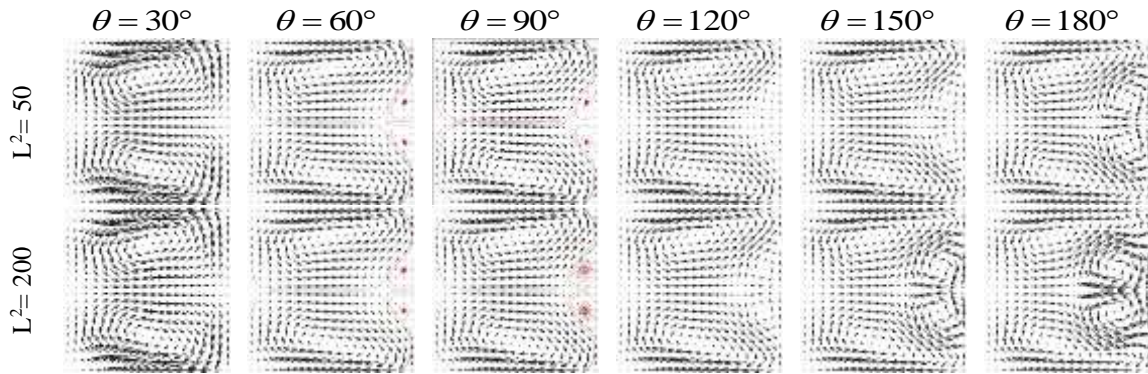


Figura 6.32- Variação do padrão de escoamento ao longo da curva para diferentes L^2 . Campos de vectores para fluido FENE-CR com $Re = 532$, $Wi = 0.6$, $\beta = 0.50$.

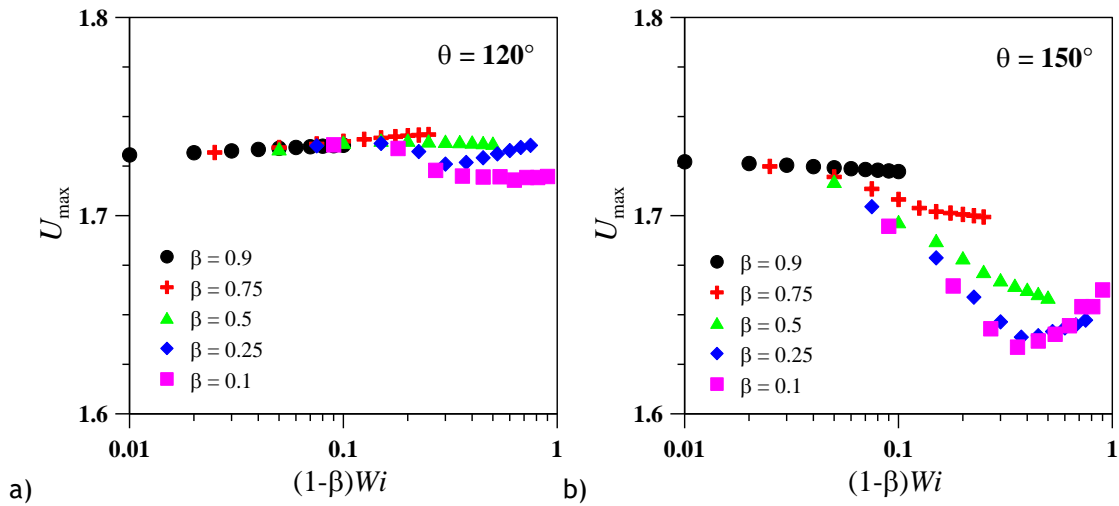


Figura 6.33- Variação de U_{\max} com Wi_{mod} , para diferentes valores de β , nas posições: a) 120° e b) 150° . Fluido FENE-CR com $Re = 583$ e $L^2 = 100$.

A variação de U_{\max} para diferentes valores de β em função do número de Weissenberg modificado (Wi_{mod}), para fluido FENE-CR com $Re = 532$ e $L^2 = 100$, é ilustrada na Figura 6.31, em diferentes posições angulares. De forma similar ao observado na Figura 6.30 aquando do estudo do efeito de L^2 , o aumento da elasticidade (sob a forma do parâmetro Wi_{mod}) e a diminuição de β resulta no aumento de U_{\max} ao longo de toda a primeira metade do comprimento da curva no caso FENE-CR (desde a Figura 6.31-a à Figura 6.31-c). Na segunda metade da curva, a variação da magnitude de U_{\max} não é tão linear: para $\beta = 0.1$,

U_{\max} diminui ligeiramente com Wi_{mod} , a partir da posição angular $\theta > 90^\circ$ (Figura 6.31-d). O mesmo é observado a jusante (Figura 6.31-e) para valores de $\beta \leq 0.5$, sendo a taxa de diminuição tanto maior quanto menor β e maior Wi_{mod} : para $\beta = 0.5$, U_{\max} diminui a partir de $Wi = 0.6$; enquanto para $\beta = 0.25$ e 0.10 , U_{\max} começa a diminuir para $Wi = 0.4$ e 0.2 , respectivamente. No final da curva (Figura 6.31-f), depois de diminuir, a variação de U_{\max} inverte e começa a aumentar para $\beta < 0.5$. Este comportamento é acentuado com o aumento da inércia para $Re = 583$ (Figura 6.33), que passa a ocorrer numa posição a montante e para valor de β mais elevado (isto é, $\theta = 120^\circ$ para $\beta \geq 0.5$, na Figura 6.33-a).

A diminuição de U_{\max} está associada à intensificação do escoamento secundário, pelo aparecimento e aumento do par adicional de vórtices. No entanto, também aqui a diminuição de U_{\max} só acontece quando o par de vórtices adicional tem tamanho e intensidade suficientes para alterar a sua magnitude. Por exemplo, na Figura 6.31-e, U_{\max} diminui apenas nos casos onde $\beta \leq 0.5$, porém, na Figura 6.27, verifica-se que nesta posição angular o par de vórtices adicional desenvolve-se mesmo para $\beta > 0.5$, quando $Wi = 0.5$. O seguinte aumento de U_{\max} está associado à diminuição da intensidade do escoamento transversal devido ao escoamento “caminhar” mais rapidamente para o estado de desenvolvimento completo quando β diminui, tal como discutido em relação à Figura 6.4.

6.2.2.1. Efeito do modelo viscoelástico: FENE-CR e FENE-P

Comparando os perfis das componentes axial e transversal da velocidade para modelos viscoelásticos FENE-CR e FENE-P, considerando diferentes valores de L^2 , verifica-se que as diferenças entre os modelos diminuem com o aumento de L^2 : para $L^2 = 50$ (Figura 6.34-a), o modelo FENE-P apresenta uma considerável transferência de quantidade de movimento, comparativamente ao modelo FENE-CR; mas quando L^2 é aumentado (Figura 6.34-b), a transferência de quantidade de movimento é incrementada no caso FENE-CR, mas no caso FENE-P quase não ocorrem alterações. Estes resultados são confirmados pela distribuição de U na secção transversal apresentados na Figura 6.35, para a posição $\theta = 150^\circ$. A Figura 6.35 mostram que, a distribuição de U , em particular na região de U máximo, altera-se significativamente com o aumento de L^2 no caso FENE-CR, mas mantém-se praticamente inalterada no caso FENE-P (Figura 6.35).

Como consequência, a diferença entre os modelos viscoelásticos é também considerável quando avaliada a componente transversal V da velocidade, em particular para valores de L^2 mais reduzidos (Figura 6.34). Assim, nas condições de escoamento consideradas, V é maior no modelo FENE-P quando comparado com o modelo FENE-CR, independentemente do

valor de L^2 , em particular na região do par adicional de vórtices. Quando $L^2 = 50$ (Figura 6.34-a) esta diferença é significativa, porém diminui com o aumento de L^2 para 200 (Figura 6.34-b). Além disso, enquanto no modelo FENE-CR o aumento de L^2 intensifica o escoamento transversal, no modelo FENE-P quase não produz alterações. Aliás, olhando para a variação local de U e V , com o aumento de L^2 na Figura 6.36, verifica-se que na primeira metade da curva a evolução da velocidade depende apenas do modelo viscoelástico. Na segunda metade da curva, apenas o modelo FENE-CR passa a depender de L^2 (Figura 6.36). Estes resultados são ainda confirmados nas Figura 6.37 e Figura 6.38, que comparam a variação de H e de Y_{va} , respectivamente, com diferentes valores de L^2 , para os modelos FENE-P e FENE-CR.

A helicidade do par principal de vórtices, na posição angular $\theta = 150^\circ$, pouco ou nada se altera com o aumento da extensibilidade nos dois modelos viscoelásticos (Figura 6.37). Já a intensidade do movimento helicoidal dos vórtices adicionais aumenta claramente com o aumento de L^2 no caso FENE-CR, mas no modelo FENE-P, a intensidade dos vórtices é muito pouco afectada.

A Figura 6.38, que resume a variação de Y_{va} com L^2 ao longo da curva (θ), mostra que o aumento de L^2 não altera Y_{va} no modelo FENE-P, mas aumenta Y_{va} no modelo FENE-CR. De uma forma geral, o tamanho do par adicional de vórtices aumenta ao longo da curva nos dois modelos. Porém, o desenvolvimento do par adicional de vórtices ocorre para uma posição angular a montante no caso FENE-P, quando comparado com o modelo FENE-CR ($\theta = 50^\circ$ e $\theta = 60^\circ$, respectivamente). Além disso, no caso FENE-P para $50^\circ \leq \theta < 90^\circ$, Y_{va} diminui antes de aumentar. Este comportamento é justificado pela formação do par adicional de vórtices embebido na significativa região de reversão do escoamento desenvolvida. Isto é, o par adicional de vórtices em si é diminuto, mas o processo de determinação de Y_{va} adoptado implica que toda a região de reversão do escoamento seja contabilizada. Estes resultados são ilustrados na Figura 6.39.

As diferenças entre os dois modelos viscoelásticos produzidas pela variação de β , é ilustrada na Figura 6.40 para o caso $Re = 532$, $Wi = 0.5$ e $L^2 = 100$, na posição angular $\theta = 150^\circ$, onde são representados os perfis da componente U (Figura 6.40-a) e V (Figura 6.40-b). Observa-se uma maior transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção com a diminuição de β , nos dois modelos, mas é sempre maior para caso FENE-P comparativamente ao caso FENE-CR. Apesar das diferenças, a distribuição de U nos dois modelos viscoelásticos tendem a aproximar-se com a redução de β (Figura 6.40-a), e o mesmo tipo de comportamento é registado para a componente V (Figura 6.40-b). O efeito de β concentra-se junto da parede exterior da curva, onde se observa que o pico máximo de

sinal positivo desenvolvido é tanto maior quanto menor o valor de β , é sempre maior no modelo FENE-P, mas a diferença entre os modelos tende a diminuir (Figura 6.40-b).

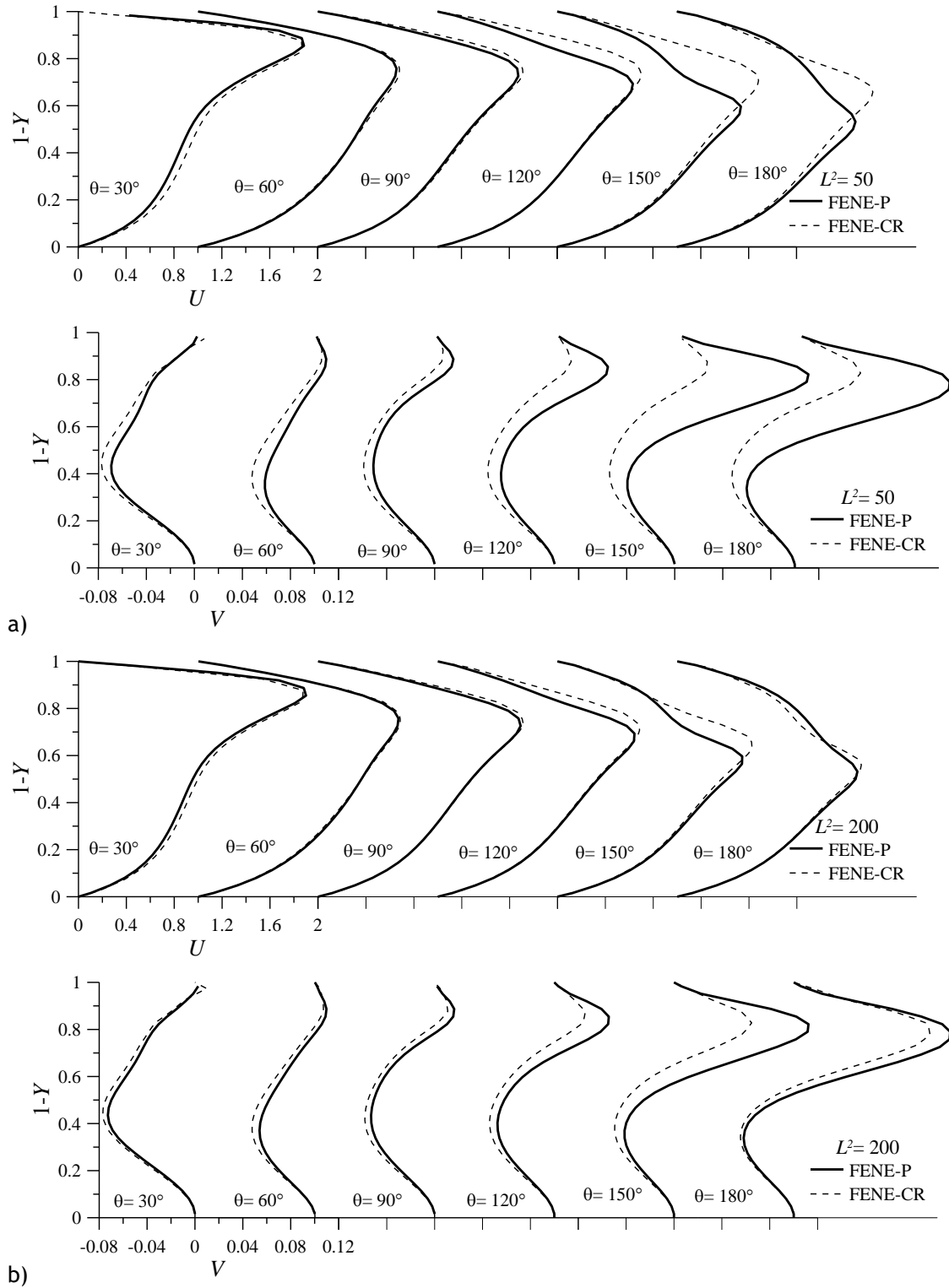


Figura 6.34- Distribuição de U e V ao longo da curva, para: a) $L^2 = 50$ e b) $L^2 = 200$. Comparação entre fluido FENE-CR e FENE-P com $Re = 532$, $Wi = 0.5$ e $\beta = 0.50$.

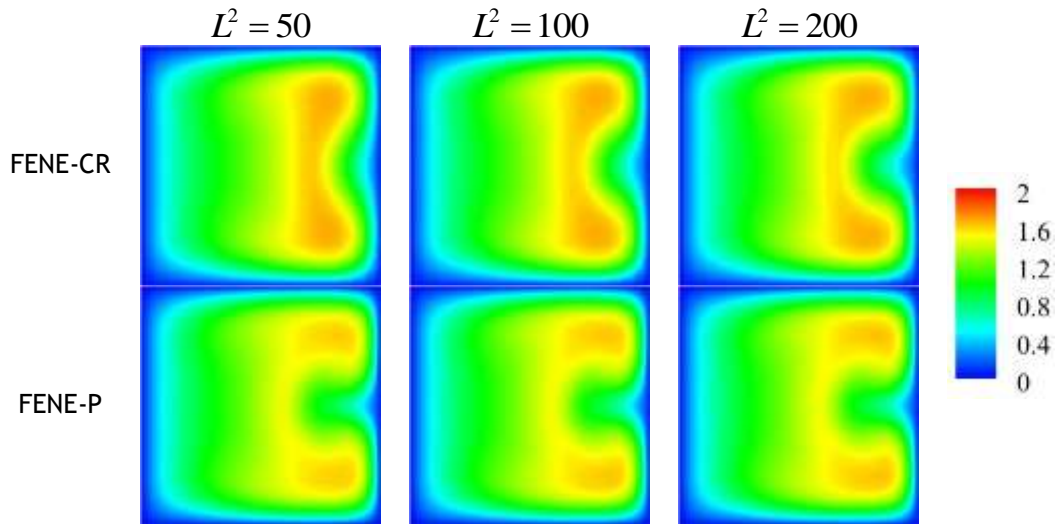


Figura 6.35- Distribuição de U para diferentes valores de L^2 , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Comparação entre fluido FENE-CR e FENE-P com $Re = 532$, $Wi = 0.5$ e $\beta = 0.50$.

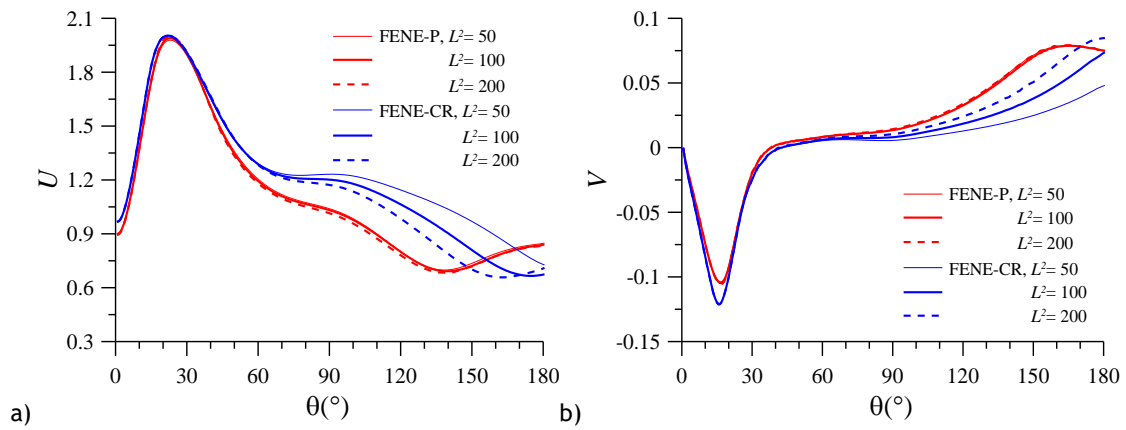


Figura 6.36- Evolução local de: a) U ; e b) V , ao longo do comprimento da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.52)$, para diferentes valores de L^2 . Comparação entre os modelos FENE-P e FENE-CR com $Re = 532$, $\beta = 0.50$ e $Wi = 0.5$.

A evolução local de U e V , na Figura 6.41, vem confirmar que, nas mesmas condições de escoamento, o efeito de β sobre o escoamento de fluido FENE-P é significativo, ao contrário do que acontece com o aumento da extensibilidade (Figura 6.36), em particular na segunda metade da curva. Nota-se, assim, que as propriedades fluidificantes do modelo FENE-P são acentuadas em maior medida pelo parâmetro de retardamento comparativamente à extensibilidade, intensificando o escoamento secundário para as mesmas condições de escoamento. Aliás, analisando os campos de vectores para o modelo FENE-P na Figura 6.42, observa-se que o par adicional de vórtices desenvolve-se mesmo para $Wi = 0.10$ com $\beta \geq 0.50$, ao contrário do que acontece com o modelo FENE-CR (Figura 6.27), para o qual só

se verifica a formação do par adicional de vórtices quando $\beta < 0.50$ para $Wi = 0.10$, confirmando a análise anterior.

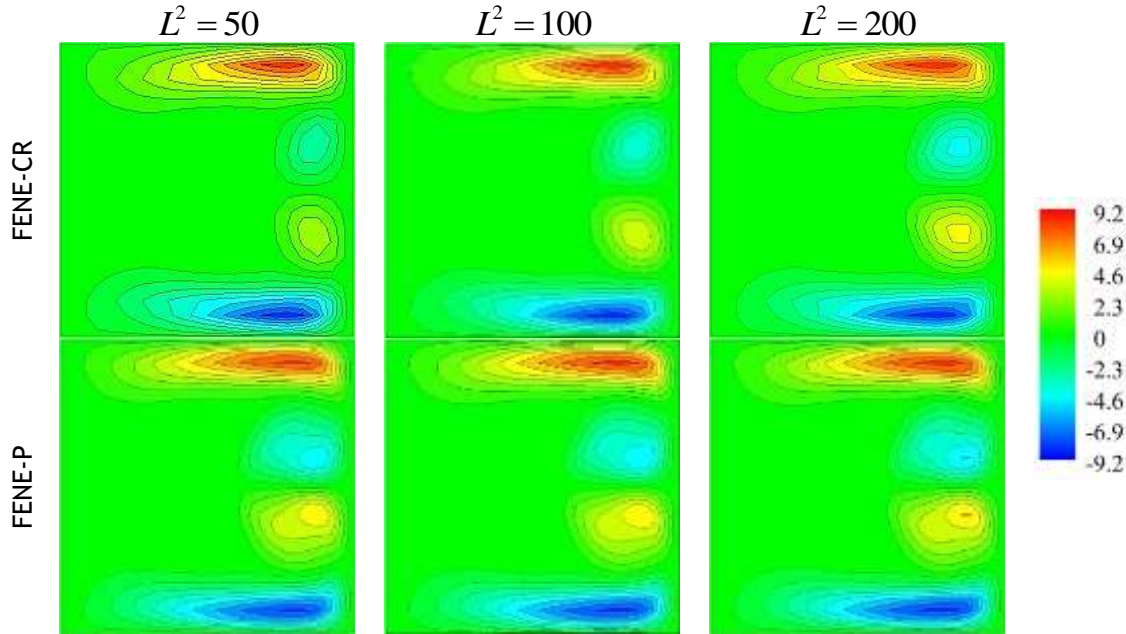


Figura 6.37- Distribuição de H para diferentes valores de L^2 , na posição $\theta = 150^\circ$. Comparação entre fluido FENE-CR e FENE-P com $Re = 532$, $Wi = 0.50$ e $\beta = 0.50$.

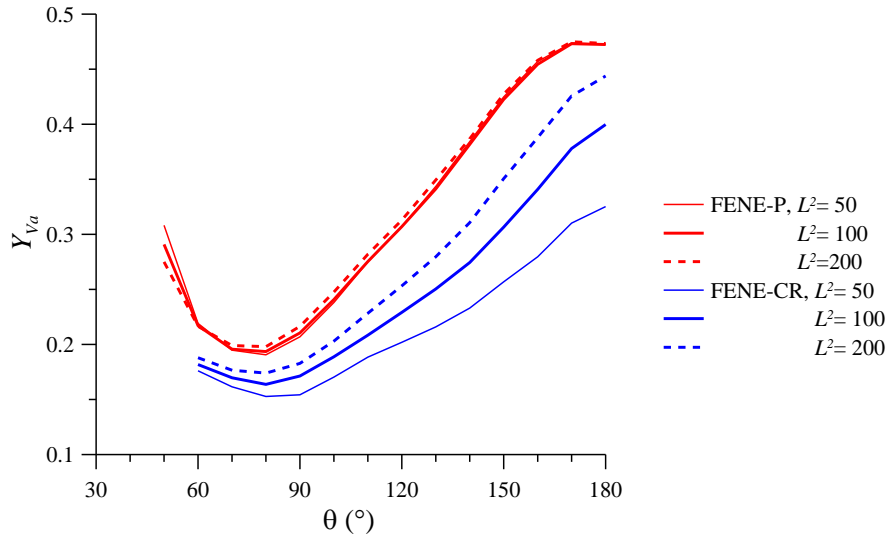


Figura 6.38- Variação do tamanho dos vórtices adicionais (Y_{Va}) com L^2 ao longo da curva, para $Re = 532$, $Wi = 0.5$ e $\beta = 0.50$. Comparação entre os modelos FENE-CR e FENE-P.

A intensidade do movimento helicoidal dos vórtices com a diminuição de β pode ser comparada na Figura 6.43, para os mesmos casos ilustrados na Figura 6.40. Na Figura 6.43, observa-se que os vórtices adicionais aumentam de intensidade com a diminuição de β nos

dois modelos viscoelásticos, sendo superior no caso FENE-P em comparação ao caso FENE-CR. Já a helicidade do par principal de vórtices é pouco afectada pela diminuição de β nos dois modelos viscoelásticos (Figura 6.43).

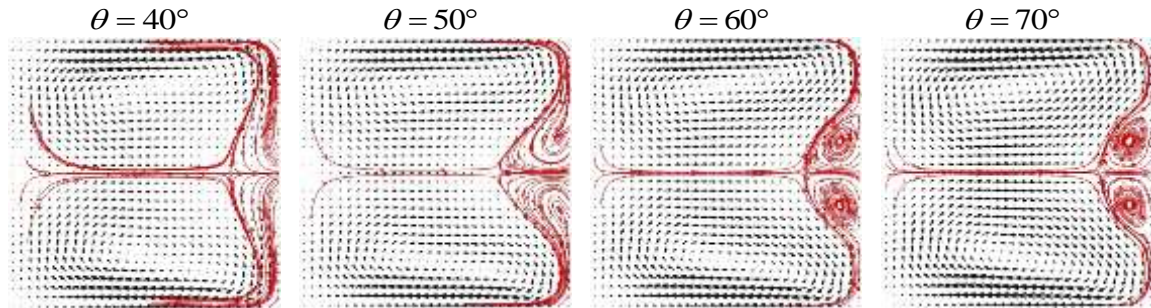


Figura 6.39- Variação do padrão de escoamento secundário ao longo da curva. Fluido FENE-P com $Re = 532$, $Wi = 0.5$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 200$.

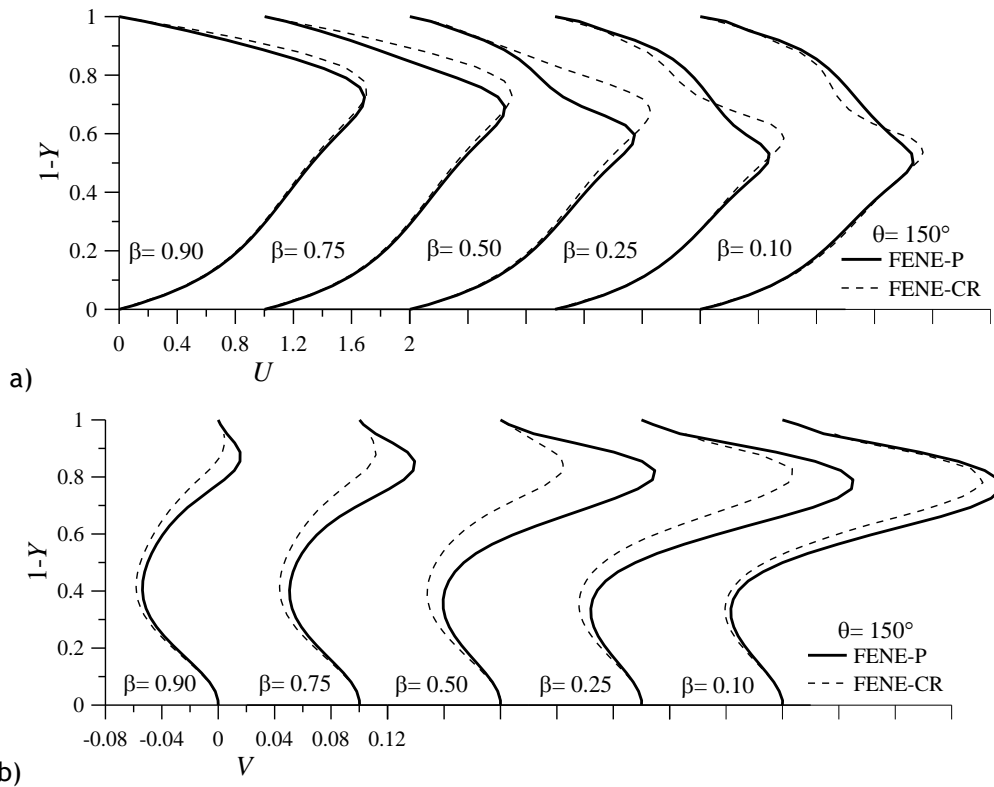


Figura 6.40- Variação de: a) U e b) V para diferentes valores de β , no plano $Z = 0.5$, na posição $\theta = 150^\circ$. Comparação entre os modelos FENE-CR e FENE-P com $Re = 532$, $Wi = 0.50$ e $L^2 = 100$.

A variação do tamanho dos vórtices ao longo da curva é resumida na Figura 6.44, para diferentes valores de β e modelos viscoelásticos. O mesmo comportamento descrito na Figura 6.38, com o aumento da extensibilidade, é verificado na Figura 6.44, com a diminuição de β . Porém, nas condições de escoamento consideradas, enquanto no modelo FENE-P o

aumento da extensibilidade não afecta a variação de Y_{Va} (Figura 6.38), já o efeito da diminuição de β é significativo nos dois modelos viscoelásticos (Figura 6.44).

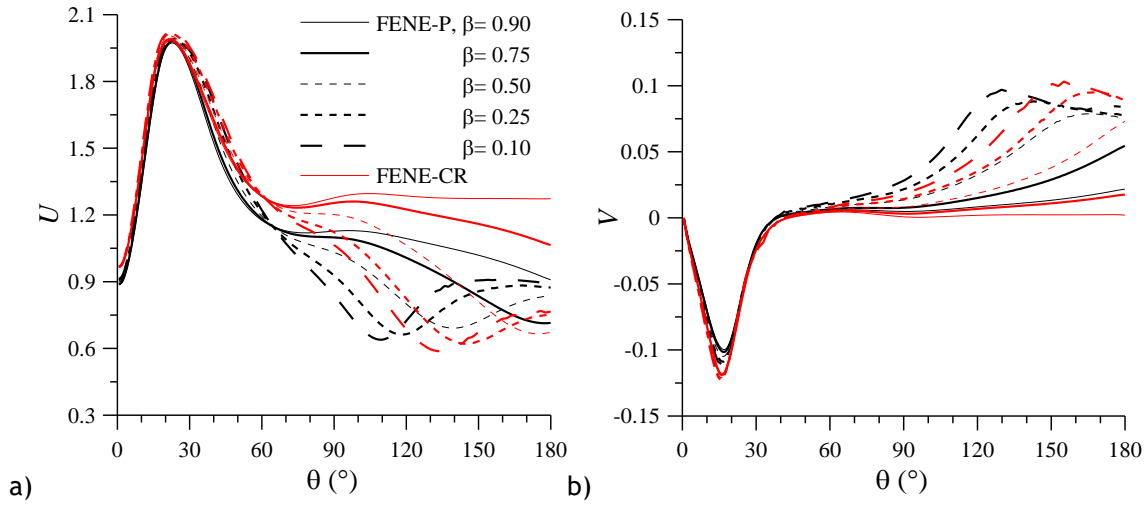


Figura 6.41- Evolução local de: a) U e b) V ao longo do comprimento da curva, para diferentes valores de β , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.52)$. Comparação entre os modelos FENE-P e FENE-CR com $Re = 532$, $L^2 = 100$ e $Wi = 0.50$.

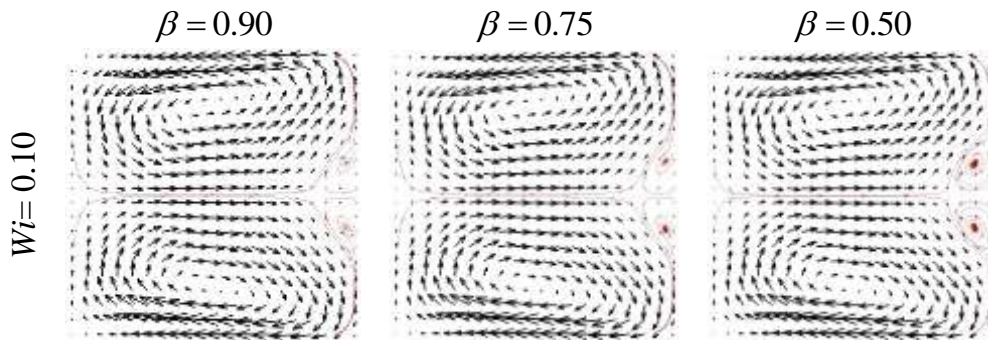


Figura 6.42- Variação do padrão de escoamento secundário com β , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Campos de vectores para fluido FENE-P com $Re = 532$, $Wi = 0.1$ e $L^2 = 100$.

A variação de U_{\max} para o caso FENE-P, ilustrado anteriormente na Figura 6.31, é consideravelmente diferente, quando comparado com o modelo FENE-CR, revelando o feito fluidificante deste modelo. No início da curva (Figura 6.31-a), U_{\max} aumenta com a diminuição de β para valores de Wi_{mod} reduzidos, mas diminui para valores elevados de Wi_{mod} no modelo FENE-P. A jusante ($\theta > 30^\circ$), esta diminuição de U_{\max} acentua-se com a diminuição de β e com o aumento de Wi_{mod} , excepto para $\beta = 0.90$, que praticamente não varia com Wi_{mod} em todo o comprimento do canal. A Figura 6.31 mostra ainda que ao longo

da curva, as diferenças entre os modelos viscoelásticos são sempre significativas, em particular a partir de $Wi_{\text{mod}} \approx 0.1$, em que o valor de U_{max} é, de um modo geral, inferior para o modelo FENE-P. Este resultado é justificado pela intensificação do escoamento transversal no modelo FENE-P observada e discutida anteriormente.

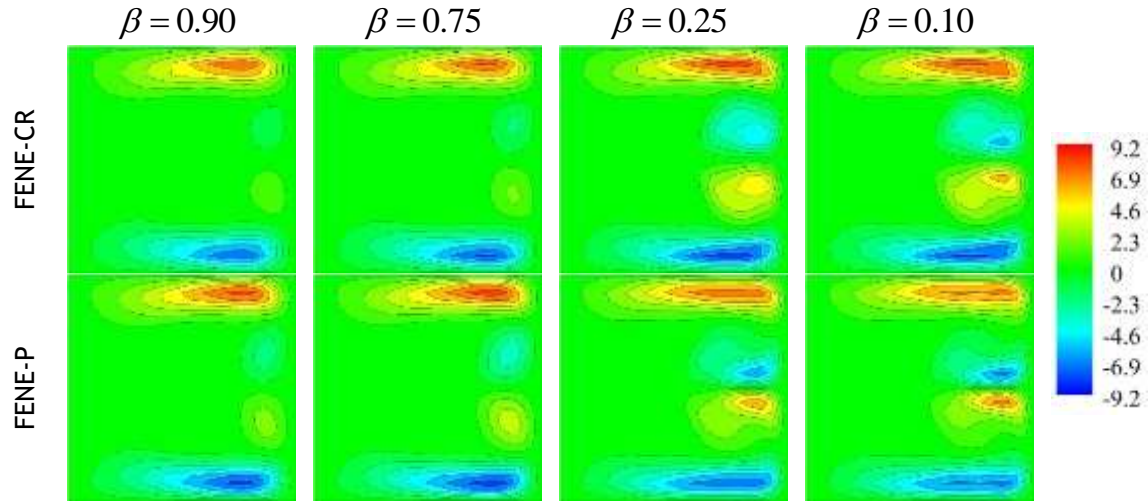


Figura 6.43- Distribuição de H na secção transversal com variação de β , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Comparação entre os modelos FENE-CR e FENE-P com $Re = 532$, $Wi = 0.50$ e $L^2 = 100$.

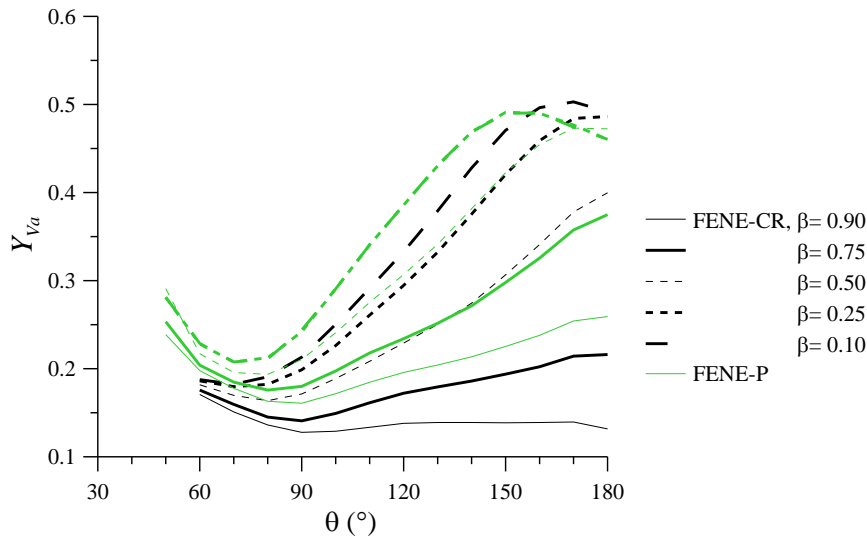


Figura 6.44- Variação de Y_{Va} ao longo da curva, para diferentes valores de β . Comparação entre os modelos FENE-P e FENE-CR com $Re = 532$, $Wi = 0.5$ e $L^2 = 100$.

Na Figura 6.45 é comparada a distribuição das componentes normais (τ_{xx} , τ_{yy} e τ_{zz}) e de corte (τ_{xy}) da tensão polimérica, assim como das primeira e segunda diferenças de tensões normais (N_1 e N_2) no plano central, dos modelos FENE-P e FENE-CR para diferentes

valores de L^2 , na posição angular $\theta = 150^\circ$. Em todas as componentes das tensões consideradas, o efeito de L^2 , de uma forma geral, concentra-se na metade da secção transversal da parede exterior da curva ($1 - Y > 0.5$) onde é evidente. A variação da distribuição das componentes da tensão, e consequentemente das diferenças de tensões normais, é semelhante à observada na Figura 6.18 aquando da análise do efeito da elasticidade. Assim, o aumento da extensibilidade (Figura 6.45) tem o mesmo efeito que o aumento da elasticidade (Figura 6.18), que é intensificado pelas propriedades fluidificantes do modelo FENE-P (Figura 6.18 e Figura 6.45). O mesmo tipo de variação no plano central é registada, nos dois modelos viscoelásticos, quando o valor de β é diminuído.

A variação local das diferentes componentes da tensão ao longo da curva e das resultantes diferenças de tensões normais é ilustrada na Figura 6.46 para diferentes valores de β , considerando os modelos FENE-CR e FENE-P. A evolução das componentes da tensão é consideravelmente afectada pelo parâmetro β nos dois modelos viscoelásticos, em particular na segunda metade da curva. Em geral, a diminuição de β aumenta as tensões em valor absoluto. O modelo FENE-P antecipa as alterações verificadas ao longo da curva, por desenvolver mais rapidamente o segundo par de vórtices relativamente ao caso FENE-CR.

A tensão normal τ_{xx} (Figura 6.46-a) entra na curva com um valor $\neq 0$, que depende do valor de β (é tanto maior quanto maior o valor de β), mas é praticamente independente do modelo viscoelástico. O mesmo é verificado para τ_{xy} (Figura 6.46-d) e N_1 (Figura 6.46-e). A magnitude de τ_{xx} e τ_{xy} diminui consideravelmente em todas as situações simuladas até $\theta < 30^\circ$, a jusante volta a aumentar. Porém, para τ_{xx} com $\beta = 0.90$ e τ_{xy} com $\beta < 0.50$, atinge valor constante nos dois modelos viscoelásticos. Para $\beta < 0.90$, a variação de τ_{xx} primeiro oscila, mas tende para um valor constante, cuja magnitude depende mais de β do que do modelo de fluido. O valor de τ_{xx} e de τ_{xy} no final da curva é, no entanto, tanto maior quanto menor β nos dois modelos viscoelásticos. A evolução local das componentes normais τ_{yy} e τ_{zz} (Figura 6.46-b e Figura 6.46-c) é praticamente constante e próxima de zero nos modelos FENE-P e FENE-CR com $\beta = 0.90$, e FENE-CR com $\beta = 0.75$. Para valores de β inferiores a variação é semelhante nas duas componentes, mas com sinal contrário: quando o escoamento entra na curva e desenvolve um escoamento transversal significativo na direcção da parede exterior da curva, τ_{yy} desenvolve um pico negativo nessa região da curva. Já no caso da τ_{zz} , a mudança de direcção do escoamento que neste ponto circula ao longo do plano central e no sentido da parede lateral superior, resulta no desenvolvimento do pico positivo nesta região da curva. A magnitude destes picos é tanto maior quanto menor β , mas é praticamente independente do modelo viscoelástico. Em seguida, ambas as

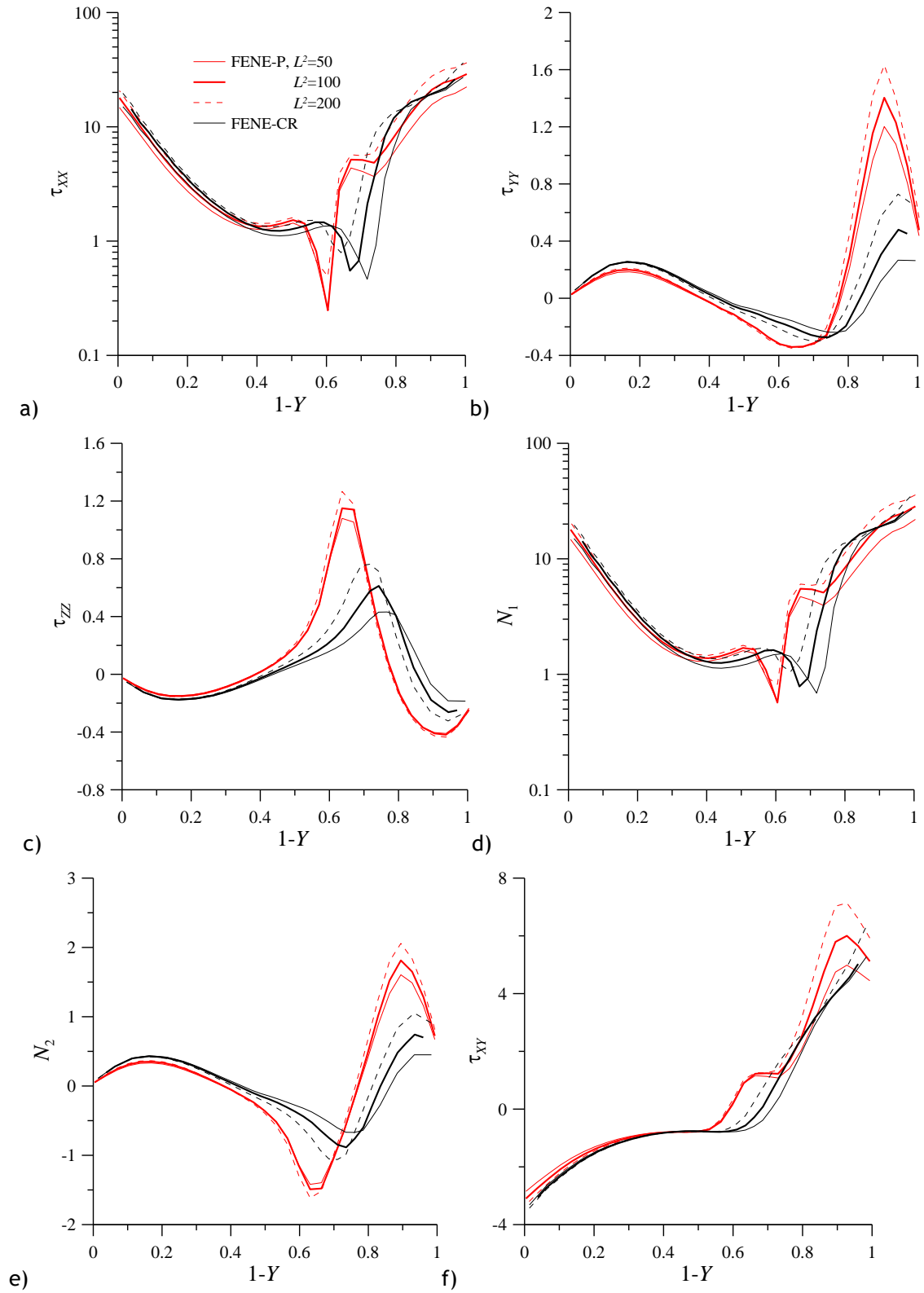


Figura 6.45- Variação de: a) τ_{xx} ; b) τ_{yy} ; c) τ_{zz} ; d) N_1 ; e) N_2 ; e f) τ_{xy} , no plano $Z = 0.50$, na posição $\theta = 150^\circ$, para diferentes valores de L^2 . Comparação entre os modelos FENE-P e FENE-CR com $Re = 532$, $Wi = 0.5$ e $\beta = 0.50$.

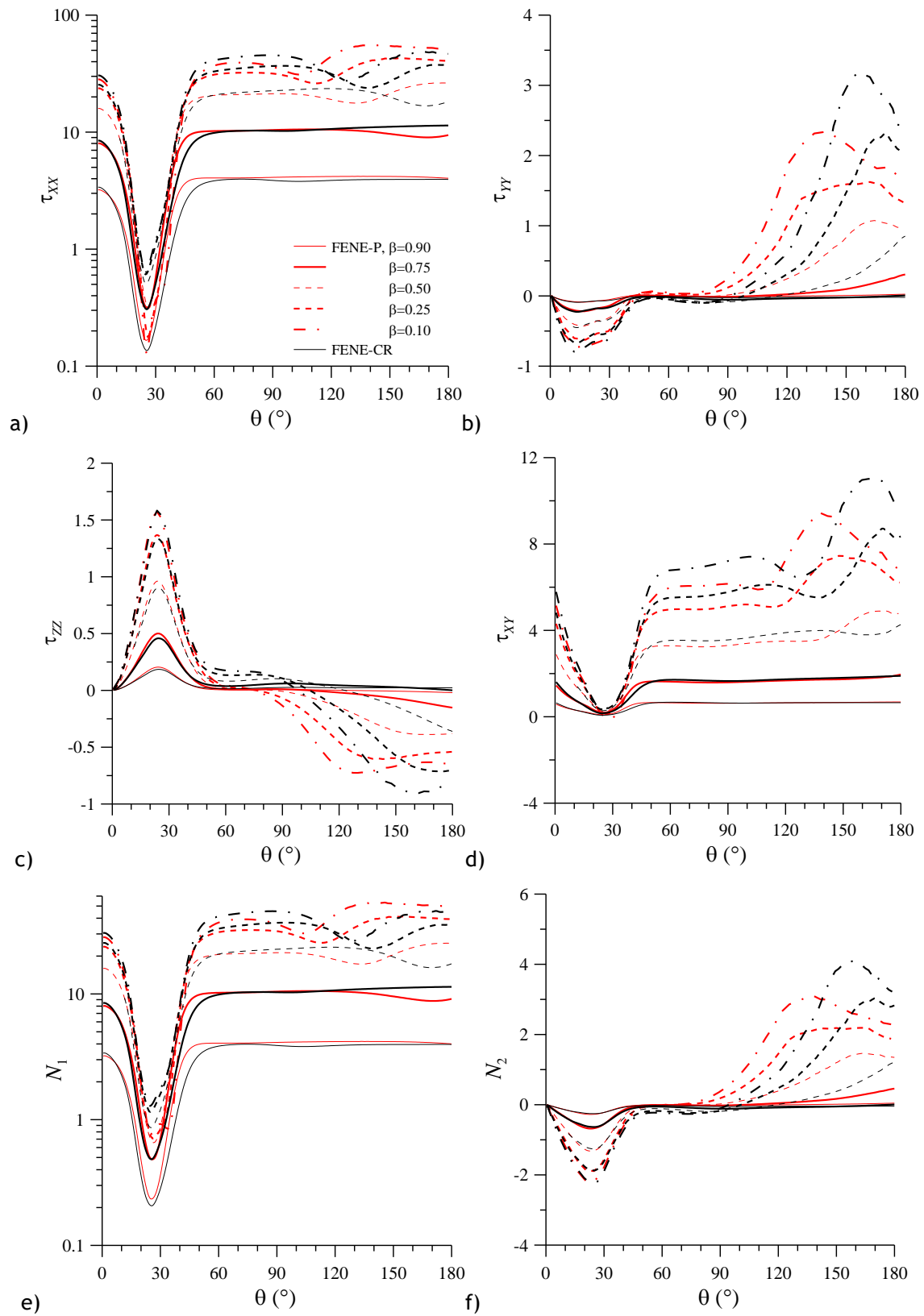


Figura 6.46- Variação de: a) τ_{xx} ; b) τ_{yy} ; c) τ_{zz} ; d) τ_{xy} ; e) N_1 ; f) N_2 , ao longo da curva, no ponto $(1-Y,Z) = (0.87,0.52)$, para diferentes valores de β . Comparação entre os modelos FENE-P e FENE-CR com $Re=532$, $Wi=0.5$ e $L^2=100$.

componentes diminuem em valor absoluto para valores ≈ 0 . Ainda na primeira metade da curva, as componentes τ_{YY} e τ_{ZZ} mudam de sinal com o desenvolvimento do segundo par de vórtices que vai reverter localmente o sentido de circulação do escoamento secundário. Na segunda metade da curva, aumentam significativamente em valor absoluto com a diminuição de β , e no final da curva estas componentes normais da tensão são superiores par o modelo FENE-CR com $\beta < 0.50$.

As diferenças de tensões normais (N_1 e N_2) apresentam uma evolução ao longo da curva semelhante à componente normal local dominante: N_1 varia à semelhança de τ_{XX} (Figura 6.46-e); e N_2 varia da mesma forma que τ_{YY} (Figura 6.46-f).

6.3. Conclusões

O fluido FENE-CR permite a investigação dos efeitos elásticos na ausência dos efeitos da viscosidade reofluidificante que existe frequentemente em fluidos reais, em contrapartida, o fluido FENE-P tem a particularidade de apresentar efeitos da viscosidade reofluidificante. Os resultados apresentados confirmam a conclusão geral de Phan-Thien & Zheng (1990) de que a linha de evolução do escoamento em curvas apresenta semelhanças qualitativas independentes do modelo reológico usado para caracterizar o fluido.

Na primeira metade da curva (até 90°), o escoamento é fortemente dependente da combinação da geometria e da inércia, e os parâmetros que quantificam a elasticidade pouco ou nada afectam o desenvolvimento do escoamento na gama estudada. Nesta zona, a combinação da inércia e do efeito da curvatura, é responsável por empurrar o fluido para fora e manter a velocidade máxima junto à parede exterior da curva, gerando uma distribuição desigual da velocidade. A não uniformidade do campo de velocidades axial resulta no desenvolvimento do escoamento secundário inicial, constituído por um par de vórtices, da mesma forma que no escoamento de fluido newtoniano caracterizado no Capítulo 5.

Na segunda metade da curva, o desenvolvimento do escoamento passa a ser dependente do modelo reológico e dos parâmetros viscoelásticos admitidos, uma vez que estes parâmetros passam a controlar o aparecimento do par adicional de vórtices. Os resultados revelam ainda que a elasticidade e cada parâmetro adimensional dos modelos viscoelásticos têm o mesmo efeito qualitativo. No modelo FENE-CR, aumentando L^2 , aumentando Wi e diminuindo β , todos levam à antecipação do aparecimento de um par adicional de vórtices de contra-rotação, junto à parede exterior da curva, para Re mais reduzido do que na ausência de elasticidade. Este fenómeno é responsável pela transferência de quantidade de movimento desde a parede exterior da curva para o centro do canal, onde a quantidade de movimento é mais reduzida. Consequentemente, a magnitude de U_{\max} diminui, mas a magnitude das componentes transversais da velocidade, das tensões e do gradiente

transversal da pressão são aumentadas localmente. O par adicional de vórtices é mais reduzido em tamanho do que o par principal de vórtices, mas a sua intensidade pode igualar a do par principal de vórtices, dependendo das condições de escoamento.

No modelo FENE-P, o aumento de Wi e a diminuição de β acentua o efeito fluidificante do fluido, mas o efeito do aumento de L^2 é consideravelmente reduzido nas condições de escoamento consideradas. A propriedade fluidificante do modelo FENE-P resulta na antecipação do desenvolvimento do segundo par de vórtices. Estes vórtices tendem a desenvolver-se em posições a montante e para valor de Wi mais reduzido, apresentando, em geral, maior dimensão e intensidade, comparativamente ao modelo FENE-CR para as mesmas condições de escoamento. Os resultados apresentados confirmam os resultados de Helin et al. (2009), permitindo-nos dizer que a presença de reofluidificação actua na mesma direcção da elasticidade do fluido, na medida em que favorece a transição do escoamento secundário de um para dois pares de vórtices.

O escoamento em canais curvos é fortemente dependente da geometria, e é necessário precaução quando são feitas comparações de resultados. Para a mesma geometria, a dependência do aparecimento do par adicional de vórtices com a inércia e com a elasticidade foi também verificado por Helin et al. (2009) para os modelos PTT e Oldroyd-B com $\beta = 1/9$. O desenvolvimento do par adicional de vórtices foi observado para fluido PTT modificado, para número de Deborah (De) 0.4 e $Re = 486$, mas para o fluido Oldroyd-B foi apenas reportado para $Re = 583$. O mesmo foi observado por Boutabaa et al. (2009) e Mompean & Thais (2010) para fluido PTT. Nos resultados aqui apresentados, para $Re = 486$, o par adicional de vórtices é observado quando $Wi > 0.7$ com $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$ no modelo FENE-CR, mas é antecipado para valores de Wi mais reduzidos quando L^2 é aumentado e β é reduzido. Estes valores de transição podem ser ainda mais reduzidos para o modelo reológico FENE-P.

Noutras geometrias de secção quadrada, o mesmo tipo de conclusões foi obtido para outros modelos não-newtonianos. Por exemplo, para o fluido inelástico de lei de potência, Shanthini & Nandakumar (1986), Fellouah et al. (2006b) e Fellouah et al. (2010) verificaram que o aumento de n resulta num aumento da intensidade do escoamento secundário. Hadi et al. (2005) e Norouzi et al. (2010a) verificaram que no escoamento de fluido de 2ª ordem, o escoamento secundário é intensificado pelos parâmetros viscoelásticos da mesma forma que a inércia. Já o carácter pseudoplástico de um fluido, por exemplo, enfraquece o escoamento secundário, tal como verificado por Fellouah et al. (2006b) e Fellouah et al. (2010) para fluido de Bingham.

Capítulo 7.

Escoamento em canais com diferentes curvaturas

Os canais curvos podem apresentar diferentes geometrias e a escolha da geometria adequada depende da aplicação a que se destina. Podem ter a forma de: cotovelos (comprimento angular $\leq 90^\circ$); curva simples (comprimento angular $< 360^\circ$); toro (canal com curvatura constante, comprimento angular igual a 360° e passo nulo); helicoidal (canal com curvatura constante e passo); espiral (canal sem curvatura constante e pode ter passo ou não); serpentina (canal com curvatura periódica e passo nulo); e geometrias caóticas (combinações de curvas). Os canais do tipo toro são preferidos nos estudos analíticos e permitem investigar o escoamento através de curvas com comprimento infinito e regime completamente desenvolvido. Na prática, porém, os canais curvos são de comprimento finito e na maior parte das situações o escoamento está em desenvolvimento. Os canais do tipo cotovelo e curva simples são, na sua maioria, encontrados em sistemas vasculares biológicos, e em aplicações industriais e de engenharia. São usualmente utilizados em mudanças de direcção do escoamento, alteração rápida da estrutura do escoamento em secções de canais rectos e para aumento da transferência de massa e permuta de calor. Os canais helicoidais, em espiral, serpentinas e geometrias caóticas têm também uma extensa aplicabilidade industrial e de engenharia, em particular no aumento de eficiência na permuta de calor, transferência de massa e mistura.

Sendo o escoamento em curva fortemente dependente da geometria, quando os parâmetros geométricos (tais como, a forma e dimensão da secção transversal, a curvatura, o passo e a uniformidade destes parâmetros) são variados vai, inevitavelmente, resultar em alterações significativas do escoamento.

Por definição, o escoamento em canais curvos depende de dois parâmetros essenciais: o número de Reynolds (Re) e a curvatura ($C = d/R$). Quando a curvatura é nula ($C = 0$) estamos perante um canal recto; quando a curvatura tende para zero ($C \rightarrow 0$ onde $R \gg d$) a curva é ligeira; e quando a curvatura tende para a unidade ($C \rightarrow 1$ onde $R \cong d$) a curva é acentuada.

De uma forma geral, os estudos relativos ao efeito da curvatura demonstram que a estrutura do escoamento e a sua resistência, depende em menor escala da curvatura separadamente do que de Dn . O efeito da curvatura sobre o escoamento não é linear, pois depende em grande medida das condições de escoamento e da secção transversal. Porém,

quando $C \rightarrow 0$ o escoamento tende a igualar o escoamento em canal recto equivalente (Norouzi et al. (2010a)). Larrain & Bonilla (1970) e Soh & Berger (1987) verificaram que a influência da razão de curvatura é maior para Dn mais elevados. A resistência do escoamento é maior em curvas do que em canal recto quando Dn aumenta, para qualquer razão de curvatura, mas pode ser menor do que num canal recto equivalente, para curvatura não nula quando $Dn \rightarrow 1$. Para curvas acentuadas ($C \geq 0.5$), Nunge & Lin (1972) verificaram que a resistência do escoamento é maior do que em canais com curvatura menor ($C = 0.01$). Austin & Seader (1973) mostraram numericamente que para baixo Dn , a distribuição da pressão (factor de atrito) depende apenas de Dn , mas para elevado Dn passa a depender de Dn e de C , onde o efeito da curvatura é tanto maior quanto maior for Dn . Cheng et al. (1976) observaram que o efeito da curvatura pode ser negligenciado quando $R_c = R/d > 10$, mas Snyder et al. (1985) defendem que a curvatura começa a modificar o escoamento quando $R/d < 140$.

A variação do $Dn_{crítico}$ de transição (de padrão de escoamento com 2 para 4 vórtices) foi ilustrada por Sugiyama et al. (1983), Thangam & Hur (1990) e por Fellouah et al. (2006a, 2006b) para diferentes valores de R/d . Verificaram que $Dn_{crítico}$ aumenta quando R/d diminui. Esta variação está associada ao aumento da força centrífuga com a diminuição de R/d . Além disso, para R/d reduzido, a transição do padrão de escoamento depende de Dn e de R/d , mas para R/d elevado é caracterizada apenas por Dn . Siggers & Waters (2005) verificaram que a curvatura do canal tem influência quer no aparecimento de soluções múltiplas e na forma da solução, quer no valor de $Dn_{crítico}$. A variação de $Dn_{crítico}$ com R/d apresentada por diferentes autores é ilustrada na Figura 7.1. De uma forma geral, os resultados da literatura indicam que o valor de $Dn_{crítico}$ diminui com o aumento do valor de R_c .

A curvatura tem um efeito estabilizador do escoamento, aumenta $Re_{crítico}$ de transição e, consequentemente, retarda a transição de regime laminar para regime turbulento. Este facto foi mostrado experimentalmente por Cioncolini & Santini (2006a), que consideraram um conjunto de 12 canais helicoidais com passo muito reduzido, e por isso negligenciável, com curvatura a variar num intervalo de $6.9 \leq R/d \leq 369$, para uma gama de Re elevada ($Re < 63000$).

Uma forma particularmente interessante de verificar o efeito da curvatura sobre o escoamento é através de canais em espiral sem passo, onde o escoamento é sujeito a um aumento ou diminuição progressiva da curva, dependendo do sentido do escoamento. Este estudo foi realizado, por exemplo, por Snyder et al. (1985) e Mees et al. (1996b). Um comportamento interessante do escoamento através de canal em espiral é o aparecimento de soluções oscilatórias no espaço. Isto deve-se ao facto de, em canais do tipo espiral, o

escoamento sofre um aumento do Dn ao longo do comprimento do canal, relativamente ao valor imposto à entrada do canal, devido à diminuição da curvatura. O aumento de Dn resulta no aparecimento de instabilidade do escoamento que se desenvolvem no espaço. A solução do escoamento secundário torna-se oscilante, variando o padrão de escoamento entre 2 e 4 vórtices, simétricos e assimétricos. Estas instabilidades não são, no entanto, dependentes do tempo.

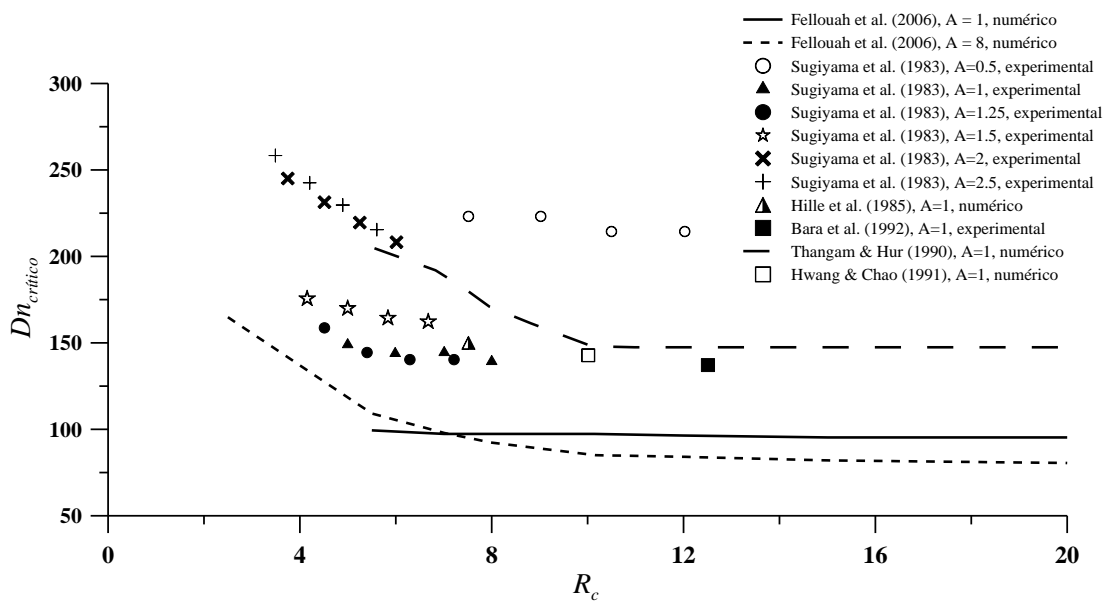


Figura 7.1- Variação do $Dn_{crítico}$ com R_c , para canais de secção rectangular com diferentes valores de A , obtido por diferentes autores. (adaptado de Fellouah et al. (2006))

7.1. Descrição do problema

Neste capítulo, é discutido o efeito da curvatura sobre o escoamento em desenvolvimento de fluido newtoniano e viscoelástico. Para o efeito, é considerada a geometria genérica da Figura 4.7, onde os valores de R_1 e de R_2 são variados mantendo a secção transversal quadrada ($d = h = 1$, com razão de aspecto $A = d/h = 1$), obtendo canais com razões de curvatura a variar num intervalo $1 < R_c = R/d < 16$, isto é, uma gama de curvaturas onde o efeito da curva é significativo (Cheng et al. (1976) e Snyder et al. (1985)).

O escoamento de fluidos newtoniano e viscoelástico FENE-CR e FENE-P é analisado separadamente. Enquanto, para fluido newtoniano o efeito da curvatura é avaliado para diferentes valores de Re , para fluido viscoelástico os efeitos da elasticidade (Wi), da extensibilidade (L^2) e do parâmetro de retardamento (β) em escoamentos inerciais são analisados mantendo o número de Dean (Dn) constante, com valor igual $Dn = 125$. Este valor de Dn é assumido pelo facto de na curva com $R_c = 15.1$ (valor mais elevado da razão de curvatura considerado neste trabalho), o escoamento atinge desenvolvimento completo

dentro do comprimento da curva e também pelo facto de não se verificar o desenvolvimento do par adicional de vórtices no caso newtoniano. Os parâmetros viscoelásticos são variados admitindo os seguintes intervalos: $0 \leq Wi \leq 1$, $50 \leq L^2 \leq 200$ e $0.0 < \beta < 1.00$. Os parâmetros geométricos da curva e de escoamento considerados são resumidos na Tabela 7.1.

As condições fronteira são as assumidas nos Capítulo 5 e 6, descritas no Capítulo 3.

Tabela 7.1- Parâmetros geométricos dos canais curvos.

Curva	R_1	R_2	$R = \frac{R_1 + R_2}{2}$	A	$R_c = R/d$	$Dn = Re\sqrt{d/R}$	Re	$X_{c,e.} = X_{c,s.}$
I	14.6	15.6	15.1	1	15.1	125	486	20
II	7	8	7.5		7.5		342	
III	3	4	3.5		3.5		234	
IV	1	2	1.5		1.5		153	

Tabela 7.2- Características das malhas dos diferentes canais curvos.

Curva		$NX \times NY \times NZ$	f_x	f_y	f_z	NCV
I	Canal entrada	$30 \times 20 \times 20$	0.91772	1.00000	1.00000	152400
	Curva	$321 \times 20 \times 20$	1.00000	1.00000	1.00000	
	Canal saída	$30 \times 20 \times 20$	1.05029	1.00000	1.00000	
II e III	Canal entrada	$30 \times 31 \times 31$	0.88529	1.00000	1.00000	231601
	Curva	$181 \times 31 \times 31$	1.00000	1.00000	1.00000	
	Canal saída	$30 \times 31 \times 31$	1.12958	1.00000	1.00000	
IV	Canal entrada	$30 \times 31 \times 31$	0.91666	1.00000	1.00000	279651
	Curva	$181 \times 31 \times 31$	1.00000	1.00000	1.00000	
	Canal saída	$80 \times 31 \times 31$	1.09092	1.00000	1.00000	

As características das malhas usadas para cada curva são resumidas na Tabela 7.2. A diminuição da razão de curvatura exigiu um maior refinamento da malha, pois embora teoricamente a redução da curvatura tenha como consequência o aumento do Dn crítico de transição do escoamento (de um para dois pares de vórtices), o escoamento torna-se não-estacionário para valor de Re mais reduzido. Por este motivo, para R_c reduzido, a convergência numérica das simulações revelou ser mais difícil de atingir quer com o aumento da inércia quer com o aumento dos parâmetros viscoelásticos.

7.2. Resultados

O escoamento em curva é fortemente dependente da geometria do canal. Para razão de curvatura ($R_c = R/d$) elevada, o efeito da curvatura pode ser negligenciado e o escoamento newtoniano é caracterizado apenas por Dn . Contudo, quando R/d toma valor reduzido, tal

como nos casos aqui considerados, o efeito da curvatura é superior e o escoamento passa a ser caracterizado por R/d e Re , separadamente. O valor de R/d limite para o qual o escoamento deixa de ser caracterizado apenas por Dn não é consensual e tão pouco fácil de determinar. Pois, requer um estudo sistemático da variação de R/d numa gama considerável de valores e em determinadas condições de escoamento constantes. A gama de valores de R/d aqui admitida é reduzida e, por esse motivo, é importante ter em conta que a análise abaixo apresentada só é válida para as condições de escoamento e geometrias consideradas.

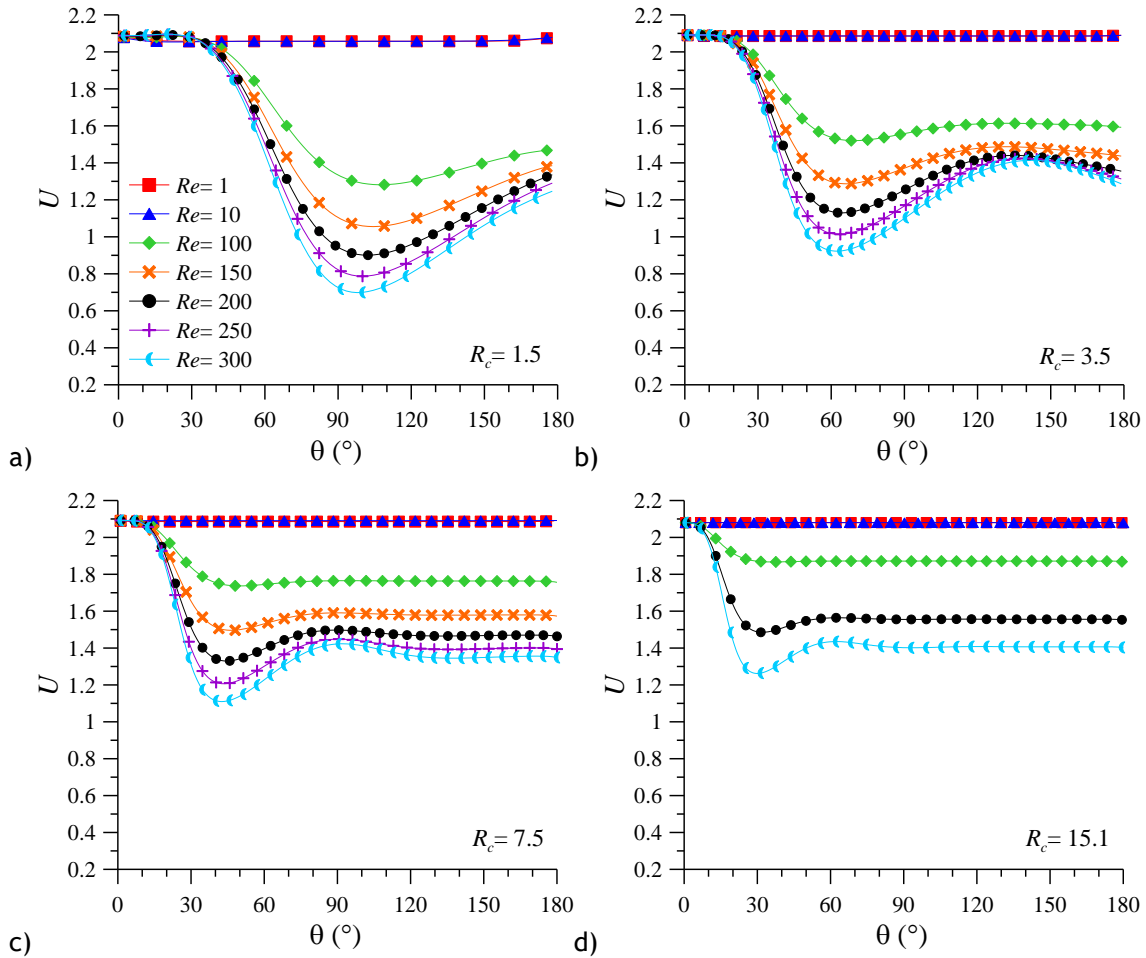


Figura 7.2- Evolução de U ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para diferentes valores de Re para: a) $R_c = 1.5$, b) $R_c = 3.5$, c) $R_c = 7.5$ e d) $R_c = 15.1$. Fluido newtoniano com $Re \leq 486$.

7.2.1. Fluido newtoniano

A curvatura do canal exerce um efeito significativo sobre o escoamento, e a evolução da velocidade axial depende quer do valor de R_c quer de Re . Este resultado é ilustrado na Figura 7.2, onde é apresentada a evolução da velocidade axial, no ponto central da secção transversal, com a variação de Re para curvas com diferentes valores de R_c . A variação da

curvatura afecta significativamente o escoamento apenas quando Re é suficientemente elevado. Isto é, independentemente do valor de R_c só se verificam alterações locais no escoamento quando $Re > 10$, e quanto maior Re mais acentuado será o efeito da curvatura (Figura 7.2).

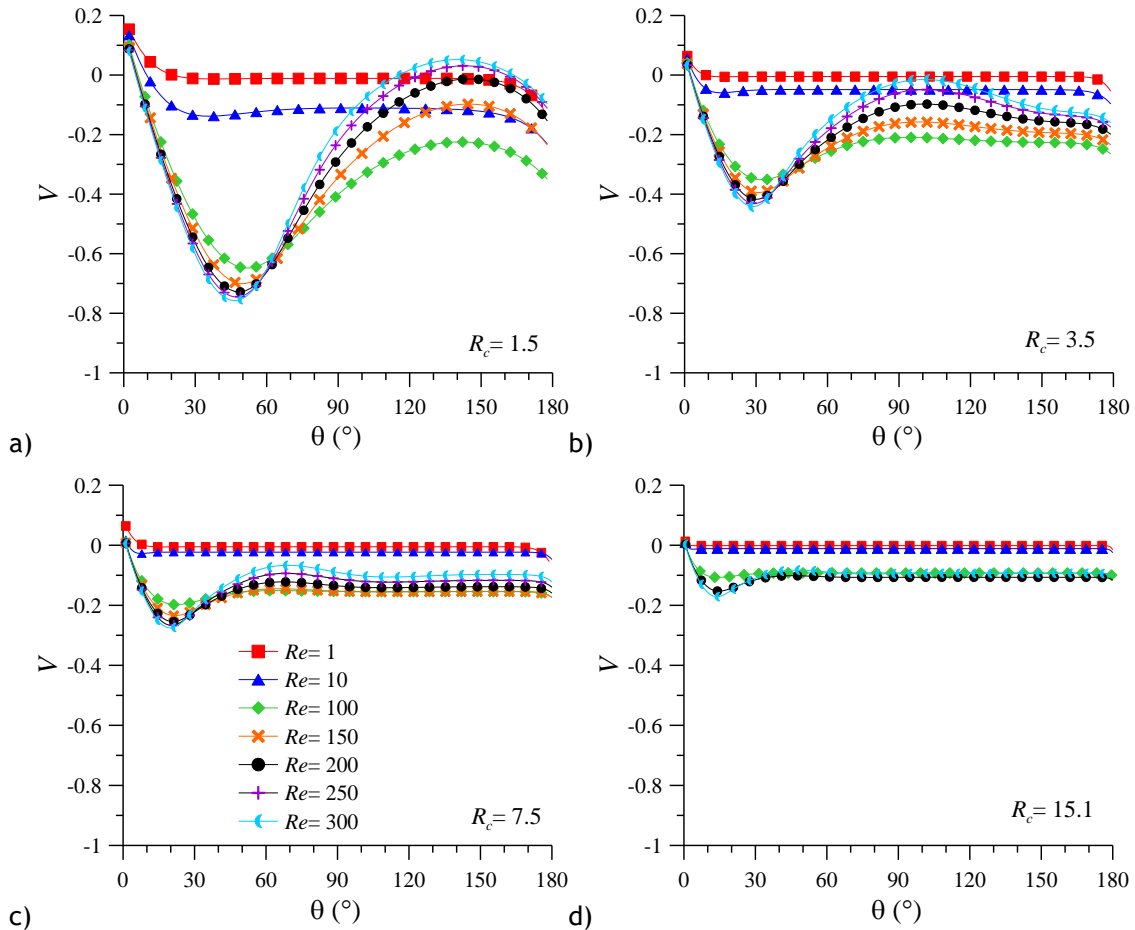


Figura 7.3- Evolução de V ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para diferentes valores de Re para: a) $R_c = 1.5$, b) $R_c = 3.5$, c) $R_c = 7.5$ e d) $R_c = 15.1$. Fluido newtoniano com $Re \leq 486$.

O desenvolvimento local de U ao longo da curva segue uma linha de evolução particular que é caracterizada pelo decréscimo da magnitude de U até um valor mínimo, seguido de uma recuperação reduzida. Porém, a magnitude e localização desse mínimo, a extensão da recuperação a jusante e o atingir-se ou não o desenvolvimento completo dependem significativamente da inércia e da razão de curvatura. Na Figura 7.2 observa-se que a distância angular necessária para se atingir desenvolvimento completo aumenta com Re independentemente do valor de R_c , e aumenta com a diminuição de R_c para valores de $Re > 10$. O valor mínimo de U é tão mais reduzido quanto maior o valor de Re independentemente de R_c , mas é tanto menor quanto menor o valor de R_c para o mesmo

valor de Re . A localização deste mínimo desloca-se para jusante com a diminuição de R_c , e praticamente não é afectada por Re . A Figura 7.2-d mostra ainda que, ao contrário do que defende Cheng et al. (1976), mas de acordo com Snyder et al. (1985), o efeito da curvatura não pode ser negligenciado para $R_c > 10$.

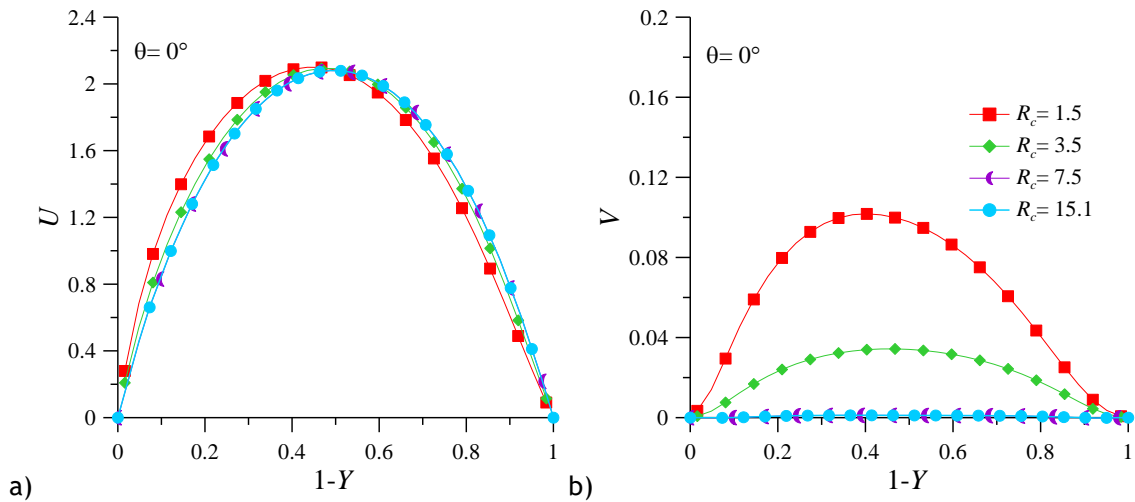


Figura 7.4- Variação de: a) U e b) V com R_c , no plano $Z=0.50$, na posição $\theta=0^\circ$. Fluido newtoniano com $Dn=125$.

A evolução local da componente transversal V da velocidade, que reflecte a magnitude do escoamento secundário, é ilustrada na Figura 7.3 para as mesmas condições de escoamento ilustradas na Figura 7.2. A Figura 7.3 mostra que também a linha de evolução de V apresenta as características próprias do escoamento em curvas: o desenvolvimento de um pico no sentido negativo (característico do desenvolvimento do escoamento secundário no sentido da parede exterior da curva); seguido da diminuição da magnitude absoluta e, para determinadas condições de escoamento, o aumento de V no sentido positivo (indicador da reversão do sentido do escoamento transversal local, na direcção do centro da secção).

Tal como na evolução de U , o aumento de V , a localização do valor máximo e a posterior adaptação à curva dependem consideravelmente da razão de curvatura e da inércia. No início da curva, a magnitude absoluta da componente V , no centro da secção transversal, aumenta consideravelmente com a diminuição de R_c independentemente do valor de Re , e com o incremento de Re em todas as curvas. Este comportamento é uma consequência directa do aumento da intensidade do escoamento secundário, devido ao aumento da força centrífuga com a diminuição de R_c e o aumento da inércia. Assim, por exemplo, para $R_c=1.5$ a magnitude de V é significativa, mesmo para $Re=10$ (Figura 7.3-a), e na ordem de grandeza da magnitude de V , na curva $R_c=15.1$, quando $Re=100$ (Figura 7.3-d). Além

disso, para $R_c = 15.1$, escoamento secundário local atinge o desenvolvimento completo na curva para valor de inércia tão elevado quanto $Re = 486$, enquanto para $R_c = 1.5$ o mesmo não se verifica até para $Re = 10$.

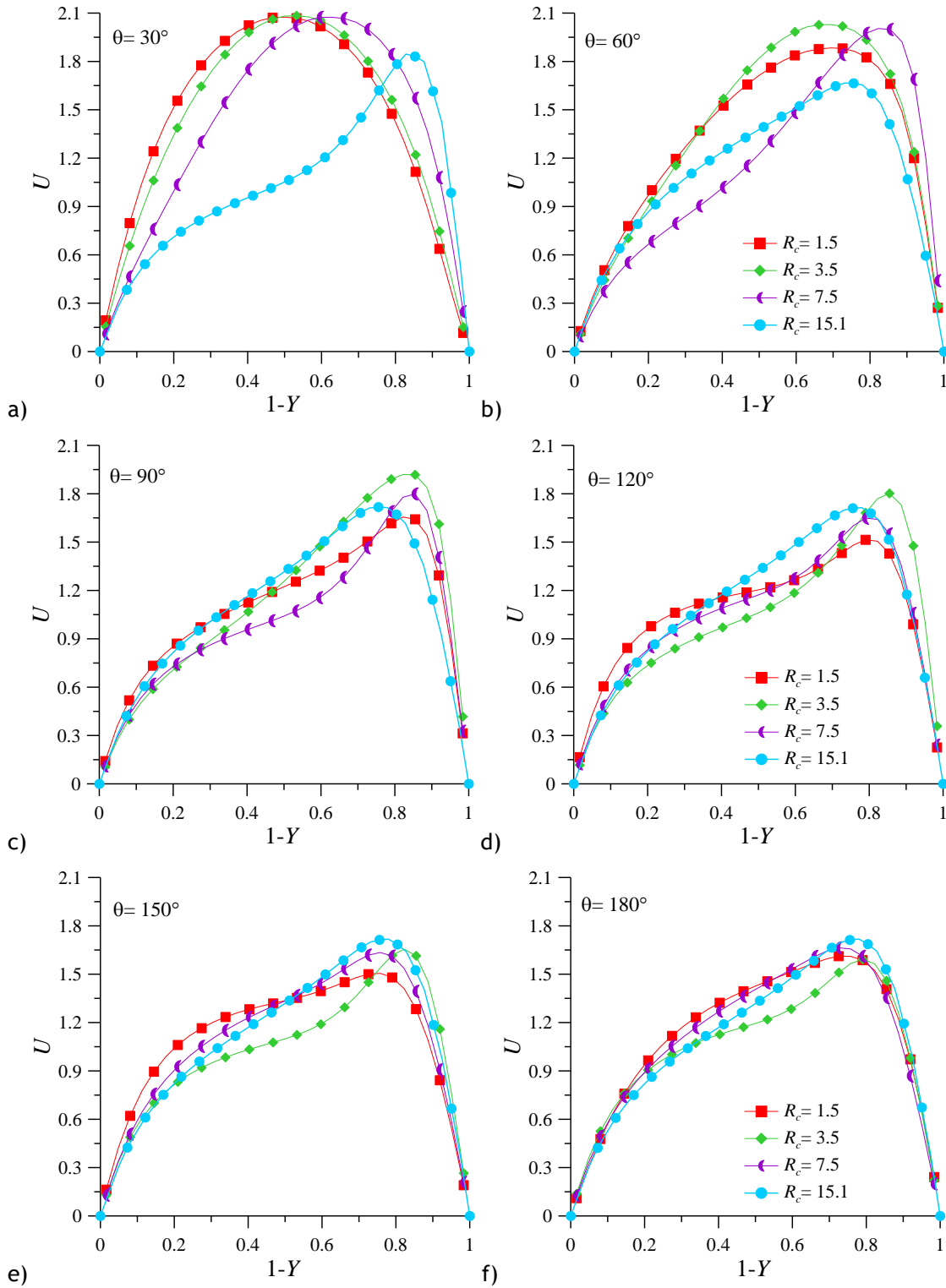


Figura 7.5- Variação de U com R_c , no plano $Z=0.50$, em diferentes posições angulares: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° . Fluido newtoniano com $Dn=125$.

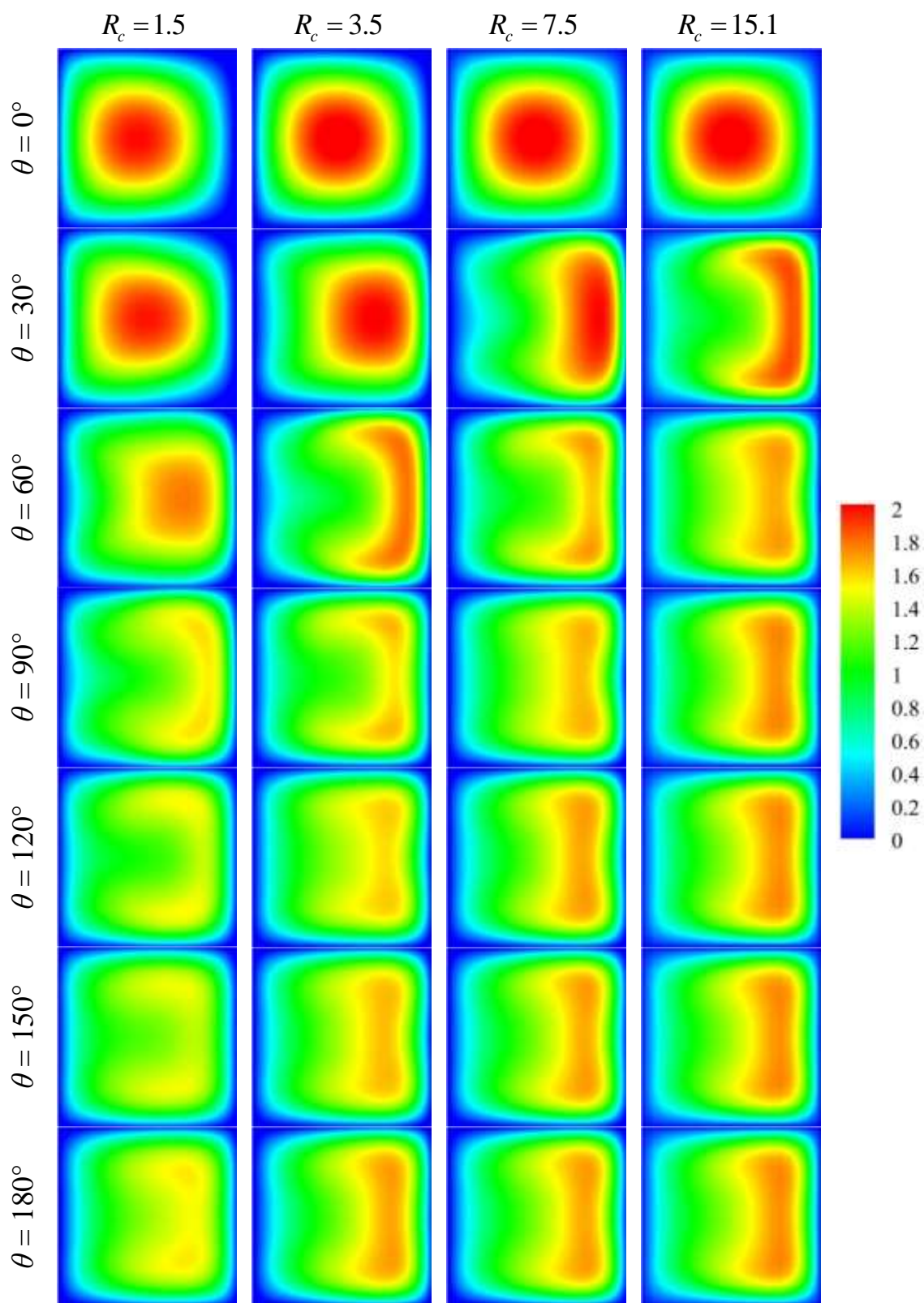


Figura 7.6- Evolução da distribuição de U na secção transversal, ao longo da curva, para diferentes valores de R_c . Fluido newtoniano com $Dn=125$.

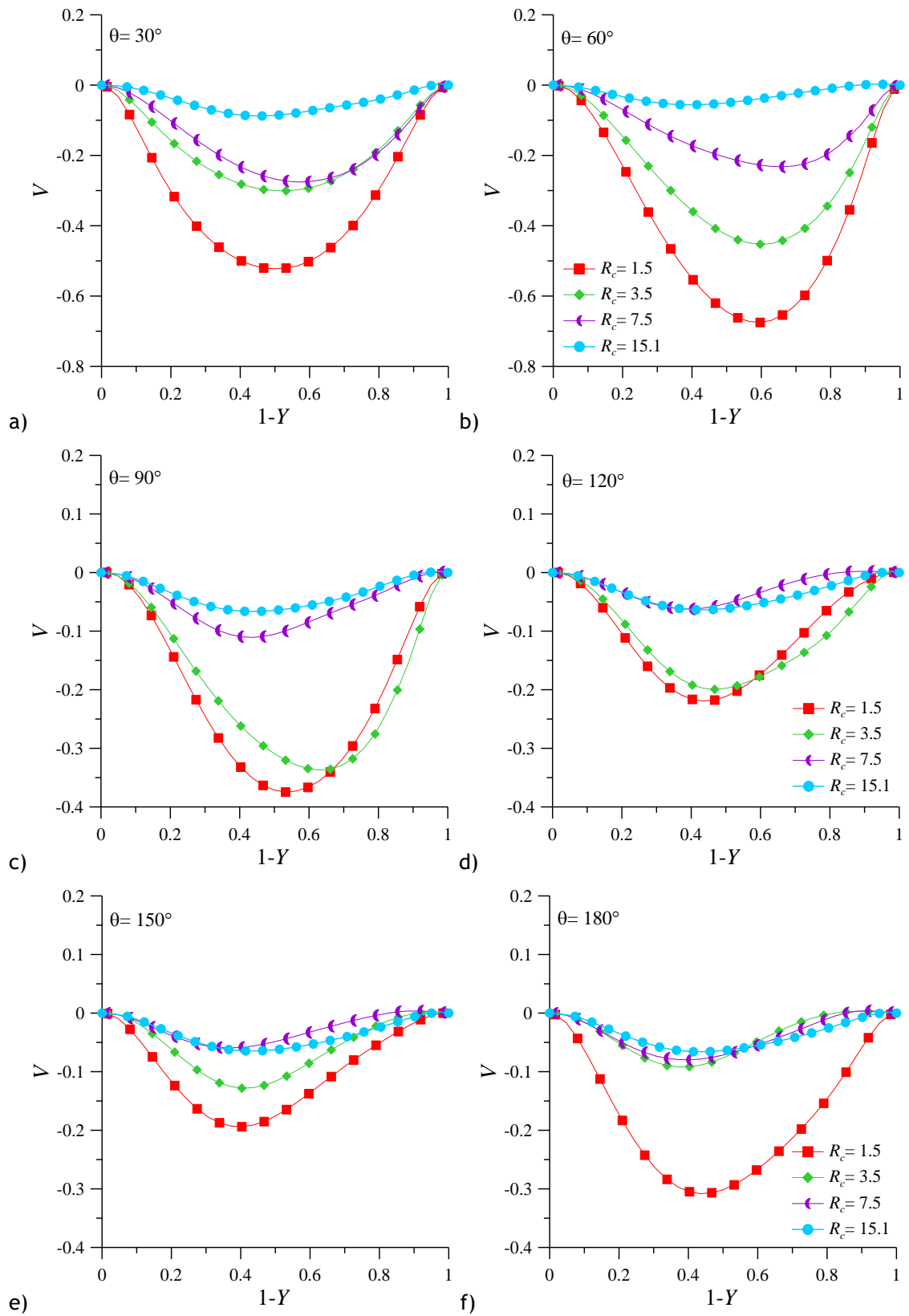


Figura 7.7- Variação de V com R_c , no plano $Z=0.50$, em diferentes posições angulares: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° . Fluido newtoniano com $Dn=125$.

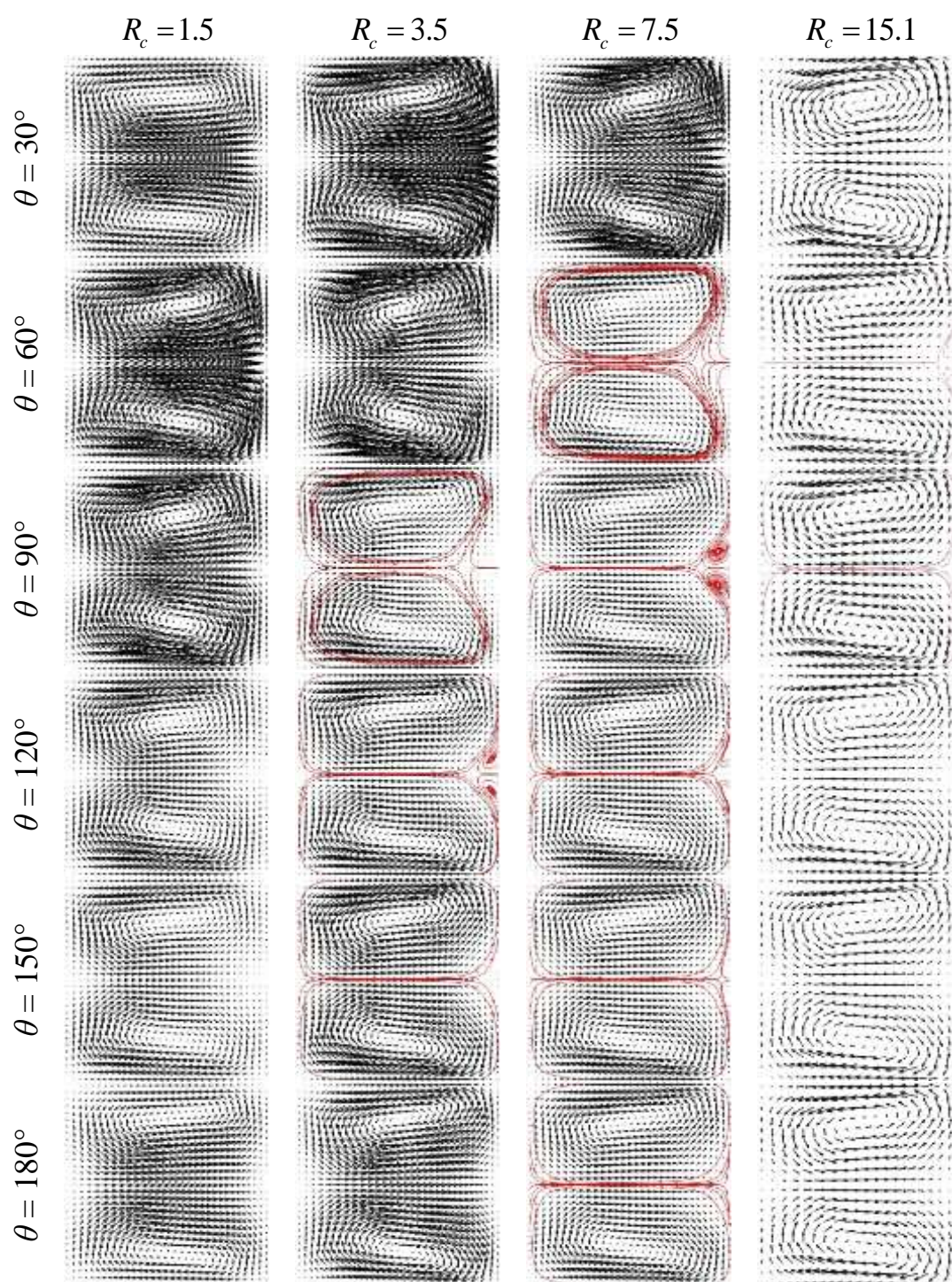


Figura 7.8- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo da curva, para diferentes valores de R_c . Campos de vetores para fluido newtoniano com $Dn=125$.

Avaliando agora as diferenças no desenvolvimento do escoamento ao longo do plano central ($Z=0.5$), para as diferentes geometrias assumindo $Dn=125$, observam-se diferenças que surgem logo à entrada da curva (Figura 7.4). Em particular, quando a razão de curvatura é diminuída observam-se alterações no escoamento a montante da entrada da curva. Isto é, nas curvas com $R_c > 3.5$ o perfil de velocidade axial é simétrico, com o máximo

da velocidade axial no centro da secção (Figura 7.4-a). Mas, para R_c mais reduzido o máximo de U é ligeiramente deslocado no sentido da parede interior da curva, e este deslocamento é tanto maior quanto menor o valor de R_c (Figura 7.4-a). Na Figura 7.4-b, verifica-se ainda a existência de escoamento transversal à entrada da curva para os casos onde ocorre o deslocamento do perfil de U no sentido da parede interior da curva. A componente transversal V da velocidade é nula para os casos $R_c > 3.5$, mas é diferentes de zero para os casos $R_c \leq 3.5$ e a sua magnitude aumenta com a diminuição de R_c . Além disso, a magnitude de V tende a aumentar mais junto da parede interior da curva com a diminuição de R_c e tem sinal positivo, indicando que o escoamento transversal se desloca no sentido da parede interior da curva (Figura 7.4-b). O efeito da curvatura a montante da curva é, em geral, verificado em curvas de 90° (Humphrey et al. (1977), Kajishima et al. (1989), Tsai & Shei (2007) e Liang et al. (2013)), mas em determinadas condições de escoamento podem ser verificadas também em curvas de 180° (Kajishima et al. (1989)).

Apesar das diferenças nos perfis de U à entrada da curva, a distribuição de U no plano central ao longo da curva segue o desenvolvimento característico do escoamento em curvas, para todas as curvaturas consideradas (Figura 7.5). A jusante da entrada ($\theta = 0^\circ$), o pico da velocidade axial é empurrado no sentido da parede exterior da curva devido ao efeito da força centrífuga, e U diminui consideravelmente junto da parede interior da curva (Figura 7.5). Porém, a transferência de quantidade de movimento no sentido da parede exterior da curva é mais efectiva para R_c elevado nos primeiros 30° (Figura 7.5-a): enquanto para $R_c = 15.1$ o máximo de U localiza-se junto da parede exterior da curva, para $R_c = 1.5$ o perfil de U é aproximadamente simétrico, com o máximo no centro da secção. Este comportamento deve-se à alteração do perfil de escoamento à entrada da curva, observada nas geometrias com R_c reduzido (Figura 7.4-a), que retarda o efeito característico da curvatura sobre o escoamento axial (Figura 7.5-a). Com o aumento da distância angular, a velocidade axial é redistribuída: a magnitude de U aumenta junto da parede interior da curva e diminui junto da parede exterior da curva (Figura 7.5). Na posição $\theta = 60^\circ$ (Figura 7.5-b), a transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção para $R_c = 15.1$, é evidente, enquanto para $R_c < 15.1$ ainda decorre o deslocamento do perfil de U no sentido da parede exterior da curva. A transferência de quantidade de movimento de volta ao centro da secção para $R_c < 15.1$ só é observada a jusante, nas posições angulares $\theta \approx 90^\circ$, $\approx 120^\circ$ e $\approx 120^\circ$ para $R_c = 7.5$, 3.5 e 1.5 , respectivamente (Figura 7.5-c e Figura 7.5-d). Com esta redistribuição do escoamento na secção transversal, os perfis de U para as diferentes curvas tendem a aproximar-se, mas não se igualam (Figura 7.5-f). Em todos as curvas consideradas, o máximo da velocidade axial mantém-se junto da parede exterior da

curva, mas a sua magnitude e localização dependem da curvatura. No final da curva, a magnitude do valor máximo de U é, em geral, tanto menor quanto menor R_c (Figura 7.5-f).

A distribuição da velocidade axial na secção transversal, nas diferentes posições angulares, ilustra qualitativamente a evolução acima descrita (Figura 7.6). Os contornos exibem o máximo de U deslocado no sentido da parede interior para $R_c = 3.5$ e 1.5 , à entrada da curva ($\theta = 0^\circ$, Figura 7.6). Mostram ainda que o deslocamento do máximo de U no sentido da parede exterior da curva é mais eficiente para $R_c = 15.1$, mas a diminuição e dispersão da região de U máximo na secção transversal é superior para $R_c = 1.5$ (Figura 7.6).

O desenvolvimento do escoamento secundário a montante da entrada da curva, para $R_c \leq 3.5$ (Figura 7.4-b), é tão mais intenso quanto mais reduzido R_c . Esta relação, também documentada por Thangam & Hur (1990), mantém-se em toda a extensão da curva. A presença de escoamento transversal à entrada da curva resulta apenas no atraso do movimento inicial do escoamento axial no sentido da parede exterior da curva (Figura 7.5 e Figura 7.6). Ao entrar na curva, a primeira alteração significativa na distribuição de V é a mudança de sinal: à entrada V é positivo e o escoamento desloca-se no sentido da parede interior da curva (Figura 7.4-b); mas, nos primeiros 30° , o sinal de V muda para negativo indicando que o escoamento transversal passa a ser feito no sentido da parede exterior da curva, característico do escoamento em curvas (Figura 7.7-a). A jusante, a magnitude de V aumenta em todas as curvas consideradas até à posição angular $\approx 60^\circ$, e o perfil desloca-se ligeiramente no sentido da parede exterior da curva (Figura 7.7-a e Figura 7.7-b). A partir desta posição angular ($\theta > 60^\circ$), a magnitude de V diminui e o perfil desloca-se ligeiramente no sentido da parede interior da curva (da Figura 7.7-c à Figura 7.7-f).

No plano central e ao longo de toda a extensão da curva, o escoamento transversal é dominado pelo escoamento que se desloca no sentido da parede exterior da curva (Figura 7.7). Contudo, os campos de vectores da Figura 7.8 mostram, junto da parede exterior da curva, o desenvolvimento de regiões de “estagnação” ($V \approx 0$) e de reversão do escoamento ($V > 0$). Isto é, em todas as geometrias, o escoamento secundário é dominado pelo padrão constituído por um par de vórtices. Porém, observa-se o desenvolvimento da região de reversão de escoamento secundário com intensidade reduzida, em todas as geometrias excepto para $R_c = 1.5$. Estas regiões de reversão surgem numa posição tão mais a montante quanto maior R_c , mas não persistem até ao final da curva, em todas as geometrias. A intensidade desta região aumenta quando R_c é reduzido para $R_c = 7.5$, mas diminui para razões de curvatura inferiores. Nas curvas com $R_c = 7.5$ e $R_c = 3.5$ verifica-se mesmo a formação de um segundo par de vórtices nas posições angulares 90° e 120° , respectivamente. Estes vórtices são fracos em intensidade e reduzidos em tamanho, e rapidamente se desvanecem a jusante (Figura 7.8).

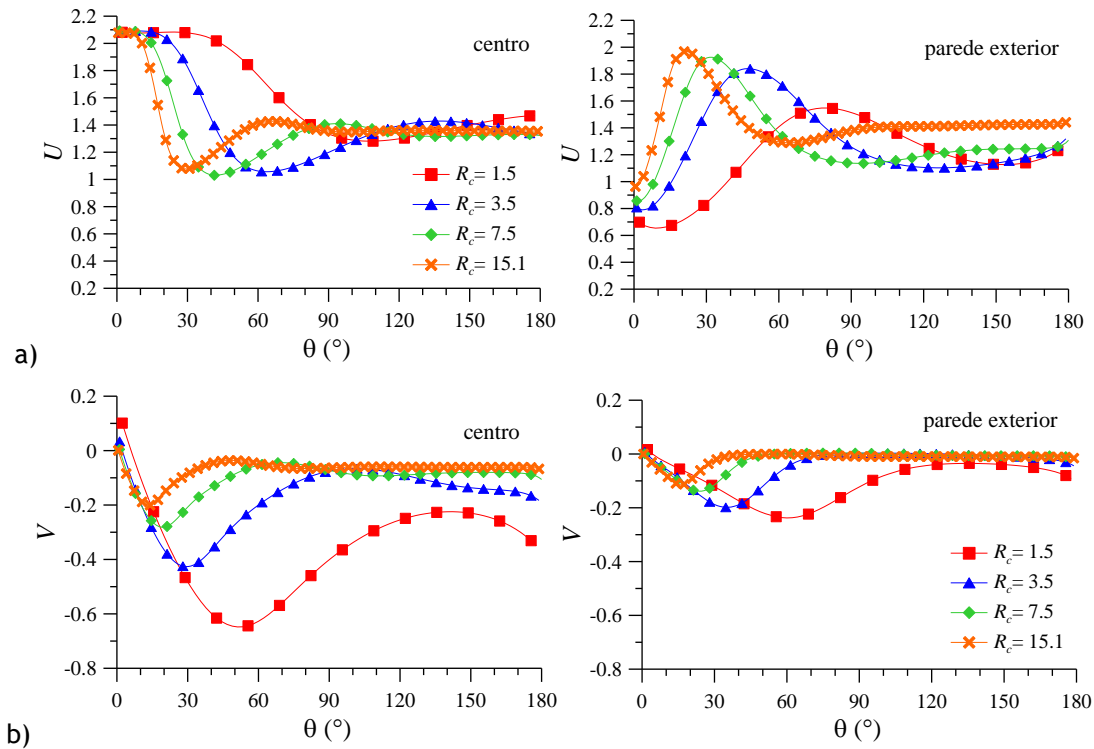


Figura 7.9- Variação de: a) U e b) V , ao longo da curva, para diferentes valores de R_c . Evolução nos pontos $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$ e $(1-Y, Z) = (0.50, 0.87)$, para fluido newtoniano com $Dn = 125$.

A evolução do escoamento ao longo da curva, no ponto central da secção transversal e junto da parede exterior da curva, é comparada para as diferentes razões de curvatura na Figura 7.9 e Figura 7.10, através da variação das componentes da velocidade (axial e transversal) e da tensão de corte (τ_{xy}), respectivamente, para $Dn = 125$.

O desenvolvimento de U e de V ao longo do comprimento da curva (Figura 7.9), indica que a linha de evolução apresenta as mesmas características para as diferentes geometrias, apesar de depender consideravelmente de R_c . De uma forma geral, a evolução das componentes da velocidade é atrasada e estende-se ao longo de uma distância angular mais elevada (o comprimento angular é suficiente para que U atinja um valor constante para $R_c = 15.1$ e 7.5 , o mesmo não acontece para $R_c = 3.5$ e 1.5) com diminuição de R_c (Figura 7.9). A transferência de quantidade de movimento no sentido da parede exterior da curva é maior com o aumento de R_c (Figura 7.9-a): por um lado, no centro da secção transversal, o mínimo desenvolvido é tanto menor quanto maior R_c , e ocorre numa posição mais a montante (isto é, $(\theta, U) = (29.2^\circ, 1.0773)$ para $R_c = 15.1$, $(\theta, U) = (42.5^\circ, 1.0311)$ para $R_c = 7.5$, $(\theta, U) = (36.7^\circ, 1.0565)$ para $R_c = 3.5$ e $(\theta, U) = (106.7^\circ, 1.2817)$ para $R_c = 1.5$, Figura 7.9-a); por outro lado, junto da parede exterior, a magnitude do pico máximo de U é tanto maior e ocorre numa posição tanto mais a montante quanto maior R_c (isto é,

$(\theta, U) = (21.3^\circ, 1.9695)$ para $R_c = 15.1$, $(\theta, U) = (31.3^\circ, 1.9252)$ para $R_c = 7.5$,
 $(\theta, U) = (47^\circ, 1.8404)$ para $R_c = 3.5$ e $(\theta, U) = (80^\circ, 1.5477)$ para $R_c = 1.5$, Figura 7.9-a).

Em seguida, a magnitude de U aumenta no ponto central da secção transversal e diminui ligeiramente na parede exterior, como consequência da transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção verificada na Figura 7.5.

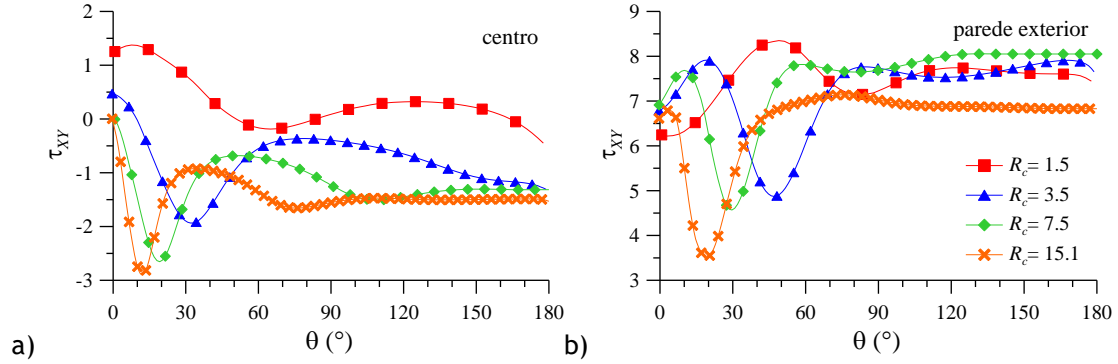


Figura 7.10- Variação de τ_{XY} com R_c , ao longo da curva, nos pontos: a) $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$ e b) $(1-Y, Z) = (0.50, 0.87)$. Fluido newtoniano com $Dn = 125$.

A evolução local da componente transversal V da velocidade (Figura 7.9-b), confirma a existência de escoamento transversal à entrada da curva nas geometrias com $R_c = 3.5$ e 1.5 (no centro para $\theta = 0^\circ$, $V = 0.034$ e $V = 0.101$, respectivamente). A intensidade do escoamento secundário aumenta e o seu máximo ocorre numa posição mais a jusante com a diminuição de R_c (Figura 7.9-b): V é negativo e aumenta em magnitude absoluta para todas as geometrias, em toda a secção transversal, sendo tanto maior quanto menor R_c (por exemplo, no centro da secção transversal, $V = -0.200$, $V = -0.282$, $V = -0.426$ e $V = -0.648$, nas posições angulares $\theta = 13.5^\circ$, $\theta = 19^\circ$, $\theta = 30.2^\circ$ e $\theta = 51.1^\circ$, respectivamente, com a diminuição de R_c , na Figura 7.9-b).

Considerando o desenvolvimento de τ_{XY} no centro e junto da parede exterior da curva (Figura 7.10), observa-se que também a evolução de τ_{XY} depende consideravelmente da geometria. No início da curva, $|\tau_{XY}|$ aumenta em magnitude em todas as geometrias, $|\tau_{XY}|$ é tanto maior quanto maior R_c no centro, mas na parede exterior da curva o oposto é verificado. Este aumento ocorre tanto mais a montante quanto maior R_c (no centro, $(\theta, |\tau_{XY}|) = (17.4^\circ, 2.8963)$, $(\theta, |\tau_{XY}|) = (24.6^\circ, 2.6538)$, $(\theta, |\tau_{XY}|) = (36.9^\circ, 1.9356)$ e $(\theta, |\tau_{XY}|) = (68.9^\circ, 0.1871)$, com a diminuição de R_c , respectivamente, na Figura 7.10-a). A jusante, a magnitude local de $|\tau_{XY}|$ diminui, como resultado da diminuição da intensidade do

escoamento transversal verificado na Figura 7.7 e Figura 7.9-b, e volta a aumentar ligeiramente, atingindo valor constante para as geometrias com razão de curvatura $R_c \geq 7.5$. No final da curva, a magnitude deste valor é, em geral, tanto maior quanto maior R_c , excepto para na geometria com $R_c = 15.1$ junto da parede exterior da curva (Figura 7.10).

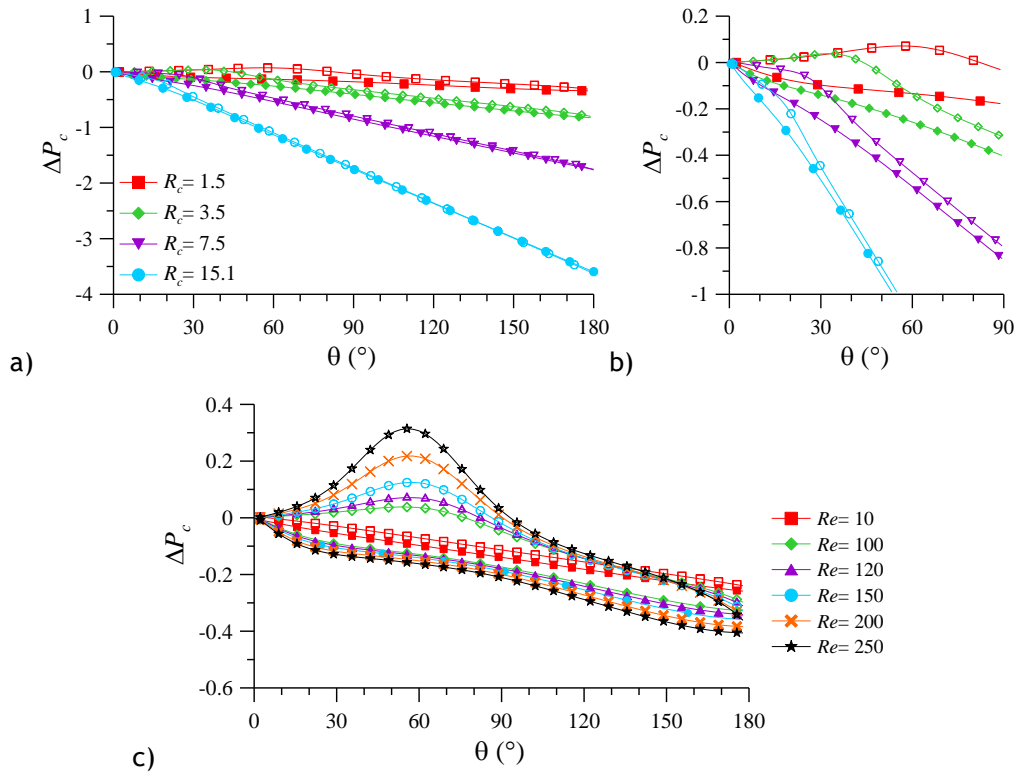


Figura 7.11- Variação de ΔP_c ao longo da curva, junto das paredes interior e exterior da curva. Fluido newtoniano: a) com $Dn = 125$ e diferentes valores de R_c ; b) pormenor da alínea “a”); e c) com $R_c = 1.5$ e diferentes valores de Re . (NOTA: símbolos abertos = parede exterior; símbolos fechados = parede interior)

A variação da pressão relativa à pressão medida na entrada da curva (ΔP_c) para as diferentes razões de curvatura, junto das paredes interior e exterior ao longo da curva, é ilustrada na Figura 7.11. Esta pressão relativa é dada por $\Delta P_c = (p - p_{c_{entrada}}) / p_{c_{entrada}}$, onde p é a pressão local e $p_{c_{entrada}}$ é a pressão medida à entrada da secção curva do canal. Este parâmetro descreve a variação da pressão que decorre ao longo da curva, eliminando o efeito da queda de pressão resultante do escoamento ao longo do canal recto de entrada, onde a queda de pressão depende apenas de Re , uma vez que a sua geometria é igual nos canais considerados. A Figura 7.11 mostra que a parede exterior da curva é sujeita a maior pressão (designada por parede de pressão) relativamente à parede interior (designada por parede de sucção). Com a entrada do escoamento na curva, a pressão aumenta junto da parede exterior da curva, devido ao deslocamento do escoamento no sentido desta parede, enquanto junto da

parede interior da curva a pressão diminui. A diferença de pressão entre as paredes aumenta com a diminuição de R_c (Figura 7.11-a), e o mesmo ocorre com o aumento de Re para a mesma curvatura (Figura 7.11-c). Esta diferença de pressão entre as paredes é maior na primeira metade da curva e diminui ao longo do comprimento angular (Figura 7.11). Todavia, a diferença de pressão entre as paredes exterior e interior da curva não é tão acentuada como em curvas de 90° (Humphrey et al. (1977), Kajishima et al. (1989), Tsai & Shei (2007) e Liang et al. (2013)). Além disso, o maior comprimento angular da curva considerada, neste caso de 180° , desenvolve um escoamento secundário menos intenso e permite uma variação da pressão mais gradual.

A queda de pressão ao longo da curva depende fortemente da curvatura do canal (Figura 7.11-a e Figura 7.11-b), e depende em menor medida da inércia (Figura 7.11-c). A queda de pressão é tanto maior quanto maior R_c (Figura 7.11-a e Figura 7.11-b), embora o escoamento secundário seja mais intenso quando R_c diminui. Este comportamento explica-se porque, apesar do comprimento angular ser igual nas diferentes geometrias, o comprimento efectivo ou do arco da curva aumenta com o aumento de R_c .

7.2.2. Fluido viscoelástico

Considerando as geometrias anteriores (Tabela 7.1 e Tabela 7.2), a mesma análise é em seguida efectuada para fluido viscoelástico FENE-CR e FENE-P. Tal como no caso newtoniano anterior, o número de Dean admitido é constante e igual a $Dn = 125$. Para avaliar o efeito da razão de curvatura sobre o escoamento viscoelástico, a elasticidade toma, em geral, valores $Wi \leq 0.5$. Para curvas com R_c reduzido, em particular para $R_c = 1.5$, o aumento da extensibilidade para $L^2 > 100$ e diminuição do parâmetro de retardamento para $\beta < 0.50$, para valores de $Wi > 0.5$, dificulta a obtenção de soluções estacionárias. Por este motivo, para avaliar o efeito de β e de L^2 a elasticidade é constante e igual a $Wi = 0.30$.

7.2.2.1. Efeito de Wi

O efeito da diminuição da razão da curvatura sobre o escoamento, para diferentes valores de elasticidade, é averiguado nas Figura 7.12, Figura 7.13 e Figura 7.14, onde são apresentados perfis de distribuição das componentes axial e transversal da velocidade, ao longo do plano central para fluido FENE-CR.

À entrada de curva ($\theta = 0^\circ$), o perfil de velocidade axial na curva com $R_c = 1.5$ apresenta um ligeiro deslocamento no sentido da parede interior da curva independentemente do valor de Wi , mas para $R_c \geq 7.5$ o perfil de U não se altera (Figura 7.12-a). A Figura 7.12-b mostra a existência de escoamento transversal à entrada da curva para a geometria com $R_c = 1.5$, tal como verificado no caso newtoniano na Figura 7.4. Contudo, a magnitude da

componente V da velocidade depende de Wi , sendo tanto maior quanto menor a elasticidade.

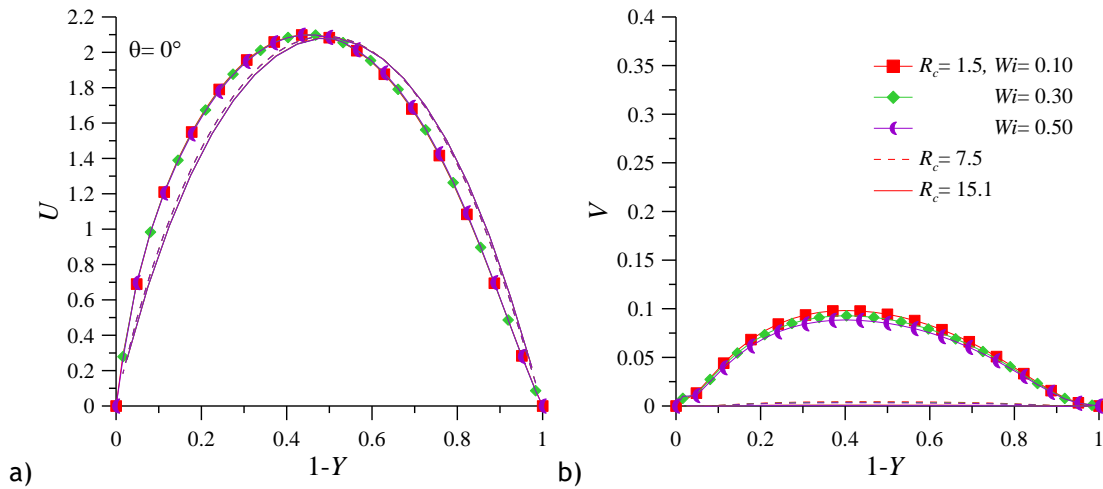


Figura 7.12- Variação de: a) U e b) V com R_c , no plano $Z=0.50$, na posição $\theta=0^\circ$. Fluido FENE-CR com $Dn=125$, $\beta=0.50$, $L^2=100$ e para diferentes valores de Wi .

A jusante da entrada ($\theta > 0^\circ$), a distribuição de U segue a evolução característica do escoamento em curvas em todas as geometrias consideradas (Figura 7.13), e descrita anteriormente para fluido newtoniano na Figura 7.5. Em toda a extensão da curva, o efeito de Wi sobre a distribuição de U é secundário comparativamente ao efeito de R_c (Figura 7.13). Todavia, o efeito de Wi é maior para R_c mais reduzido, mas não é linear (Figura 7.13): para $R_c=15.1$, Wi praticamente não afecta U ; para $R_c=7.5$, Wi aumenta ligeiramente a transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção transversal, no final da curva; e para $R_c=1.5$ o valor de Wi afecta apenas a magnitude da velocidade axial, onde o aumento de Wi resulta num aumento do pico máximo de U (Figura 7.13).

A Figura 7.14 mostra que também a distribuição da componente transversal V da velocidade depende em maior medida de R_c do que de Wi , e também o efeito da elasticidade é mais evidente com a redução de R_c . A magnitude de V é consideravelmente maior para $R_c=1.5$ do que para R_c mais elevado, em toda a extensão da curva. Porém, também aqui o efeito de Wi nas diferentes curvas não é linear (Figura 7.14): para $R_c=15.1$, Wi praticamente não afecta V ; para $R_c=7.5$, Wi antecipa o desenvolvimento da região de reversão do escoamento junto da parede exterior da curva (Figura 7.14 para $\theta > 90^\circ$); e para $R_c=1.5$ o valor de Wi afecta apenas a magnitude de V , em que o aumento de Wi resulta na diminuição de V (Figura 7.14). O desenvolvimento da região de reversão na curva com

$R_c = 7.5$ é confirmado na Figura 7.15, onde é ilustrada a distribuição de U na secção transversal e o padrão de escoamento secundário, na posição $\theta = 150^\circ$, para diferentes valores de R_c .

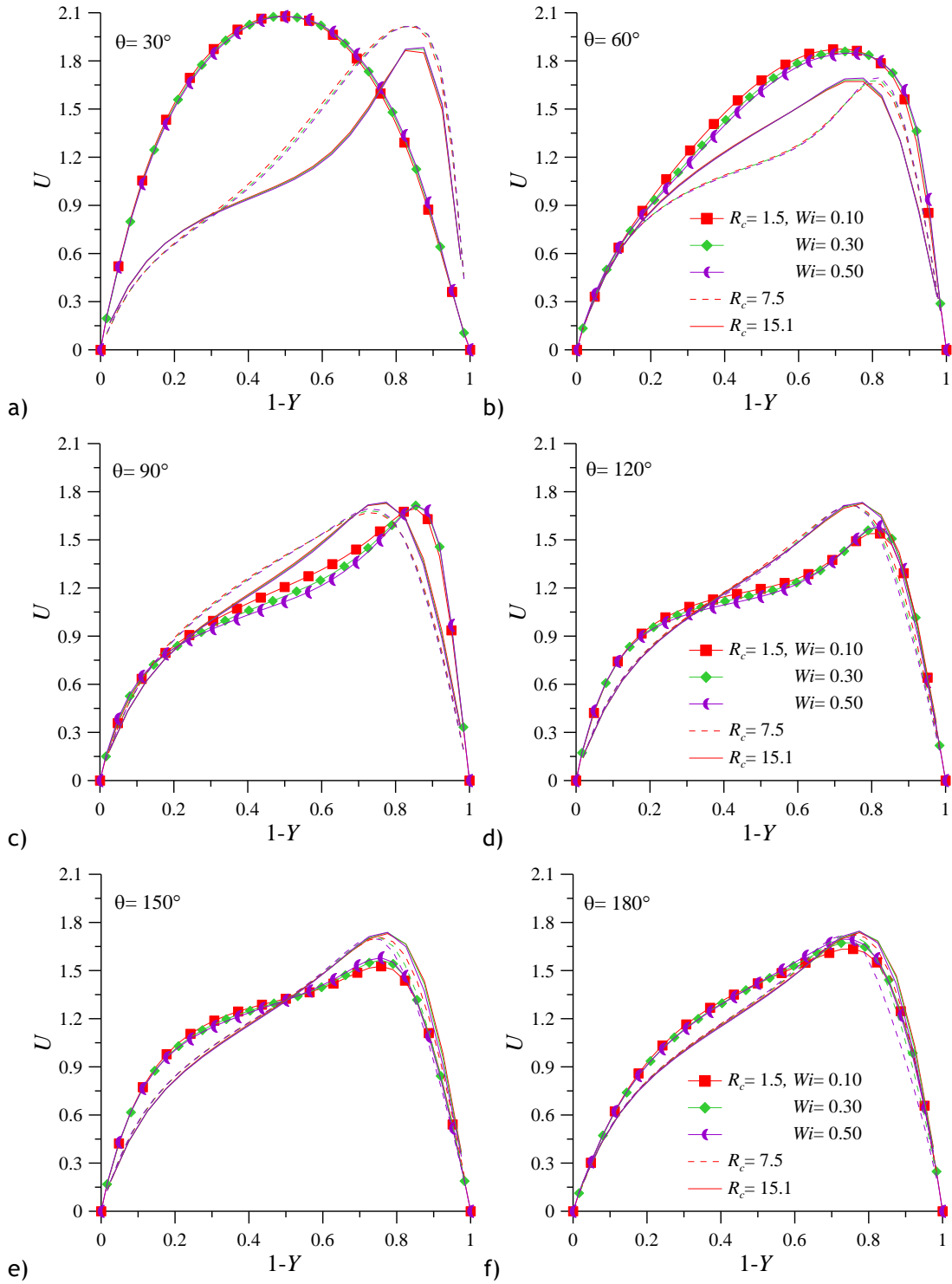


Figura 7.13- Variação de U com R_c , no plano $Z = 0.5$, em diferentes posições angulares: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° . Fluido FENE-CR com $Dn = 125$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$ para diferentes valores de Wi .

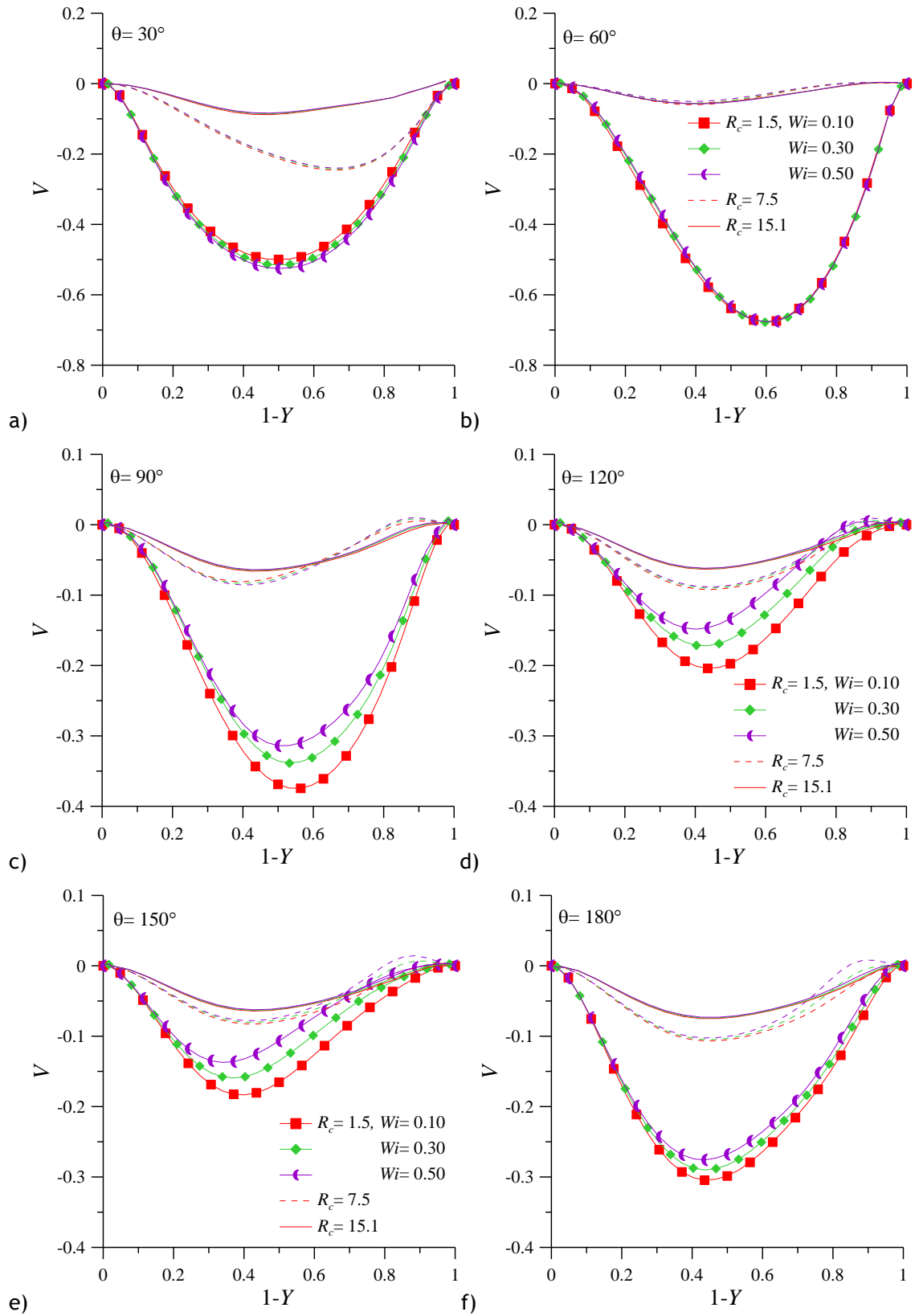


Figura 7.14- Variação de V com R_c , no plano $Z=0.5$, em diferentes posições angulares: a) $\theta=30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° . Fluido FENE-CR com $Dn=125$, $\beta=0.50$ e $L^2=100$ para diferentes valores de Wi .

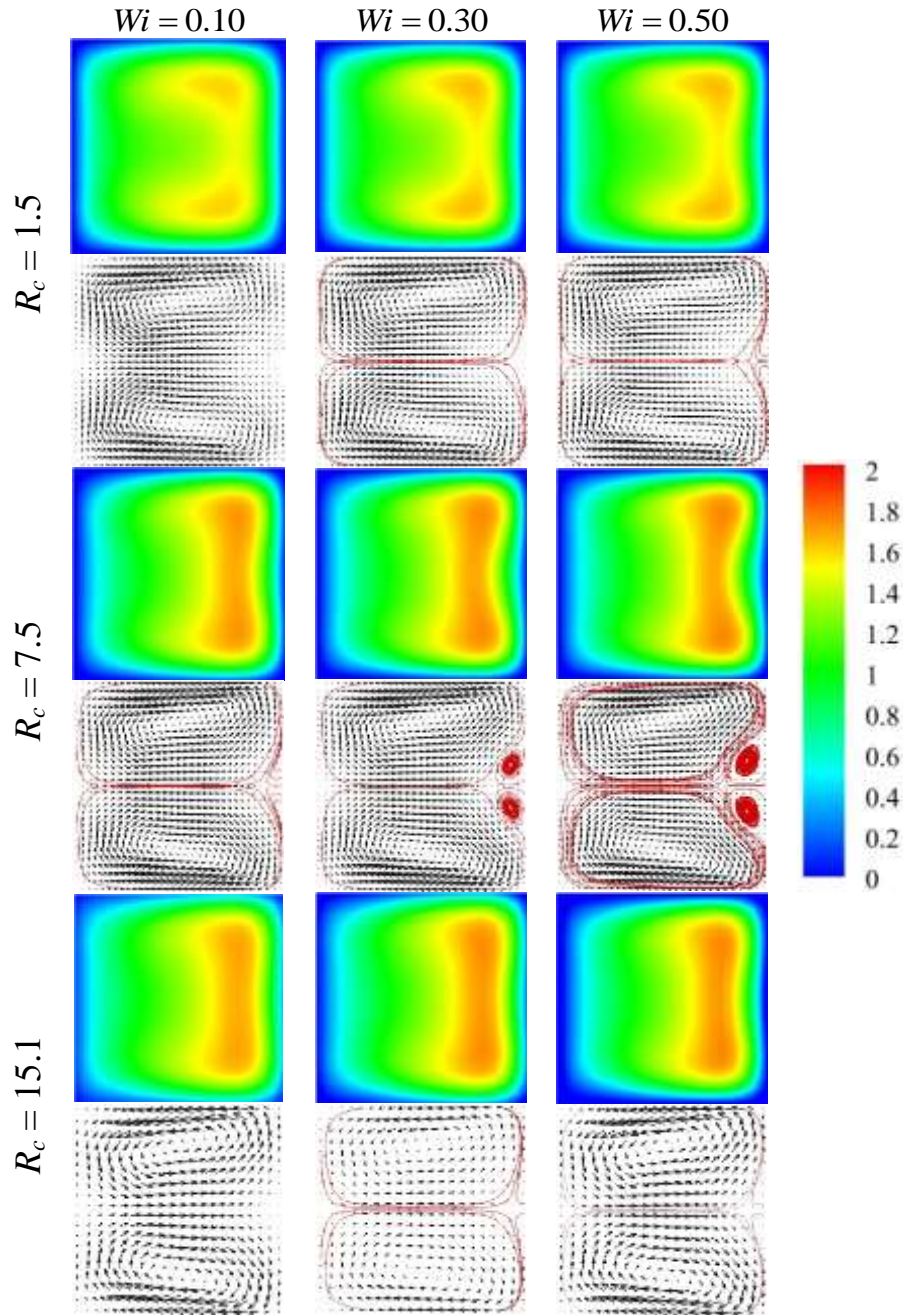


Figura 7.15- Variação da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário com R_c , para diferentes valores de Wi , na posição $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Dn = 125$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

Para o modelo FENE-CR, o efeito de R_c sobre o desenvolvimento do segundo par de vórtices não é linear, à semelhança do fluido newtoniano. Da mesma forma, a diminuição de R_c de 15.1 para 7.5 vai diminuir o valor de Wi necessário para o desenvolvimento do segundo par de vórtices. Mas, a sequente diminuição de R_c para 1.5 vai aumentar este valor de Wi crítico, tal como se pode observar na Figura 7.15. A diminuição de R_c , por um lado aumenta a intensidade do escoamento secundário (que estabiliza o escoamento relativamente

ao escoamento em canal recto nas mesmas condições), e por outro lado intensifica o efeito desestabilizador do aumento da inércia e da elasticidade. A combinação destes efeitos, para valores de R_c muito reduzidos ($R_c = 1.5$), resulta no aumento de $Wi_{crítico}$, mas o escoamento torna-se não-estacionário em condições mais débeis. Assim, a diminuição da razão de curvatura para $R_c = 7.5$ acentua os efeitos desestabilizadores do escoamento gerados pela inércia e pela elasticidade, antecipando (para $Wi > 0.1$) o desenvolvimento do segundo par de vórtices, junto da parede exterior da curva, comparativamente à curva com $R_c = 15.1$. Já na diminuição para $R_c = 1.5$, o reduzido comprimento do arco da curva (que limita o desenvolvimento do escoamento), e a antecipação da desestabilização do escoamento são factores determinantes para o aumento de $Wi_{crítico}$. A redução de R_c resulta, assim, num escoamento secundário mais intenso, mas não necessariamente num padrão mais complexo (Figura 7.15).

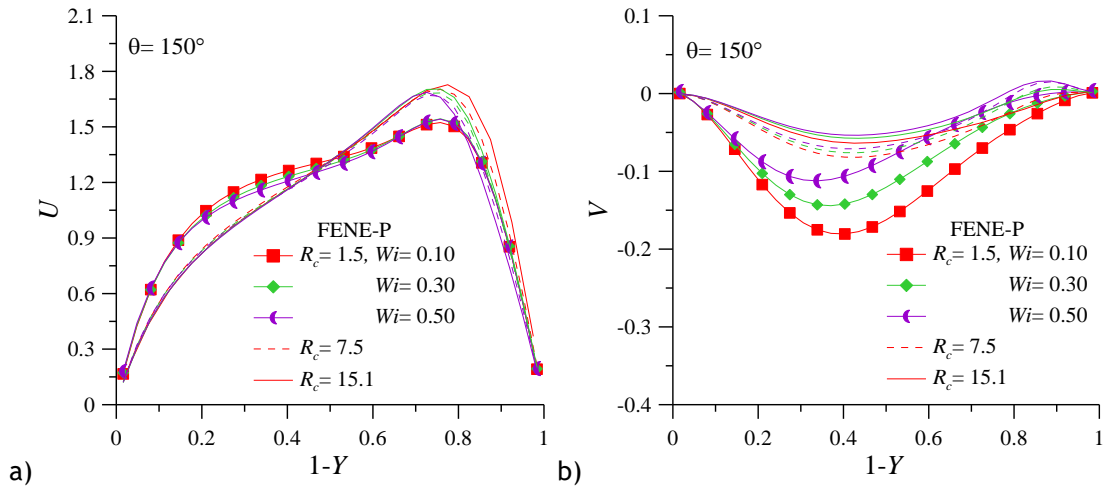


Figura 7.16- Variação de: a) U e b) V com R_c , no plano $Z = 0.5$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-P com $Dn = 125$, $\beta = 0.50$, $L^2 = 100$ e para diferentes valores de Wi .

É importante notar que o desenvolvimento do segundo par de vórtices na curva $R_c = 7.5$ é verificado mesmo para o escoamento newtoniano com $Dn = 125$ (Figura 7.8), e, por isso, será de esperar que também surjam no escoamento viscoelástico com $Dn = 125$, independentemente do valor dos parâmetros viscoelásticos. Porém, no caso newtoniano, os vórtices adicionais surgem para $\theta = 90^\circ$, mas não persistem ao longo da extensão da curva. Por esse motivo, os resultados da Figura 7.15 apenas indicam se, o segundo par de vórtices desenvolvido a montante, persiste ou não até àquela posição angular ($\theta = 150^\circ$).

Considerado fluido FENE-P, a distribuição de U e V na posição angular 150° , ilustrada na Figura 7.16, mostra que também para o fluido FENE-P o efeito da curvatura é superior ao efeito da elasticidade. Contudo, o efeito de Wi sobre as componentes da velocidade é

superior no modelo FENE-P (Figura 7.16), relativamente ao modelo FENE-CR (Figura 7.13-e e Figura 7.14-e), nas mesmas condições de escoamento. No modelo FENE-P, o aumento de Wi resulta numa maior transferência de quantidade de movimento no sentido da parede exterior da curva, para as curvas com $R_c = 7.5$ e 15.1 (Figura 7.16-a); e à diminuição de V no centro da secção transversal e aumento junto da parede exterior (Figura 7.16-b). Estas observações coincidem com o desenvolvimento do segundo par de vórtices, para o modelo FENE-P (Figura 7.17).

A Figura 7.17 ilustra a antecipação do desenvolvimento do segundo par de vórtices, quer com o aumento de Wi quer com o aumento de R_c , na posição $\theta = 150^\circ$ para fluido FENE-P, comparativamente ao caso FENE-CR (Figura 7.15). As propriedades fluidificantes do modelo FENE-P facilitam o desenvolvimento do segundo par de vórtices, uma vez que a viscosidade do fluido diminui nas regiões de maior deformação, neste caso junto da parede exterior da curva. Além disso, enquanto o efeito da fluidificação diminui a resistência do escoamento, o aumento de Dn tem o efeito oposto, e, por este motivo, o efeito fluidificante do modelo é mais acentuado quando Dn é reduzido. Em suma: para a mesma curvatura e valor de Dn , facilmente se verifica que o aumento da elasticidade acentua o efeito fluidificante resultando na antecipação do aparecimento do segundo par de vórtices (Figura 7.17); para o mesmo Dn e Wi , o aumento de R_c resulta na diminuição da resistência ao escoamento, favorável ao efeito fluidificante, e conseqüentemente ao desenvolvimento e crescimento do par adicional de vórtices (Figura 7.17).

7.2.2.2. Efeito de β

No escoamento de fluido FENE-P tanto a variação do parâmetro de retardamento como da curvatura afectam a distribuição de U e V , no plano central da secção (Figura 7.18). Na primeira metade da curva, a evolução do escoamento depende em maior medida da curvatura do que do parâmetro de retardamento, à semelhança do ilustrado e descrito na Figura 7.13 e Figura 7.14 para fluido FENE-CR. Na segunda metade da curva, verifica-se, para o fluido FENE-P, que ocorre maior transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção transversal com o aumento de R_c , que é acentuada em todas as geometrias com a diminuição de β (Figura 7.18). A maior transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção transversal resulta do desenvolvimento de um segundo pico de V junto da parede exterior da curva, que aumenta em magnitude a jusante, excepto quando R_c é reduzido (perfis de V na Figura 7.18). Para $R_c = 1.5$, a diminuição de β resulta no aumento de V no sentido positivo junto da parede exterior da curva (Figura 7.18-a), mas esta região desvanece-se nas posições angulares seguintes (Figura 7.18-b e Figura 7.18-c).

Este segundo pico de V desenvolve-se com o aumento de R_c para β constante, mas para a mesma geometria aumenta com a diminuição de β para $R_c \geq 7.5$.

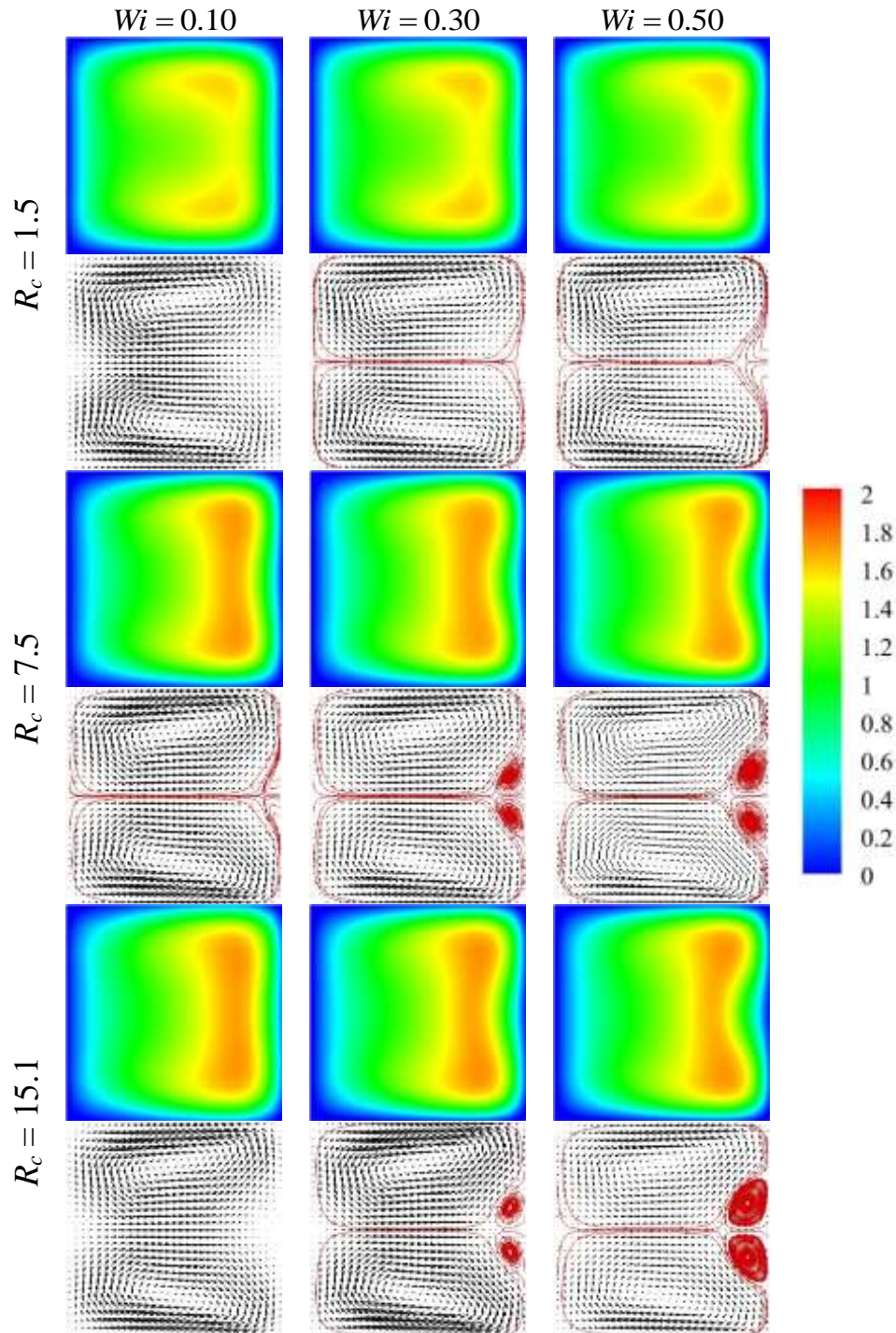


Figura 7.17- Variação da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário com R_c , para diferentes valores de Wi , na posição $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-P com $Dn = 125$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

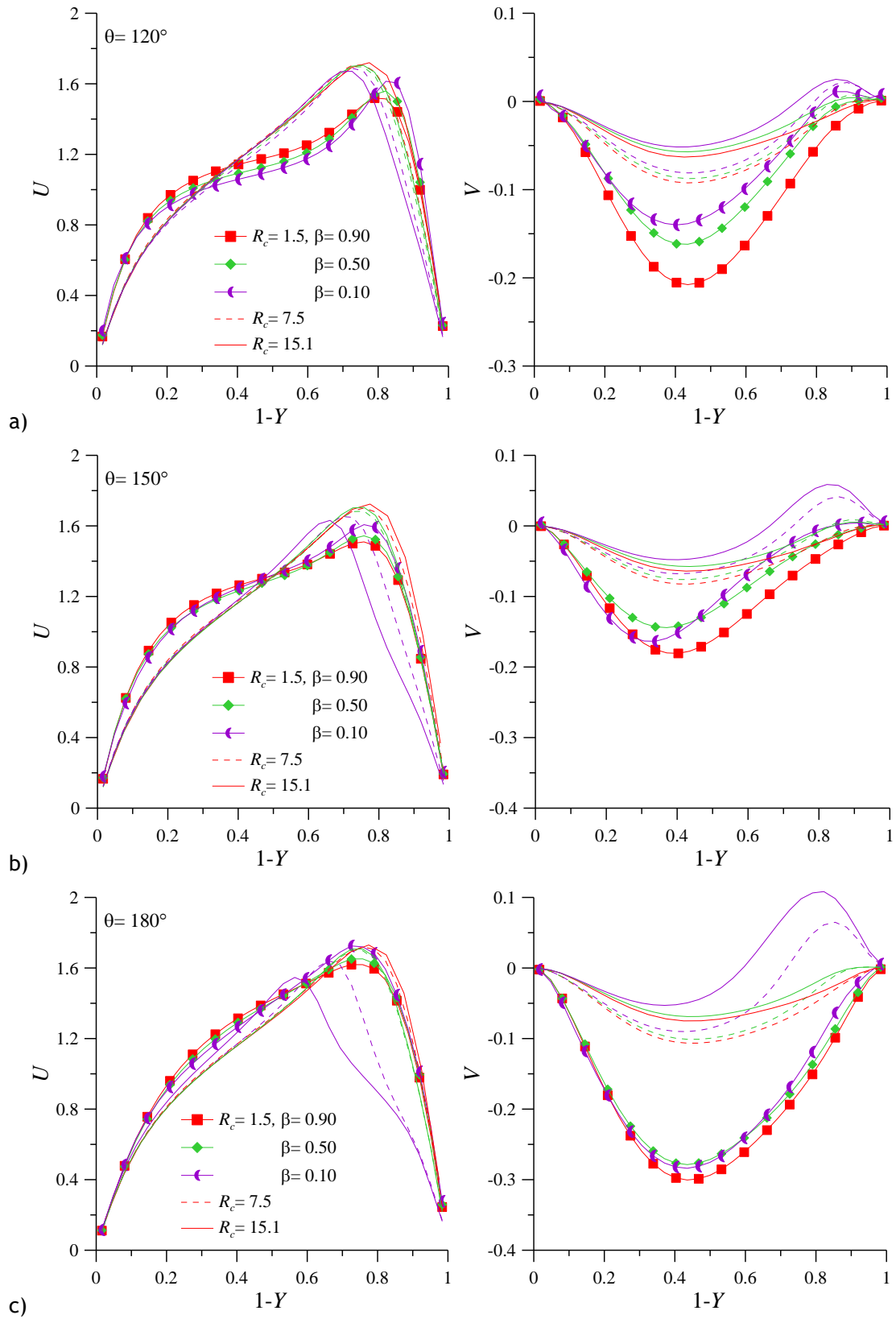


Figura 7.18- Variação de U e V com R_c , no plano $Z = 0.50$, nas posições: a) $\theta = 120^\circ$; b) 150° ; c) 180° . Fluido FENE-P com $Dn = 125$, $Wi = 0.30$, $L^2 = 100$ e para diferentes valores de β .

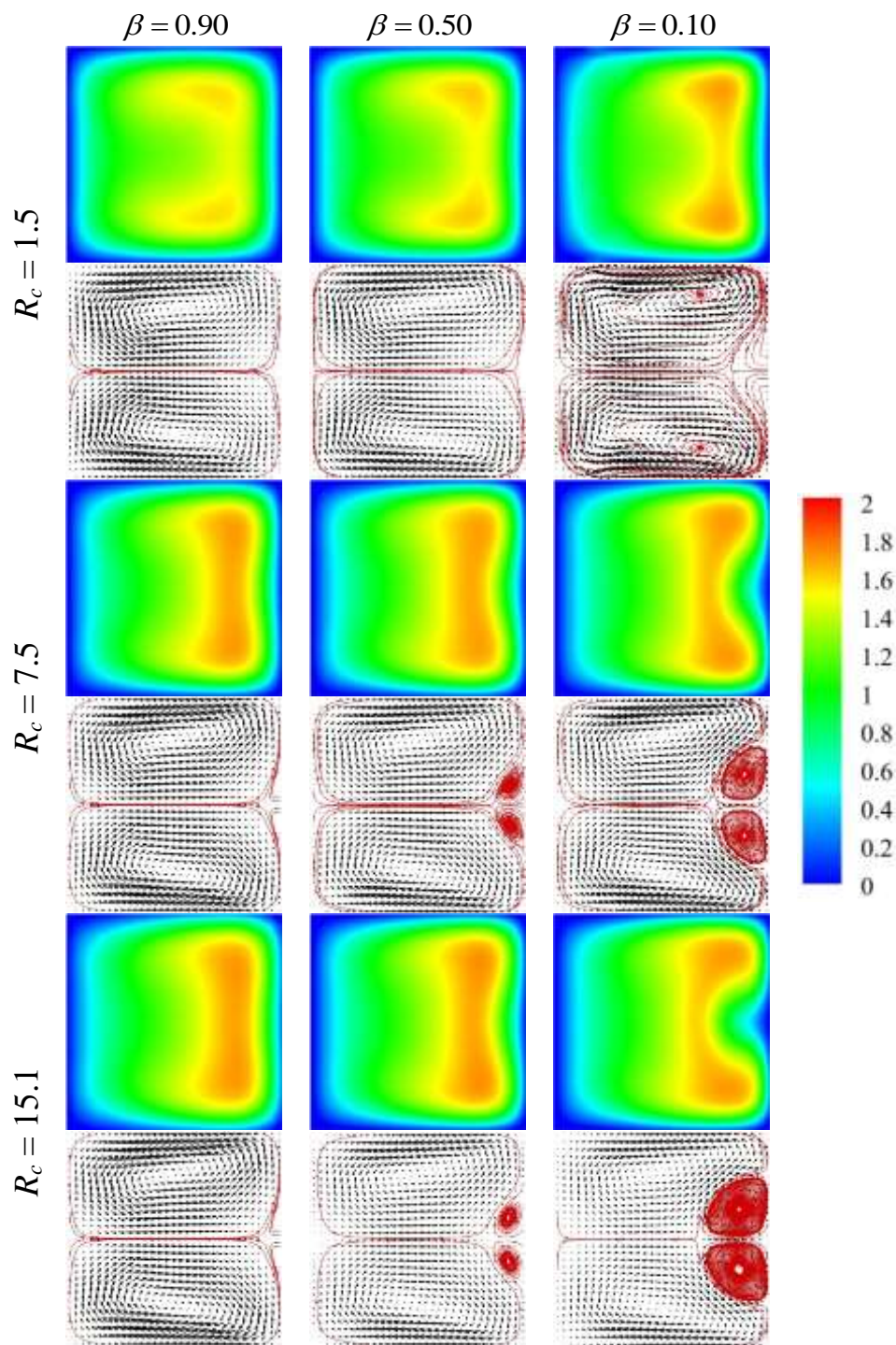


Figura 7.19- Variação da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário com R_c , para diferentes valores de β , na posição angular 150° . Fluido FENE-P com $Dn=125$, $Wi=0.30$ e $L^2=100$.

A distribuição de U na secção transversal e os padrões de escoamento transversal, na posição $\theta=150^\circ$, vêm confirmar que, para o mesmo Dn , a diminuição de R_c tem o efeito oposto ao da diminuição de β (Figura 7.19). O efeito contrário de R_c é significativo, e, por

esse motivo, para $R_c = 1.5$, apesar de se verificar a reversão do escoamento junto da parede exterior da curva, não se verifica o desenvolvimento do segundo par de vórtices, mesmo quando $\beta = 0.10$ (Figura 7.19). Estes resultados mostram que, no caso FENE-P, a diminuição de R_c retarda a transição do padrão de escoamento mesmo para valores de β reduzidos, para os quais o aparecimento do segundo par de vórtices é antecipado (Figura 7.19).

A Figura 7.20 ilustra a evolução das componentes da velocidade (U e V) e da tensão (τ_{XY} , τ_{XX} e τ_{YY}), e da primeira e segunda diferenças das tensões normais (N_1 e N_2), ao longo da curva no ponto central da secção transversal, onde são comparados os efeitos de R_c para diferentes β .

A Figura 7.20 vem confirmar que a variação destas componentes depende em maior medida de R_c do que de β , e que a sua evolução local do escoamento é dirigida por R_c e apenas diferem em magnitude quando β é variado. Isto é, a evolução de U e V é análogo ao descrito sobre a Figura 7.9 para fluido newtoniano, e a diminuição de β resulta apenas numa ligeira diminuição de U e aumento de V local (Figura 7.20-a e Figura 7.20-b), embora as diferenças no escoamento secundário, junto da parede exterior da curva, sejam significativas (Figura 7.19). A Figura 7.20 mostra ainda que o escoamento atinge desenvolvimento completo na curva para $R_c = 15.1$, qualquer que seja o valor de β , e para $R_c = 7.5$ apenas para $\beta > 0.1$, enquanto para $R_c = 1.5$ o escoamento não se desenvolve completamente em nenhum dos casos.

O desenvolvimento de τ_{XY} ao longo da curva segue uma linha de evolução análoga nas diferentes geometrias (Figura 7.20-c): na primeira metade da curva desenvolve um pico de magnitude máxima absoluta que diminui rapidamente a jusante. A localização deste pico depende fortemente de R_c , ocorrendo tanto mais a jusante quanto menor R_c , e a magnitude de τ_{XY} depende de β e de R_c , sendo tanto maior quanto menor o valor de β e de R_c (Figura 7.20-a e Tabela 7.3).

As tensões normais τ_{XX} e τ_{YY} também desenvolvem um pico máximo característico do escoamento em curvas, independentemente de R_c e de β (Figura 7.20-d e Figura 7.20-e). Porém, também nestas componentes, R_c e β determinam a posição angular e a magnitude deste pico: τ_{XX} diminui com a diminuição de β e de R_c , e o pico surge numa posição tão mais a jusante quanto menor R_c (Figura 7.20-d e Tabela 7.3); enquanto para τ_{YY} o oposto é observado, aumenta com diminuição de β e de R_c , mas a localização do máximo surge tão mais a jusante quanto menor R_c (Figura 7.20-e e Tabela 7.3).

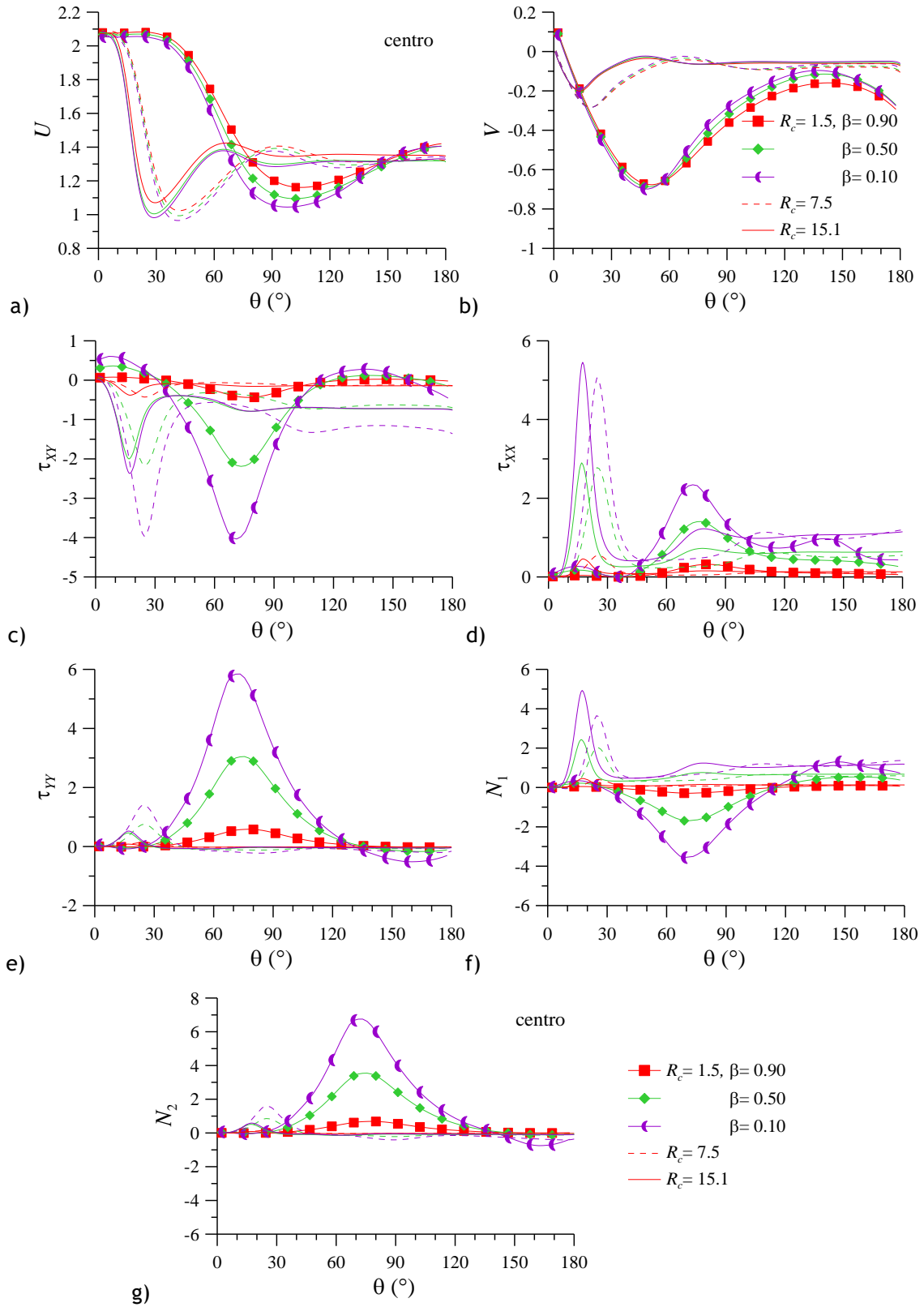


Figura 7.20- Variação de: a) U ; b) V ; c) τ_{xy} ; d) τ_{xx} ; e) τ_{yy} ; f) N_1 ; e g) N_2 com R_c , ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para diferentes valores de β . Fluido FENE-P com $Dn = 125$, $Wi = 0.30$ e $L^2 = 100$.

Nos escoamentos viscoelásticos através de curva com $R_c \geq 7.5$, a componente normal τ_{xx} é dominante, enquanto em canal com curvatura muito reduzida ($R_c = 1.5$) a componente normal dominante é τ_{yy} (Figura 7.20-d e Figura 7.20-e, respectivamente). Como resultado, para razões de curvatura $R_c \geq 7.5$ os escoamentos são dominados por N_1 (Figura 7.20-f), mas N_2 é dominante quando $R_c = 1.5$ (Figura 7.20-g). Isto é, para $R_c \geq 7.5$ o desenvolvimento do escoamento secundário é favorecido, enquanto para $R_c = 1.5$ o efeito é oposto. O pico máximo absoluto de N_1 aumenta com a diminuição de β em todas as curvaturas, e com o aumento R_c (Figura 7.20-f e Tabela 7.3). Em particular, na geometria com $R_c = 1.5$, N_1 é elevado mas com sinal negativo, indicando a importância de τ_{yy} em canais com curvatura muito reduzida, comparativamente a canais com R_c superior (Figura 7.20-f e Tabela 7.3). O pico máximo de N_2 aumenta com a diminuição de β em todas as curvaturas, e com a diminuição de R_c (Figura 7.20-g e Tabela 7.3). Além disso, a localização do pico tanto de N_1 como de N_2 desloca-se para jusante com a diminuição de R_c , em todos os casos simulados (Figura 7.20 e Tabela 7.3).

Tabela 7.3 - Magnitude e localização angular do pico máximo absoluto das diferentes componentes da tensão e das diferenças de tensões normais, referente à Figura 7.20.

β	R_c	τ_{xy}	θ	τ_{xx}	θ	τ_{yy}	θ	N_1	θ	N_2	θ
0.9	1.5	-0.438	77.8°	0.320	82.2°	0.586	77.8°	-0.293	71.1°	0.688	77.8°
	7.5	-0.428	24.6°	0.550	24.6°	0.146	24.6°	0.167	24.6°	0.167	24.6°
	15.1	-0.380	17.4°	0.542	17.4°	0.083	16.8°	0.459	17.4°	0.090	17.4°
0.5	1.5	-2.191	73.3°	1.408	77.8°	3.048	75.6°	-1.691	71.1°	3.549	75.6°
	7.5	-2.169	24.6°	2.780	24.6°	0.754	24.6°	2.026	24.6°	0.857	24.6°
	15.1	-1.200	16.8°	2.901	16.8°	0.463	16.8°	2.438	16.8°	0.518	16.8°
0.1	1.5	-4.034	71.1°	2.342	73.3°	5.846	73.3°	-3.558	68.9°	6.755	73.3°
	7.5	-3.967	24.6°	5.062	24.6°	1.410	24.6°	3.652	24.6°	1.601	24.6°
	15.1	-2.370	17.4°	5.456	17.4°	0.524	16.8°	4.932	17.4°	0.590	17.4°

A variação da pressão relativa (ΔP_c) ao longo do comprimento total da curva, nas paredes interior e exterior, é ilustrada na Figura 7.21, para os mesmos casos considerados na Figura 7.20. Em todos os casos viscoelásticos, a pressão aumenta junto da parede exterior e diminui na parede interior (Figura 7.21), tal como para o caso newtoniano ilustrado na Figura 7.11. Esta diferença de pressão nas paredes é maior para R_c reduzido, e este comportamento é só ligeiramente acentuado pela diminuição de β (Figura 7.21-b). A queda pressão depende

quase exclusivamente do parâmetro geométrico, sendo tanto maior quanto maior R_c (Figura 7.21-a).

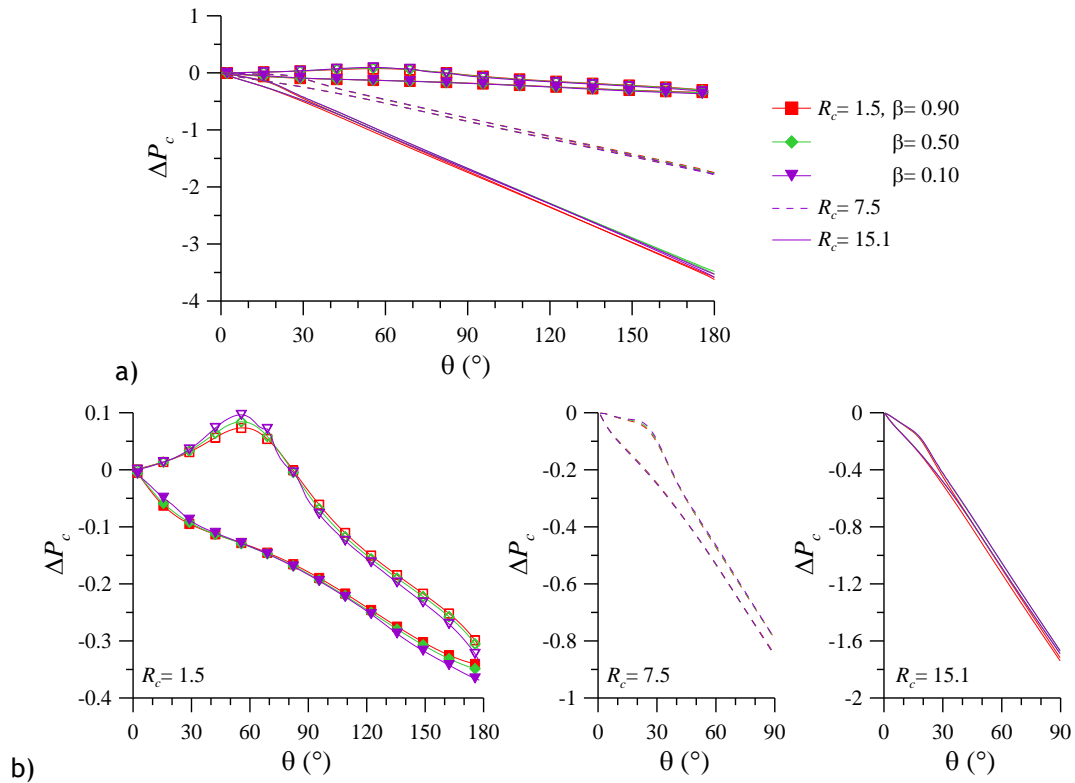


Figura 7.21- Variação de ΔP_c ao longo da curva, junto das paredes interior e exterior da curva, para diferentes valores de β : a) comparação entre os casos simulados; b) pormenor do efeito de β para cada R_c . Fluido FENE-P com $Dn=125$, $Wi=0.30$ e $L^2=100$.

7.2.2.3. Efeito de L^2

O parâmetro de extensibilidade dos modelos FENE tende a apresentar o mesmo tipo de efeito sobre o escoamento em curva que, por exemplo, a elasticidade. O aumento de L^2 , aumenta a transferência de quantidade de movimento na secção transversal, desde a parede exterior da curva até ao centro da secção transversal, e antecipa o desenvolvimento do segundo par de vórtices, mas em menor intensidade comparativamente a Wi ou β . Aliás, o efeito de L^2 só é realmente significativo quando considerado Wi relativamente elevado, tal como mostrado no Capítulo 6 (por exemplo, na Figura 6.23 para geometria com $R_c=15.1$). No entanto, o efeito da razão de curvatura é avaliado em seguida para o modelo FENE-CR com $Dn=125$, $Wi=0.30$, $\beta=0.50$ e fazendo variar $L^2 \geq 50$.

A Figura 7.22, ilustra o efeito de R_c na evolução das componentes da velocidade (U e V), ao longo da curva no ponto central da secção transversal. Nas condições assumidas, a evolução do escoamento depende unicamente do parâmetro geométrico R_c , e similar ao

descrito relativamente às Figura 7.9 e Figura 7.20 para fluido newtoniano e FENE-P, respectivamente.

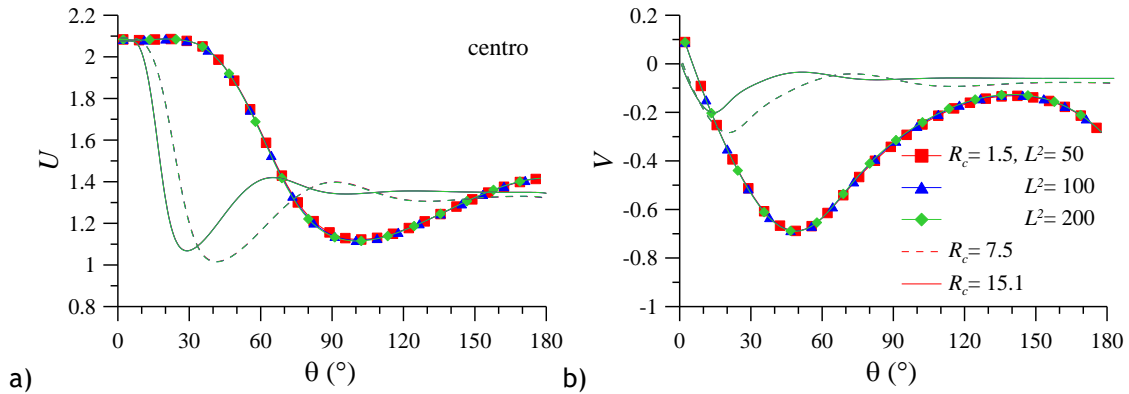


Figura 7.22- Variação de: a) U e b) V com R_c , ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para diferentes valores de L^2 . Fluido FENE-CR com $Dn=125$, $Wi=0.30$ e $\beta=0.50$.

As Figura 7.23 e Figura 7.24 resumem a variação do valor crítico de Dn e Wi para os quais surge o segundo par de vórtices junto à parede exterior da curva para diferentes valores de R_c . Na Figura 7.23, os valores obtidos de $Dn_{crítico}$ (valor para o qual o par adicional de vórtices surge e persiste até ao final da curva) em função de R_c são comparados com os valores obtidos por diferentes autores, para fluido newtoniano. A variação de $Dn_{crítico}$ com R_c não é concordante com os resultados publicados, à excepção do trabalho de Bara et al. (1992), para o qual o valor de $Dn_{crítico}$ é igual quando $R_c = 15.1$. Apesar de não se verificar uniformidade nos resultados para as restantes curvaturas, observa-se uma tendência análoga aos resultados de Thangam & Hur (1990) e de Fellouah et al. (2006): de uma forma geral, o aumento da razão de curvatura resulta na diminuição de $Dn_{crítico}$. Thangam & Hur (1990) e Fellouah et al. (2006) defendem também que a partir de um determinado valor de R_c , a magnitude de $Dn_{crítico}$ passa a ser aproximadamente constante ($R_c \approx 10$ e $R_c \approx 12$, respectivamente). O mesmo não se verificou neste trabalho, mas esta análise só é válida para $R_c \leq 15.1$. Em contrapartida, os resultados aqui apresentados indicam que existe uma curvatura para a qual o valor de $Dn_{crítico}$ é mínimo (neste trabalho, $R_c = 7.5$), e para curvaturas inferiores e superiores o valor de $Dn_{crítico}$ aumenta.

Na Figura 7.24, é ilustrada a variação do valor de $Wi_{crítico}$ com R_c para fluidos viscoelásticos, admitindo $Dn=125$ e diferentes valores de β e L^2 . O valor de $Wi_{crítico}$ é aqui definido como o valor de elasticidade para o qual o par adicional de vórtices surge pela primeira vez, mesmo quando este não persista até ao final da curva. Para inércia $Dn=125$, o

par adicional de vórtices surge na geometria com $R_c = 7.5$, em toda a gama de escoamentos viscoelásticos assumidos. Para R_c inferior e superior a este valor, o valor de $Wi_{crítico}$ aumenta. Além disso, para o mesmo valor de R_c , $Wi_{crítico}$ diminui com o aumento da extensibilidade e com a diminuição do parâmetro de retardamento, e é sempre menor para o modelo FENE-P comparativamente ao modelo FENE-CR.

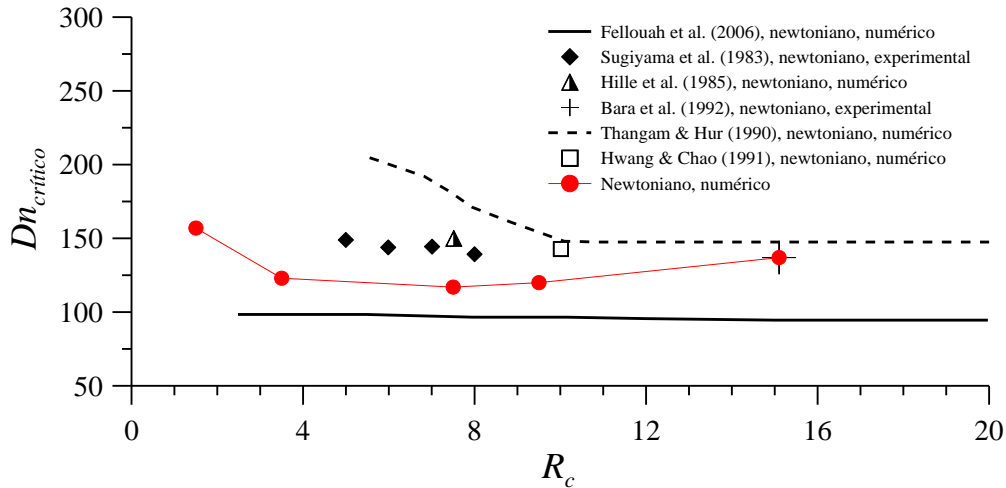


Figura 7.23- Variação do Dn crítico de transição com R_c . Comparação entre os resultados obtidos e os resultados de diferentes autores para fluido newtoniano, em curvas de secção transversal quadrada.

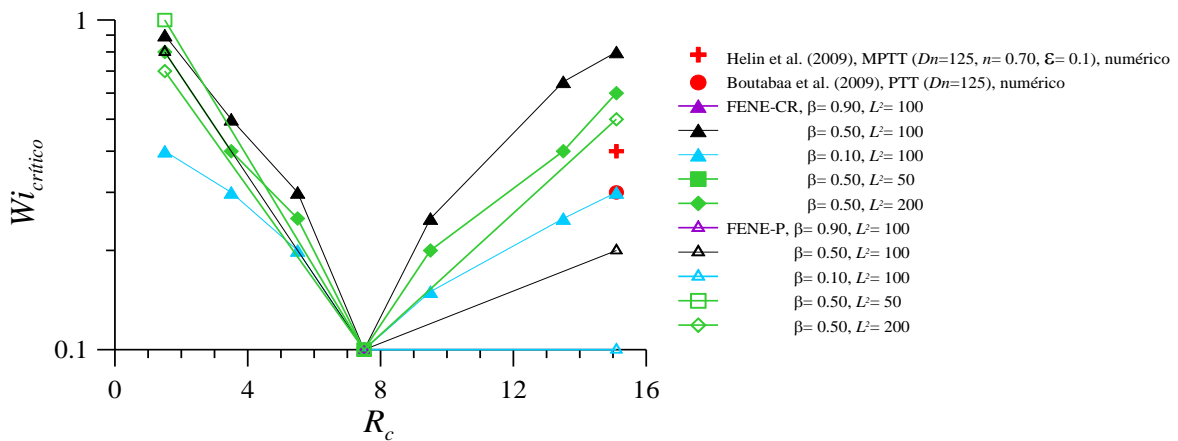


Figura 7.24- Variação do Wi crítico de transição com R_c . Comparação entre os resultados obtidos para os modelos viscoelásticos FENE-CR e FENE-P com $Dn=125$ e diferentes valores de β e L^2 .

7.3. Conclusões

O escoamento revelou depender fortemente da geometria da curva, em particular, da razão de curvatura (R_c), comparativamente a outros factores, tais como o modelo de fluido, a elasticidade e os parâmetros viscoelásticos.

O escoamento axial em curva apresenta uma evolução característica independentemente da curvatura: deslocamento do escoamento no sentido da parede exterior da curva, seguido de maior ou menor transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção. A redução da razão de curvatura leva essencialmente a um retardamento (isto é, a um deslocamento para uma posição angular mais a jusante) dos efeitos da curvatura sobre o escoamento, em especial nas geometrias com $R_c \leq 3.5$. Para $R_c \leq 3.5$, existem, pelo menos, dois factores importantes que condicionam o desenvolvimento do escoamento: a existência de efeitos da curvatura a montante da secção curva do canal; e a redução considerável do comprimento efectivo (ou do arco da curva) para o mesmo comprimento angular. O primeiro factor resulta no deslocamento do escoamento no sentido da parede interior da curva alterando o perfil parabólico de entrada nestas geometrias. Já o segundo impede que o escoamento se desenvolva completamente na distância angular considerada.

A diminuição da razão de curvatura resulta também num aumento significativo da magnitude do escoamento transversal. Mas, apesar de o escoamento secundário ser mais intenso para $R_c = 1.5$ do que para $R_c = 15.1$, por exemplo, a estrutura do escoamento secundário tende a ser mais complexo na segunda geometria do que na primeira, para as mesmas condições de escoamento. Todavia, o escoamento mostrou ser menos estável em curvas com curvatura reduzida, onde o escoamento passa a não-estacionário em condições, por exemplo, de inércia e de elasticidade mais débeis.

Enquanto a curvatura determina a linha de evolução do escoamento, o modelo reológico do fluido, a inércia, a elasticidade e os parâmetros viscoelásticos determinam a magnitude dessa evolução. Contudo, a influência de cada parâmetro tem um “peso” diferente, por exemplo, a extensibilidade só afecta o escoamento inercial quando a elasticidade é suficientemente elevada. O efeito destas variáveis é análogo ao efeito do aumento da inércia, independentemente da geometria da curva. Isto é, os modelos viscoelásticos, as propriedades fluidificantes do modelo FENE-P, o aumento da elasticidade e da extensibilidade, e a diminuição do parâmetro de retardamento resultam na: diminuição da velocidade axial, aumento da velocidade transversal, diminuição do valor de inércia e de elasticidade necessário para que se desenvolva o par adicional de vórtices.

Os resultados apresentados indicam que a geometria com $R_c = 7.5$ exhibe o valor mais reduzido de $Dn_{crítico}$ e $Wi_{crítico}$ necessários para o desenvolvimento do par adicional de vórtices. Nas geometrias com R_c inferior e superior, estes valores críticos aumentam.

Os resultados obtidos mostram também que para curvas com $R_c \leq 15.1$, o escoamento não pode ser descrito apenas por Dn . Uma vez que, para o mesmo de Dn (neste caso, $Dn = 125$), a diminuição de R_c e da inércia correspondente não resulta necessariamente no mesmo tipo de escoamento secundário. Pode dizer-se que, em geral, a análise que conduz à definição do número de Dean só é válida para canais com curvatura reduzida (no presente trabalho, só se verifica para $R_c > 7.5$) e em escoamento completamente desenvolvido.

Capítulo 8.

Escoamento a montante e a jusante de curva com curvatura acentuada

Ao anexar canais rectos longos às extremidades da curva é possível eliminar a influência desconhecida das condições de entrada e saída sobre o desenvolvimento do escoamento na curva, estabelecendo a montante e restabelecendo a jusante o escoamento de Poiseuille. No entanto, em determinadas condições de escoamento, os efeitos da curvatura propagam-se a montante (no canal recto de entrada) e a jusante (no canal recto de saída). Estes efeitos dependem de Re e são tão mais intensos quanto mais acentuada for a curvatura ($d/R \rightarrow 1$). De uma forma geral, no canal de entrada o perfil de velocidade parabólico deixa de ser simétrico e o pico de velocidade axial máxima desloca-se no sentido da parede interior antes de entrar na curva (Bovendeerd et al. (1987)). No canal de saída, verifica-se a persistência do escoamento secundário ao longo de uma distância significativa (Ito (1960), Kajishima et al. (1989), Spedding et al. (2004)).

Ito (1960), Kajishima et al. (1989), Spedding et al. (2004), entre outros investigadores, estudaram o efeito da curvatura nos canais rectos a montante e a jusante de uma curva com 90° . Ito (1960) estudou a variação da pressão ao longo da extensão do canal e mostrou que o efeito da força centrífuga se propaga para montante, aumentando o gradiente de pressão que começa a desviar-se do escoamento de Poiseuille, antes de o escoamento entrar na curva. Com a entrada do fluido na curva forma-se imediatamente o escoamento transversal, que é acompanhado pelo aparecimento do pico do gradiente de pressão característico do escoamento em curva. Em curvas de 90° o desvio máximo da pressão, relativamente ao canal recto, ocorre aos $\cong 45^\circ$, aumentando na parede exterior e diminuindo na parede interior da curva. Nas paredes superior e inferior quase não ocorre desvio relativamente ao canal recto.

No canal recto a jusante da curva, onde a força centrífuga desaparece, a diferença de pressão induzida pela curva entre as paredes interior e exterior persiste ao longo de uma distância significativa. À saída da curva, embora a diminuição da pressão siga a tendência da diminuição da pressão num canal recto, a diminuição ocorre segundo uma linha paralela, mas situada abaixo da linha de evolução da pressão no canal a montante; a diferença entre as duas dá o valor da perda de pressão introduzida pela curva. Além disso, a jusante da curva, o escoamento secundário muda de direcção e passa a mover-se no sentido do plano de simetria para compensar o escoamento principal (Kajishima et al. (1989)). Ao fim de uma distância axial significativa, o escoamento secundário dissipa-se e o escoamento principal recupera o

formato de escoamento em canal recto. Este comportamento foi verificado por Humphrey et al. (1977), Kajishima et al. (1989), Tsai & Sheu (2007) e Liang et al. (2013), ilustrado na Figura 8.1. Taylor et al. (1982) observaram experimentalmente que, embora a propagação do efeito do escoamento secundário, a jusante da curva, ocorra tanto em regime laminar como em regime turbulento, o efeito a montante está restringido ao regime turbulento. Kajishima et al. (1989) compararam canais de 90° e 180° , com secção transversal rectangular, e verificaram que o efeito do escoamento secundário propaga-se a montante na curva de 90° , mas o mesmo não acontece na curva de 180° . Já a jusante da curva, o efeito do escoamento secundário persiste nos dois casos. Parece assim claro que a curvatura induz sempre um problema de re-desenvolvimento do escoamento a jusante da curva, e que a perturbação a montante depende da distorção do campo de pressão (isto é, de R/d) e da facilidade de propagação de informação para montante (logo de Re). Os resultados de Kajishima et al. (1989) vão de encontro ao que Rowe (1970) tinha já documentado em curvas de 180° com secção transversal circular.

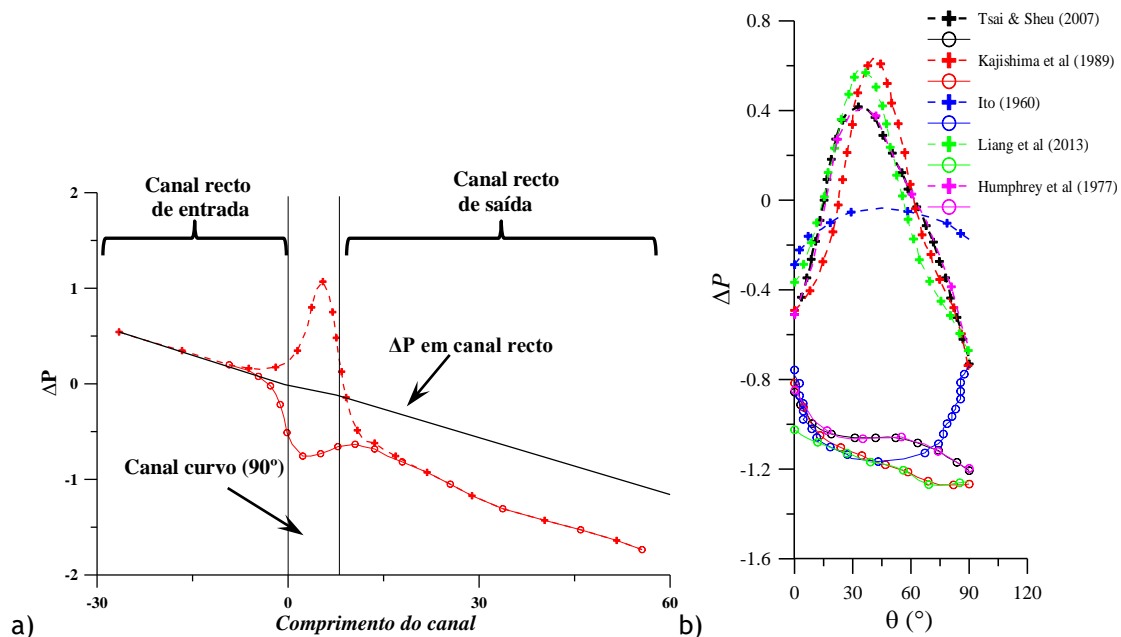


Figura 8.1- Distribuição de ΔP ($= P - P_0$) apresentada por diferentes autores: a) ao longo de um canal curvo de 90° e $R_c = 1$, com secção rectangular conectado a um canal de entrada e outro de saída (adaptado de Kajishima et al. (1989)); e b) ao longo da curvas de 90° . (NOTA: símbolos: (+) parede exterior; (O) parede interior)

Spedding et al. (2004) observaram que para “cotovelos” com $R/d > 10$ o factor de atrito pode ser previsto através das diversas equações existentes na literatura. No entanto, para $R/d < 10$, os efeitos do escoamento secundário a montante e a jusante da curva são significativos, sendo necessário ter em conta estes efeitos aquando da formulação da equação para determinar o factor de atrito (Figura 8.2).

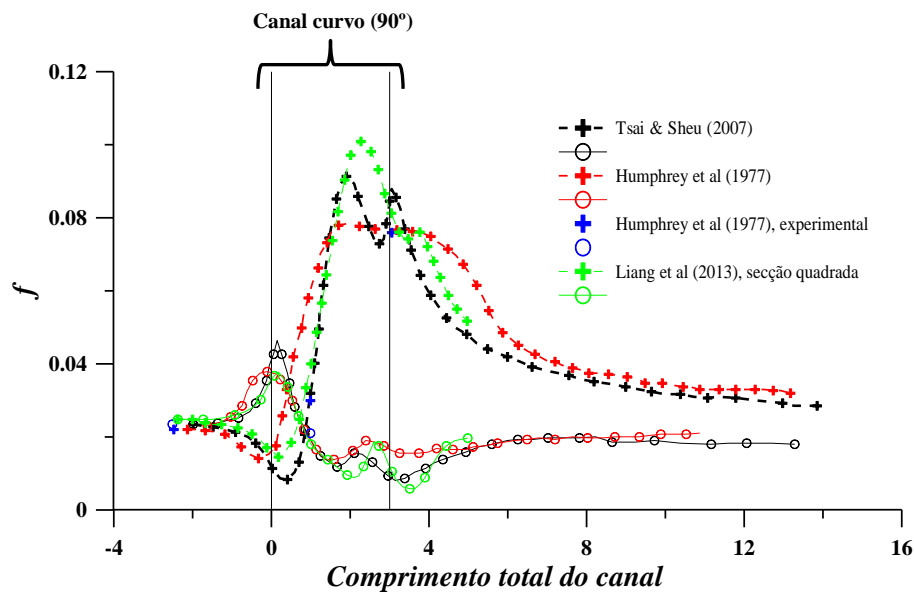


Figura 8.2- Distribuição do factor de atrito (f) ao longo de um canal curvo de 90° conectado a um canal recto de entrada e outro de saída, apresentada por diferentes autores. (NOTA: símbolos: (+) parede exterior; (O) parede interior)

O escoamento secundário gerado pela curva é estabilizador do escoamento, uma vez que atrasa a transição para regime turbulento. Este facto, e a persistência do escoamento transversal à saída da curva, deram lugar ao estudo da estabilização do escoamento turbulento em canal recto fazendo passar por uma secção curva. Num problema deste tipo, o escoamento turbulento em canal recto percorre a curva e torna-se não turbulento, através do desenvolvimento de escoamento secundário transversal ao escoamento principal induzido pela curvatura. Se, depois da curva, existir um canal recto de saída, o escoamento secundário gerado na curva persiste ao longo de uma distância significativa, permitindo que o escoamento seja não turbulento em canal recto, mesmo em condições normais de turbulência para canal recto. Este fenómeno de estabilização, abordado brevemente no Capítulo 4, é designado por laminarização.

Taylor (1929) e White (1929a) foram os primeiros a testemunhar o fenómeno de laminarização, ao concluírem que a geometria curva estabiliza o escoamento turbulento de canal recto, aumentando o $Re_{crítico}$ de transição. Apesar da influência da curvatura ser maior em regime laminar do que em regime turbulento, a laminarização do escoamento turbulento ocorre sempre que a força centrífuga se sobrepõe à força inercial na direcção axial. Nesta situação o escoamento reage rapidamente à curvatura e consegue-se laminarização do escoamento, mesmo para curvas de comprimento angular reduzido (Kurokawa et al. (1998)).

Sreenivasan & Strykowski (1983) investigaram experimentalmente o processo de laminarização que ocorre em canal helicoidal. Quando o escoamento turbulento em canal recto entra na secção curva do canal, as oscilações do escoamento turbulento, junto à parede interior da curva, desaparecem ao fim de apenas meia volta na curva, enquanto do lado

exterior da curva é necessário maior distância angular. A eficiência da laminarização junto da parede interior da curva foi também testemunhada por Kurokawa et al. (1998). Sreenivasan & Strykowski (1983) verificaram também o aumento de $Re_{crítico}$ à medida que o escoamento se desloca ao longo do canal helicoidal, mais precisamente até uma distância de 3 voltas, quando atinge um valor constante. Observaram ainda que o escoamento é completamente laminarizado para $Re < 2Re_0$ e parcialmente laminarizado para $Re < 3Re_0$ (sendo o Re_0 o Re crítico de transição à entrada da curva). No canal recto a jusante ao canal helicoidal, o $Re_{crítico}$ diminui em todas as situações, tal como seria de esperar. No entanto, o valor de $Re_{crítico}$ não diminui até ao valor esperado para canal recto, mas sim para um novo valor de $Re_{crítico}$ superior. Segundo Sreenivasan & Strykowski (1983), este comportamento explica-se com a hipótese de a curva funcionar como filtro que elimina ou diminui a maior parte das perturbações críticas que induzem a transição de regime do escoamento. Além disso, apesar das alterações ocorridas no escoamento secundário durante o processo de turbulência - laminarização - turbulência, a razão do factor de atrito é apenas dependente de Re , sendo tanto maior quando maior Re (Ohadi et al. (1990)).

Se por um lado a laminarização do escoamento turbulento pela simples adição de uma secção curva na geometria recta parece vantajoso, por outro lado a laminarização pode ser um inconveniente, tal como mostram Ohadi & Sparrow (1989, 1990). Considerando diferentes secções curvas (com ângulos $\theta < 90^\circ$) entre dois canais rectos, Ohadi & Sparrow (1989) observaram que a laminarização desenvolvida pela curva diminui a transferência de massa (diminui o número de Sherwood, Sh^1). Sendo o valor de Sh máximo para escoamento turbulento (quer a geometria do canal seja curva ou recta), quando o escoamento passa numa curva este valor diminui, qualquer que seja o comprimento angular da curva. Mesmo no canal recto de saída, o valor máximo de Sh pode não ser recuperado, sendo por vezes inferior ao seu valor à entrada da curva. Todavia, quanto maior for o valor de Re , menos efectiva é a laminarização e mais rapidamente é recuperado o regime turbulento na saída da curva. Ohadi & Sparrow (1990) verificaram ainda que a laminarização é mais evidente para curva de 180° . Neste caso, mesmo atingindo desenvolvimento completo no canal recto a jusante da curva, o valor de Sh vai depender do comprimento angular da curva, sugerindo a existência de diferenças na estrutura do escoamento.

Considerando escoamento de fluido viscoelástico, Iemoto et al. (1986) observaram que, no canal recto a jusante da curva, a elasticidade favorece o restabelecimento do escoamento de Poiseuille.

¹ Número de Sherwood (Sh) é definido pela razão entre o coeficiente de transferência de massa convectiva e o coeficiente de transferência de massa difusiva.

8.1. Descrição do problema

De uma forma geral, no escoamento através de curvas com $\theta \leq 90^\circ$ verificam-se efeitos a montante da curva, mas a persistência do escoamento secundário a jusante da curva é observado qualquer que seja o comprimento angular da curva. Por sua vez, no escoamento através de curva com maior comprimento angular ($\theta = 180^\circ$) os efeitos a montante da curva só se verificam para razão de curvatura reduzida. Este comportamento foi verificado no Capítulo 7. Para $R/d \leq 3.5$, o escoamento axial é deslocado no sentido da parede interior, como resultado do efeito da curvatura sobre o escoamento a montante da secção curva do canal. Este efeito tem como consequência directa a alteração do perfil de velocidade axial e a existência de escoamento transversal à entrada da curva. Esta alteração do perfil de entrada vai influenciar o desenvolvimento do escoamento ao longo da curva.

Assim, neste capítulo, serão discutidas as alterações que ocorrem no escoamento em desenvolvimento através de curva com $R_c = R/d = 1.5$, assim como nos canais de entrada e saída. A geometria considerada é a mesma utilizada aquando da discussão do efeito da razão de curvatura e cujas características são apresentadas na Figura 4.7 e Tabela 7.1 e 7.2. Também aqui serão analisados os escoamentos de fluido newtoniano e viscoelástico. No caso newtoniano será analisado o efeito da inércia para um intervalo $1 \leq Re \leq 250$, enquanto nos escoamentos viscoelásticos serão analisados os efeitos da elasticidade, da extensibilidade e do parâmetro de retardamento em escoamentos inerciais com número de Reynolds constante e igual $Re = 120$. Isto é, o efeito da curvatura sobre o escoamento a montante e a jusante da curva é avaliado apenas para o regime laminar e para inércia em que o escoamento é claramente estacionário, quer para fluido newtoniano quer para fluido viscoelástico. Os parâmetros viscoelásticos serão variados admitindo os seguintes intervalos: $0 \leq Wi \leq 1$, $0 < L^2 < 250$ e $0 < \beta < 1$.

Neste capítulo, a apresentação dos resultados está dividida em duas partes principais. A primeira parte dos resultados é dedicada à caracterização do escoamento a montante da secção curva do canal, enquanto na segunda parte é analisado o escoamento a jusante da secção curva do canal. Mas antes, o escoamento através de curva acentuada é brevemente caracterizado considerando fluido newtoniano para diferentes números de Reynolds.

8.2. Resultados

O escoamento de fluido newtoniano através de curva acentuada desenvolve-se de forma característica ao escoamento em curvas. Porém a transferência de quantidade de movimento inicial no sentido da parede exterior da curva só é efectiva numa posição angular mais a jusante ($\theta \approx 60^\circ$), comparativamente ao observado em geometrias com R_c mais elevado ($\theta < 60^\circ$). Na segunda metade da curva, a transferência de quantidade movimento na direcção do centro do canal é reduzida mesmo com o aumento da inércia.

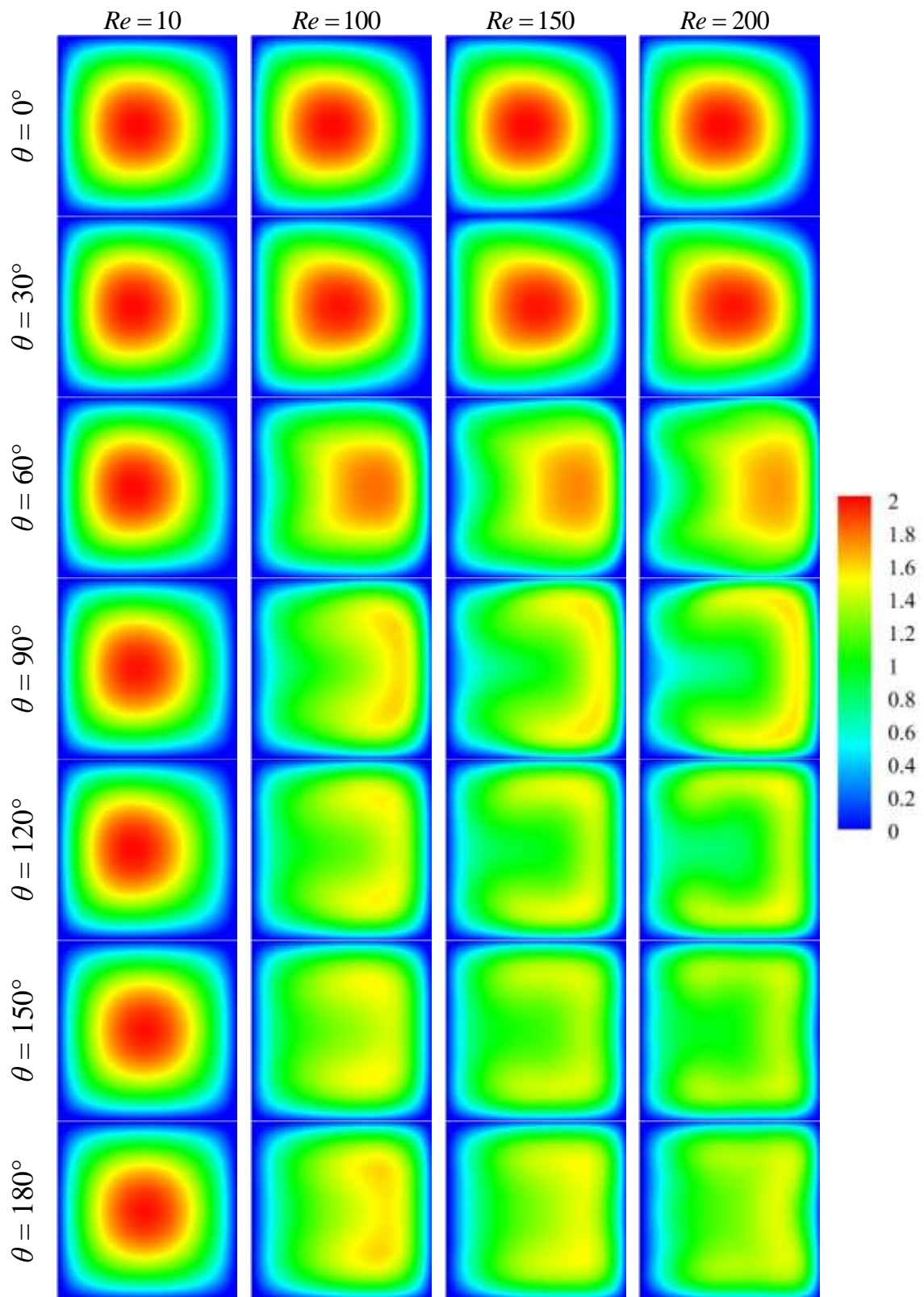


Figura 8.3- Variação da distribuição de U na secção transversal, para diferentes valores de Re , em diferentes posições angulares. Fluido newtoniano com $Re \leq 200$.

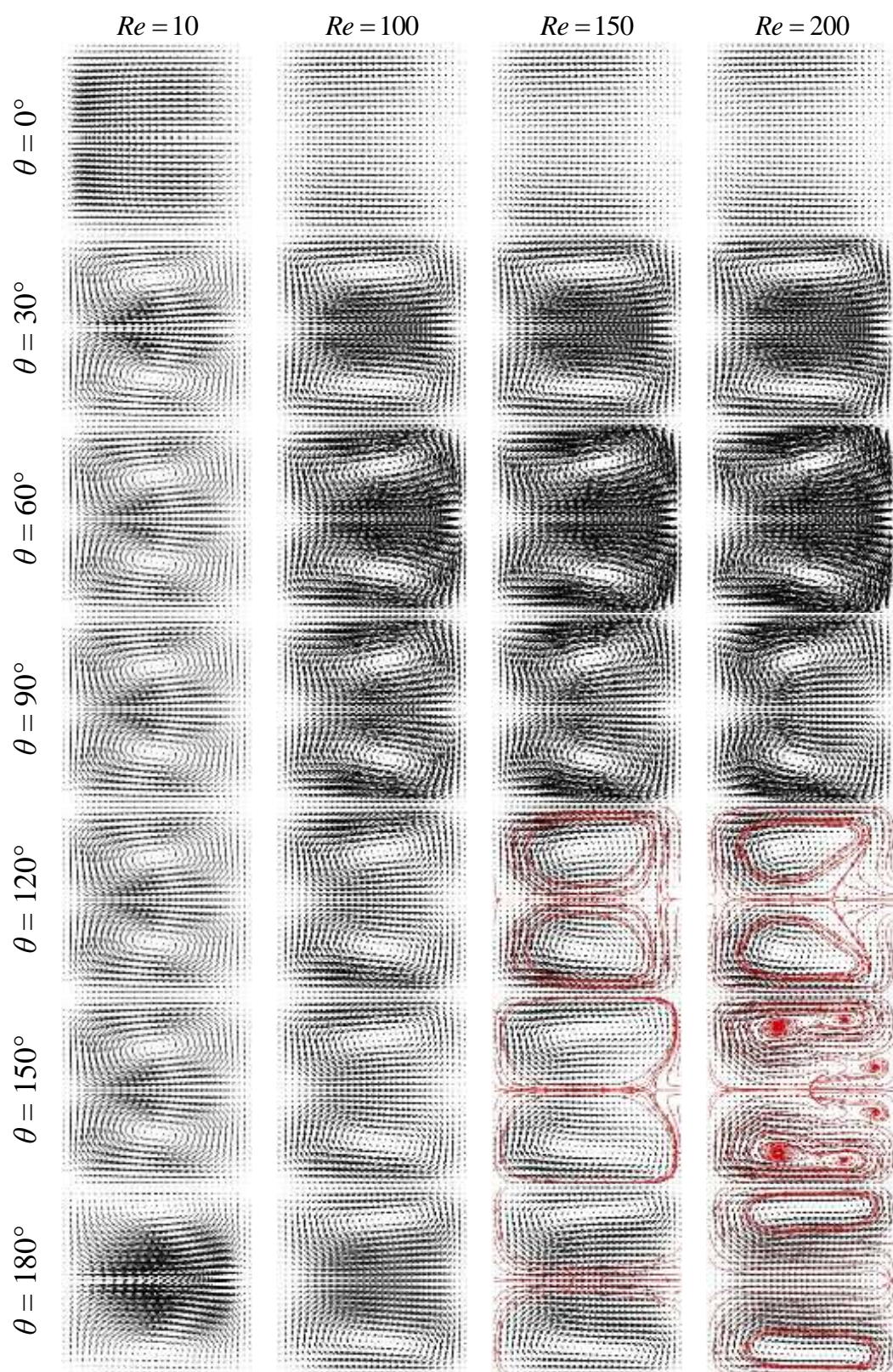


Figura 8.4- Variação do padrão de escoamento secundário, para diferentes valores de Re , em diferentes posições angulares. Fluido newtoniano com $Re \leq 200$. (NOTA: linhas de corrente são assinaladas a vermelho)

No final da curva, a distribuição da velocidade axial na secção transversal tende a aproximar-se. A curvatura acentuada e o aumento de Re resultam num aumento da dispersão e diminuição da magnitude da região de U máximo na secção transversal, que se mantém deslocada junto da parede exterior da curva. Os contornos da velocidade axial da Figura 8.3 ilustram bem este comportamento em diferentes posições angulares observado para $Re > 10$.

O escoamento secundário desenvolvido nesta geometria é mais intenso e, em geral, constituído apenas por um par de vórtices. Ao contrário do que acontece em curvas de curvatura menos acentuada ($R_c > 1.5$), o aumento de Re não leva necessariamente ao desenvolvimento do característico par adicional de vórtices, embora o escoamento secundário desenvolvido seja forte. Ao invés, o aumento de Re dá origem apenas a uma região de reversão do sentido de circulação do escoamento secundário, junto da parede exterior da curva, na segunda metade da curva (Figura 8.4). A região de reversão do sentido do escoamento desenvolvida (Figura 8.4), não afecta significativamente a distribuição da velocidade axial (Figura 8.3). No final da curva, esta região de reversão tende a diminuir e a desaparecer (Figura 8.4).

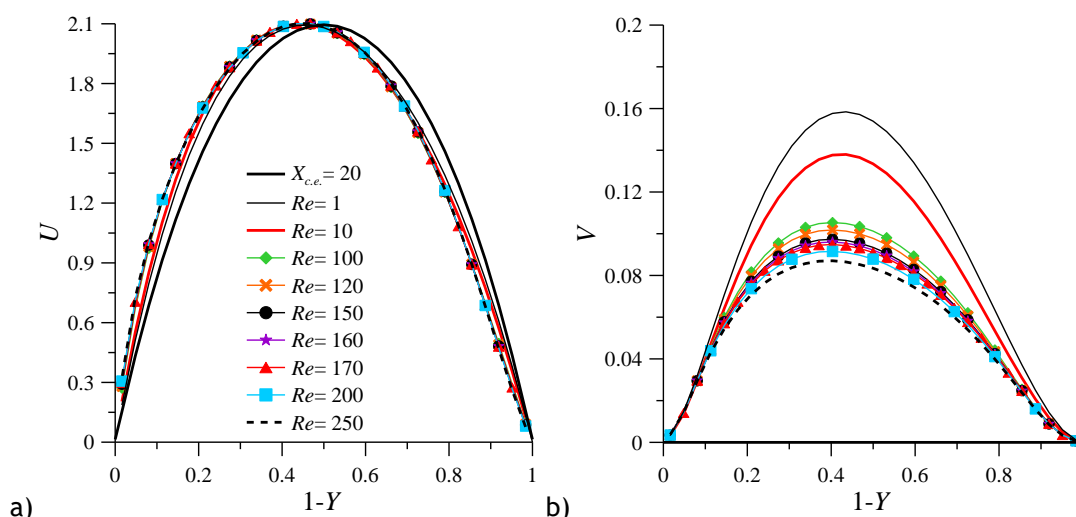


Figura 8.5- Variação de: a) U e b) V à entrada da curva ($\theta = 0^\circ$), no plano $Z = 0.50$, para diferentes valores de Re . Fluido newtoniano com $Re \leq 250$.

8.2.1. Escoamento a montante da curva

8.2.1.1. Fluido newtoniano

A distribuição da velocidade axial, no plano central, à entrada da curva ($\theta = 0^\circ$) é ilustrada na Figura 8.5 para fluido newtoniano com diferentes valores de inércia. Os perfis de velocidade são comparados com o perfil de velocidade axial à entrada do canal recto a montante da curva, isto é, $X_{c.e.} = 20$. Para $X_{c.e.} = 20$, o perfil de U é simétrico segundo o

plano $(1-Y) = 0.50$ (Figura 8.5-a) e não apresenta escoamento transversal (Figura 8.5-b). À entrada da curva, observa-se um ligeiro deslocamento do máximo de U no sentido da parede interior para todos os valores de Re considerados (Figura 8.5-a), resultando no desenvolvimento de escoamento transversal em todos os casos (Figura 8.5-b). O aumento da inércia resulta no aumento deste deslocamento, mas é praticamente independente para $Re \geq 100$. Porém, o aumento da inércia resulta na diminuição da magnitude da componente transversal V da velocidade (Figura 8.5-b). O perfil de V é positivo à entrada da curva, independentemente do valor da inércia, o que significa que o escoamento transversal circula no sentido da parede interior, contrário ao sentido de circulação característico do escoamento secundário em curvas (Figura 8.5-b), mas não desenvolve o par principal de vórtices ($\theta = 0^\circ$, na Figura 8.4).

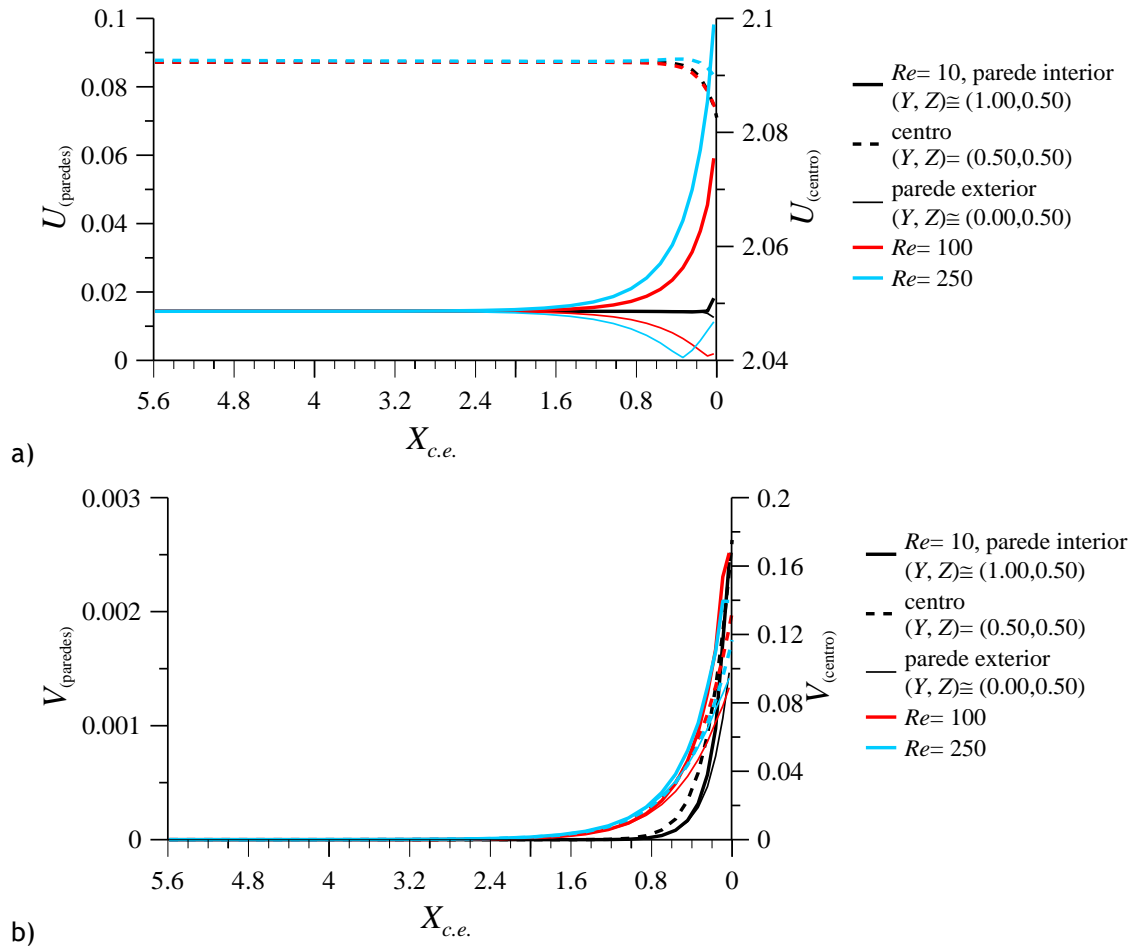


Figura 8.6- Variação de: a) U e b) V , ao longo do canal recto de entrada ($X_{c.e.}$), na parede interior, centro e parede exterior, para diferentes valores de Re . Fluido newtoniano com $Re \leq 250$.

As figuras anteriores mostram que o escoamento axial entra na curva ligeiramente deslocado no sentido da parede interior, em todas as condições de escoamento. Este deslocamento do escoamento na secção transversal tem início a montante da curva, no canal

recto de entrada de comprimento $X_{c.e.}$. A evolução das componentes da velocidade, ao longo do canal recto de entrada, para escoamento de fluido newtoniano com diferentes valores de Re , é ilustrada na Figura 8.6 junto das paredes interior $(1-Y, Z) \cong (0.00, 0.50)$, e exterior $(1-Y, Z) \cong (1.00, 0.50)$ da curva, e ao longo do centro da secção transversal $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$. Em geral, no canal recto de entrada, a magnitude de U aumenta junto da parede interior, mas diminui junto da parede exterior e no centro da secção transversal (Figura 8.6-a). Este comportamento é acentuado com o aumento de Re (Figura 8.6-a e Figura 8.7-a).

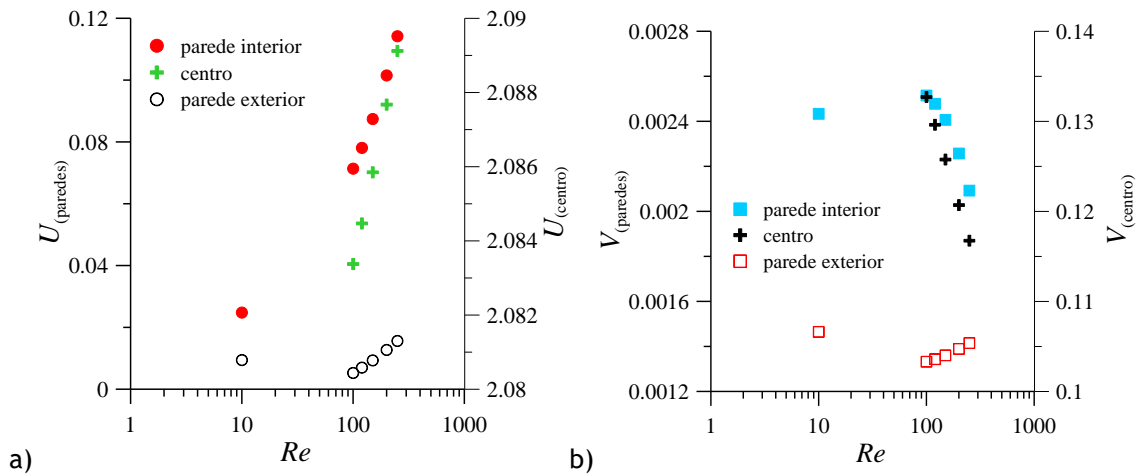


Figura 8.7- Variação da magnitude de U e V com a inércia, nas paredes interior e exterior e centro da secção transversal, na posição $X_{c.e.} = 0$ do canal recto de entrada.

O deslocamento do escoamento no sentido da parede interior do canal recto de entrada dá origem ao escoamento secundário a montante da curva, resultando no aumento da magnitude da componente transversal V da velocidade em toda a secção transversal (Figura 8.6-b). De uma forma geral, V aumenta a partir da posição $X_{c.e.} \cong 3.656$ independentemente da inércia, excepto quando $Re < 100$ para os quais $X_{c.e.}$ diminui (Figura 8.6-b).

À saída do canal de entrada ($X_{c.e.} = 0$), a magnitude de V na parede interior é maior que na parede exterior e é sempre superior na região central da secção, mas a intensidade do escoamento secundário é tanto maior quanto menor Re (Figura 8.7-b). Em contrapartida, a magnitude de U aumenta com Re em toda a secção transversal (Figura 8.7-a). A variação da magnitude de U e V com Re , nas paredes e centro da secção transversal, na posição $X_{c.e.} = 0$ é resumida na Figura 8.7.

O efeito da curvatura sobre o escoamento a montante é caracterizado pelo parâmetro L_U . Este parâmetro define a distância a montante da curva onde o efeito de curvatura é registado, relativamente ao perfil de velocidade teórico de entrada, isto é, quando a

diferença excede 5% . A Figura 8.8 ilustra a variação de L_U com Re para escoamento de fluido newtoniano, e mostra que essa distância aumenta com o aumento da Re , em ambas as paredes.

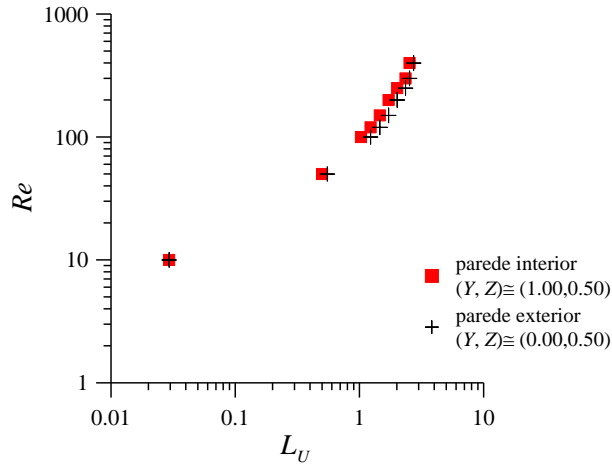


Figura 8.8- Variação da distância L_U com Re nas paredes interior e exterior do canal.

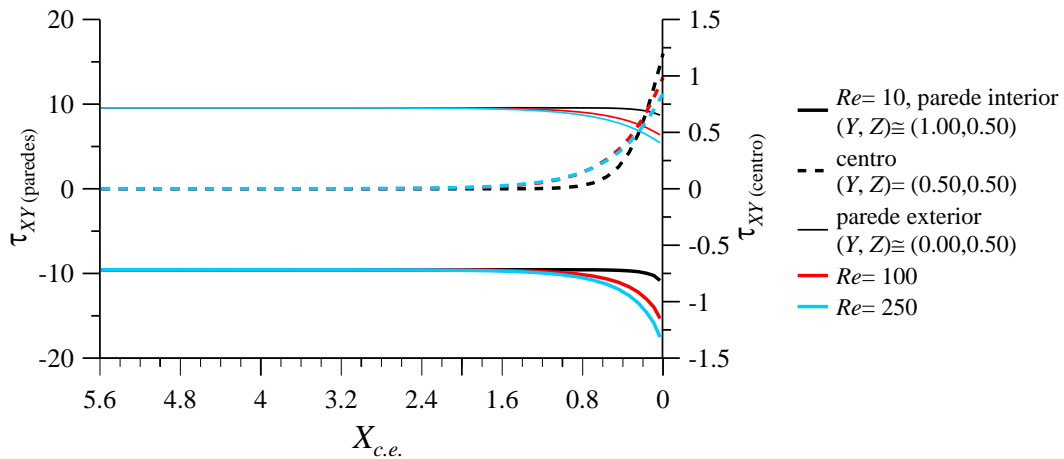


Figura 8.9- Variação de τ_{XY} ao longo do canal recto de entrada, na parede interior, centro e parede exterior do canal, para diferentes valores de Re . Fluido newtoniano com $Re \leq 250$.

A tensão de corte τ_{XY} é, inicialmente, distribuída simetricamente, aumenta desde o centro ($\tau_{XY} = 0$) até às paredes ($\tau_{XY} = \max(\tau_{XY})$), e com magnitude independente de Re (Figura 8.9). Como consequência das alterações do escoamento a montante da curva, τ_{XY} aumenta no centro no sentido positivo e junto da parede interior no sentido negativo, mas junto da parede exterior τ_{XY} diminui (Figura 8.9). Este comportamento é verificado independentemente do valor de Re (Figura 8.9). À saída do canal de entrada ($X_{c.e.} = 0$), a

magnitude absoluta de τ_{XY} é tanto menor quanto maior o valor de Re , na parede exterior e no centro da secção, mas aumenta com Re na parede interior (Figura 8.10).

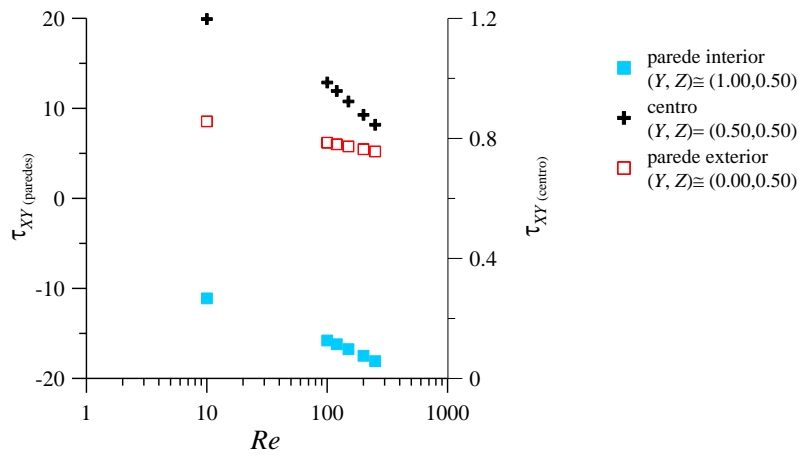


Figura 8.10- Variação da magnitude de τ_{XY} com a inércia, nas paredes interior e exterior do canal e centro da secção transversal, na posição $X_{c.e.}=0$ do canal recto de entrada.

8.2.1.2. Fluido viscoelástico

O mesmo tipo de abordagem foi utilizada para determinar a extensão do efeito da curvatura sobre o escoamento a montante da curva considerando fluido viscoelástico, e de que forma a elasticidade e os parâmetros viscoelásticos contribuem para este comportamento.

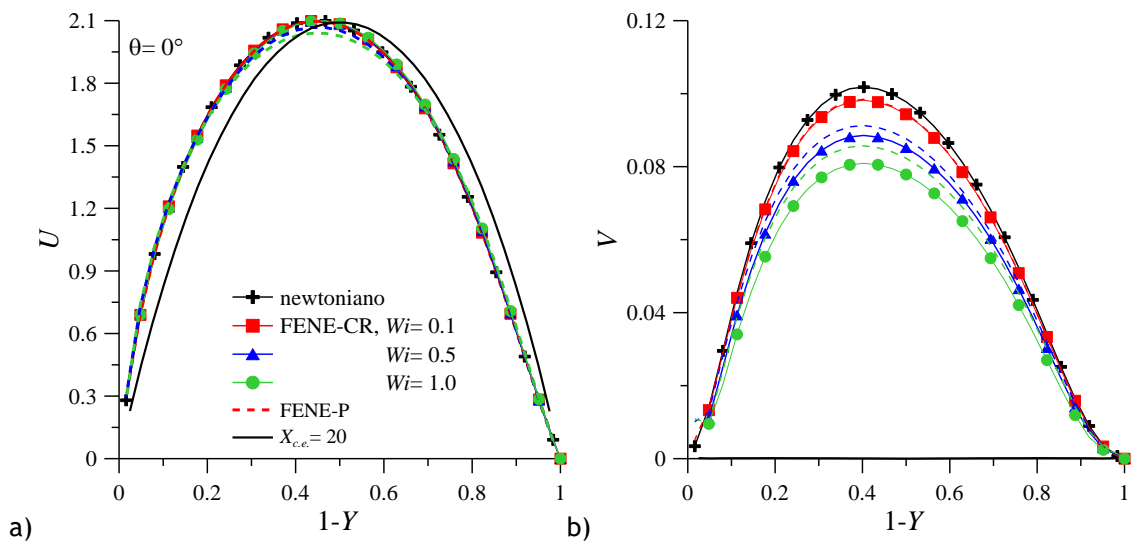


Figura 8.11- Variação de: a) U e b) V à entrada da curva ($\theta=0^\circ$), no plano $Z=0.5$, para diferentes valores de Wi . Fluido newtoniano, FENE-CR e FENE-P com $Re=120$, $L^2=100$ e $\beta=0.50$.

O escoamento de fluido viscoelástico sofre, também, alterações no perfil de velocidade à entrada da curva devido ao efeito da curvatura a montante. Estas alterações são ilustradas na Figura 8.11, onde são representados os perfis de U e V à entrada da curva ($\theta = 0^\circ$), para os modelos FENE-P e FENE-CR com diferentes valores de elasticidade. Embora se observe o deslocamento do perfil de velocidade axial no sentido da parede interior, este é pouco ou nada afectado pela elasticidade e pelo modelo de fluido considerado (Figura 8.11-a). A excepção é o modelo FENE-P, que exhibe uma ligeira diminuição da magnitude máxima de U com o aumento de Wi (Figura 8.11-a), que se explica pela fluidificação da viscosidade.

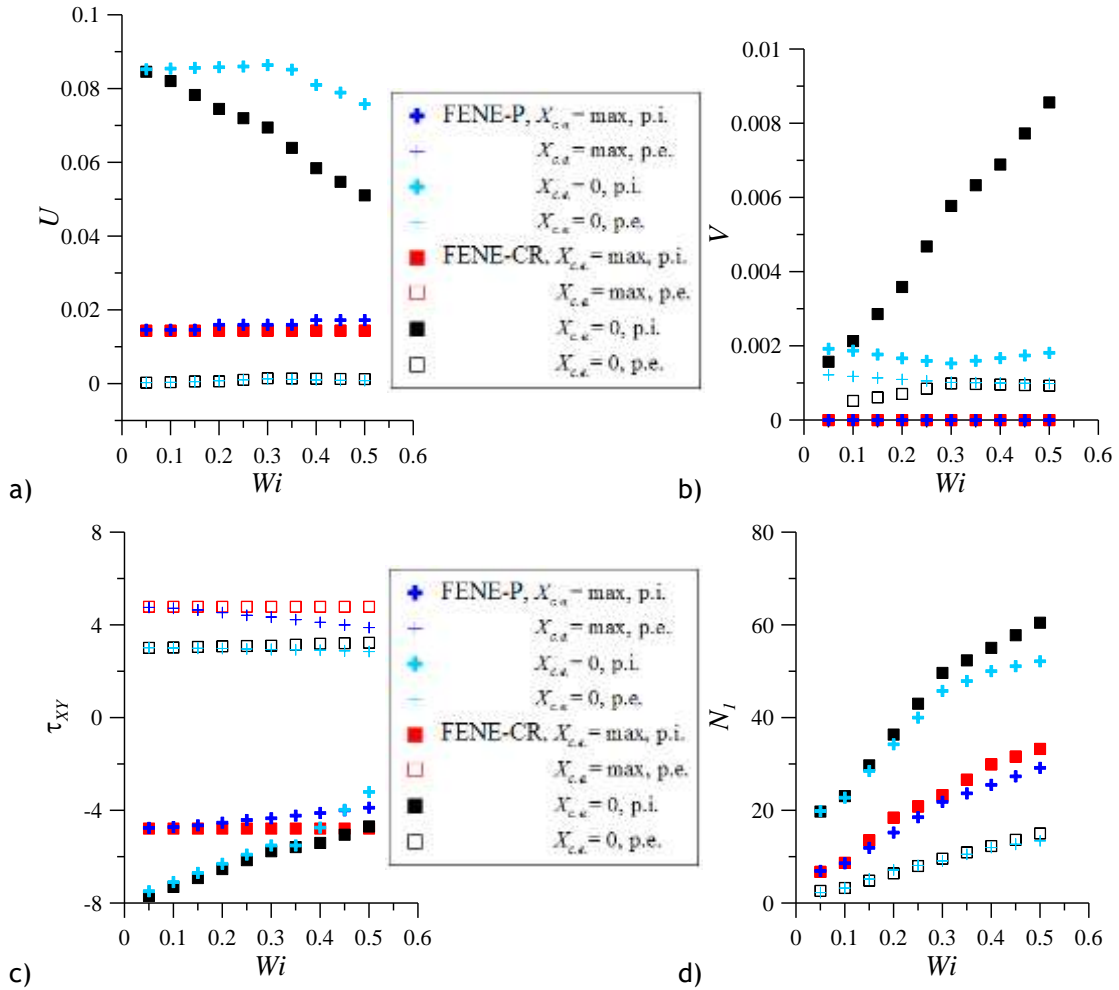


Figura 8.12- Variação da magnitude de: a) U ; b) V ; c) τ_{xy} e d) N_1 com Wi , à entrada ($X_{ce} = \text{max}$) e à saída ($X_{ce} = 0$) do canal recto de entrada, nas paredes interior (p.i.) e exterior (p.e.). Fluido FENE-CR e FENE-P com $Re = 120$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

Por outro lado, a magnitude da componente V do escoamento secundário desenvolvido depende do modelo de fluido e da elasticidade. A Figura 8.11-b mostra que a magnitude de V é maior para o caso newtoniano relativamente aos casos viscoelásticos, e é sempre maior para o caso FENE-P relativamente ao caso FENE-CR, excepto para $Wi = 0.1$ em que os dois

modelos viscoelásticos se igualam. Além disso, V diminui com o aumento de Wi nos dois modelos viscoelásticos (Figura 8.11-b). Estas diferenças concentram-se na região central da secção transversal (Figura 8.11-b).

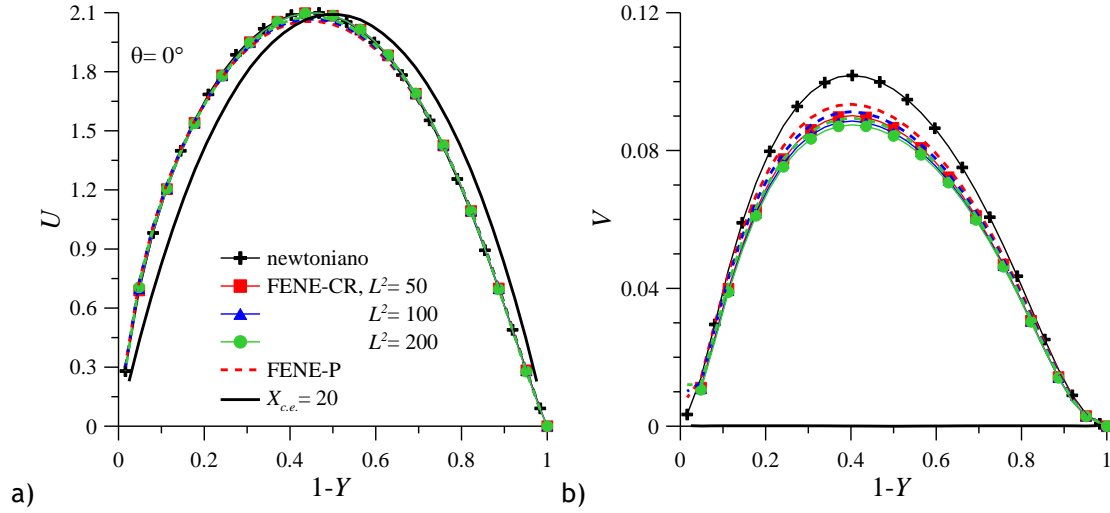


Figura 8.13- Distribuição de: a) U e b) V , no plano $Z=0.5$, à entrada de curva ($\theta=0^\circ$), para diferentes valores de L^2 . Fluido newtoniano, FENE-CR e FENE-P com $Re=120$, $Wi=0.50$ e $\beta=0.50$.

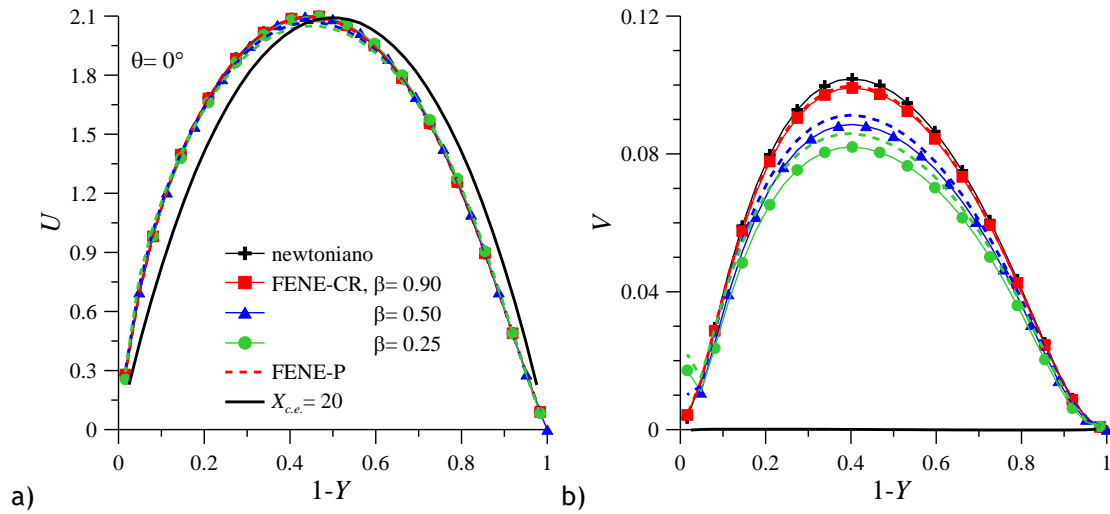


Figura 8.14- Distribuição de: a) U e b) V , no plano $Z=0.5$, à entrada de curva ($\theta=0^\circ$), para diferentes valores de β . Fluido newtoniano, FENE-CR e FENE-P com $Re=120$, $Wi=0.50$ e $L^2=100$.

O efeito da curvatura sobre o escoamento no canal recto de entrada, ao longo das paredes, para os modelos viscoelásticos FENE-CR e FENE-P, admitindo diferentes valores de Wi , é semelhante ao caso newtoniano descrito anteriormente. Isto é, em ambos os modelos viscoelásticos, U aumenta na parede interior e diminui na parede exterior (Figura 8.12-a), enquanto o escoamento transversal aumenta em toda a secção transversal (Figura 8.12-b). A tensão de corte e a primeira diferença de tensões normais diminuem na parede exterior e

aumentam na parede interior (Figura 8.12-c e Figura 8.12-d, respectivamente). Este comportamento é acentuado, em geral, com o aumento de Wi , mas é fortemente dependente do modelo reológico (Figura 8.12). A velocidade axial é sempre maior para o caso FENE-P comparativamente ao caso FENE-CR (Figura 8.12-a), mas o oposto é verificado para a velocidade transversal, em particular junto da parede interior (Figura 8.12-b). A magnitude de τ_{xy} e N_1 nas paredes é, em geral, menor para o caso FENE-P (Figura 8.12-c e Figura 8.12-d, respectivamente). Estes resultados são resumidos na Figura 8.12.

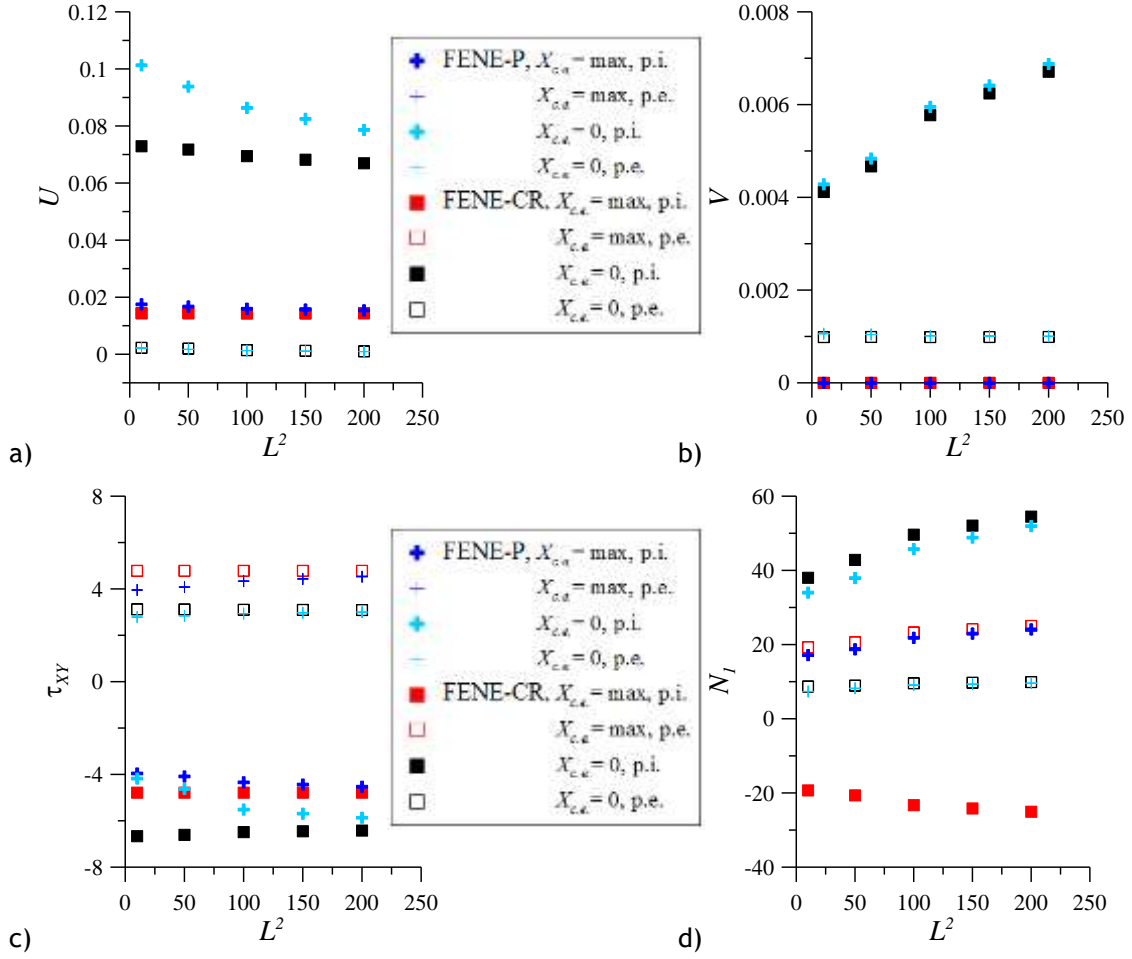


Figura 8.15- Variação da magnitude de: a) U ; b) V ; c) τ_{xy} e d) N_1 com L^2 , à entrada ($X_{c,e} = \max$) e à saída ($X_{c,e} = 0$) do canal recto de entrada, nas paredes interior (p.i.) e exterior (p.e.). Fluido FENE-CR e FENE-P com $Re=120$, $Wi=0.50$ e $\beta=0.50$.

Analisando o efeito da extensibilidade e do parâmetro de retardamento à entrada da curva ($\theta = 0^\circ$, nas Figura 8.13 e Figura 8.14, respectivamente), observa-se que o deslocamento dos perfis de velocidade axial, no sentido da parede interior da curva, é praticamente independente do modelo do fluido e dos parâmetros viscoelásticos, comparativamente ao perfil de entrada no canal (Figura 8.13-a e Figura 8.14-a): a magnitude máxima de U para fluido FENE-CR é igual à do modelo newtoniano independentemente do valor da

extensibilidade e do parâmetro de retardamento; mas é sempre ligeiramente menor para o caso FENE-P, e as diferenças aumentam com a diminuição de β e de L^2 .

Os perfis da componente transversal da velocidade mostram que em todos os casos se desenvolve escoamento secundário cuja circulação, ao longo do plano central, ocorre no sentido da parede interior (Figura 8.13-b e Figura 8.14-b). À entrada da curva ($\theta = 0^\circ$), a intensidade do escoamento transversal é maior no caso newtoniano comparativamente aos casos viscoelásticos, e nos casos viscoelásticos é sempre maior para fluido FENE-P (Figura 8.13-b e Figura 8.14-b). Além disso, o aumento da extensibilidade e a diminuição do parâmetro de retardamento diminui a magnitude de V , nos dois modelos viscoelásticos (Figura 8.13-b e Figura 8.14-b).

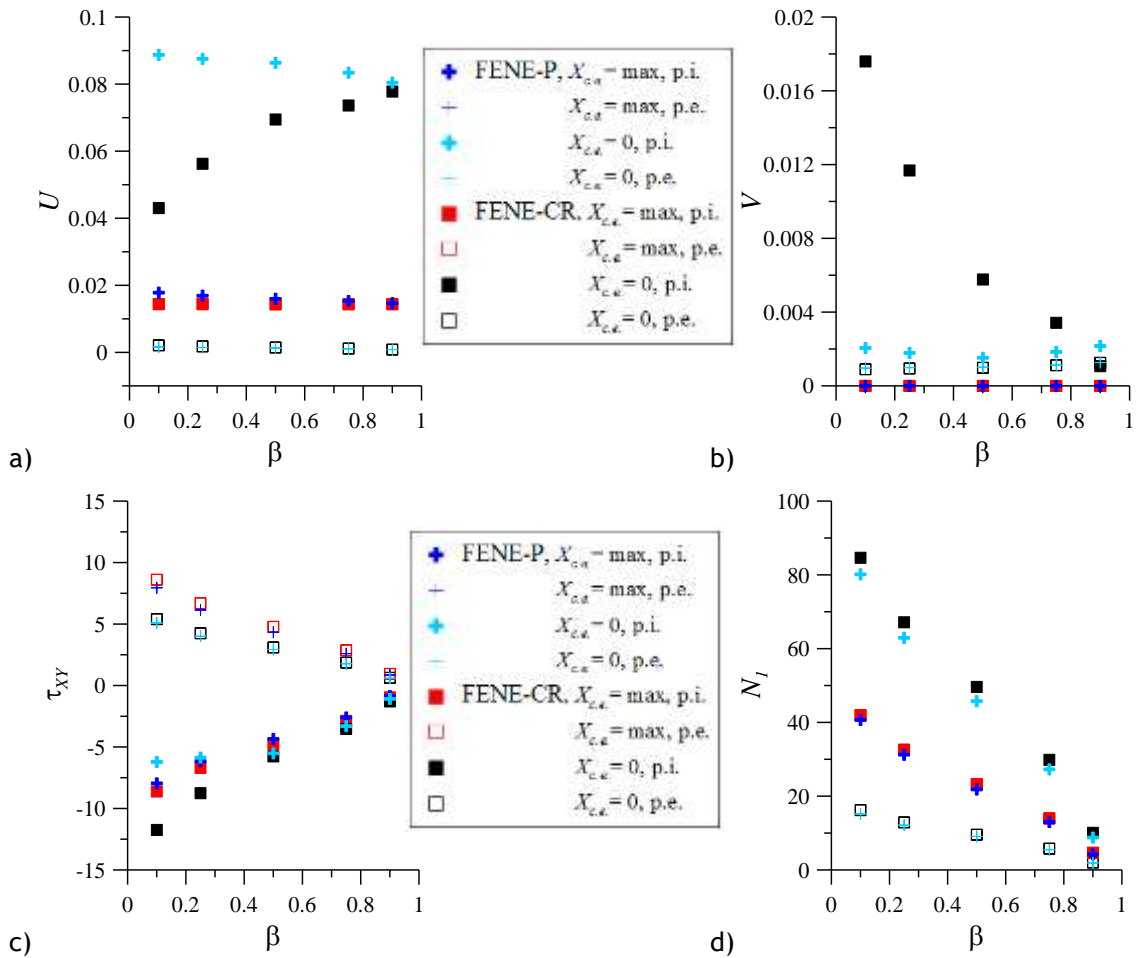


Figura 8.16- Variação da magnitude de: a) U ; b) V ; c) τ_{xy} e d) N_1 com β , à entrada ($X_{c,e} = \max$) e à saída ($X_{c,e} = 0$) do canal recto de entrada, nas paredes interior (p.i.) e exterior (p.e.). Fluido FENE-CR e FENE-P com $Re = 120$, $Wi = 0.50$ e $L^2 = 100$.

Nas paredes (Figura 8.15 e Figura 8.16), à saída do canal recto de entrada ($X_{c,e} = 0$), a velocidade axial aumenta na parede interior e diminui na parede exterior em ambos os modelos viscoelásticos, independentemente dos parâmetros viscoelásticos. Porém, o aumento

da extensibilidade diminui a magnitude de U , sendo esta diminuição maior na parede interior e para fluido FENE-P (Figura 8.15-a). Enquanto a diminuição do parâmetro de retardamento aumenta a magnitude de U no fluido FENE-P, mas o oposto é observado para fluido FENE-CR, em particular na parede interior (Figura 8.16-a). A componente transversal V aumenta em toda a secção transversal, em particular junto da parede interior, independentemente do modelo reológico (Figura 8.15-b e Figura 8.16-b). O aumento de L^2 aumenta a magnitude de V nos dois modelos (Figura 8.15-b), mas o aumento da magnitude de V com a diminuição de β só é significativo no modelo FENE-CR (Figura 8.16-b).

A tensão de corte e a primeira diferença de tensões normais diminuem na parede exterior e aumentam na parede interior em todos os casos. Este comportamento é acentuado, em geral, com o aumento de L^2 e com a diminuição de β , mas é consideravelmente dependente do modelo reológico. No modelo FENE-P, a magnitude absoluta de τ_{xy} e N_1 é ligeiramente menor que no caso FENE-CR, mas tende a aumentar quer com a diminuição do parâmetro de retardamento (Figura 8.16-c e Figura 8.16-d) quer com o aumento da extensibilidade (Figura 8.15-c e Figura 8.15-d).

8.2.2. Escoamento a jusante da curva

8.2.2.1. Fluido newtoniano

No final da curva, os perfis de U do escoamento newtoniano tendem a aproximar-se com o aumento da inércia, quando $Re \geq 100$ (Figura 8.17-a). Os perfis de U para os diferentes valores de Re diferem entre si na região $(1-Y) \approx [0.4, 0.9]$, onde a magnitude de U é tanto maior quanto menor Re (Figura 8.17-a). Os contornos da velocidade axial apresentados anteriormente ilustram bem este comportamento (Figura 8.3).

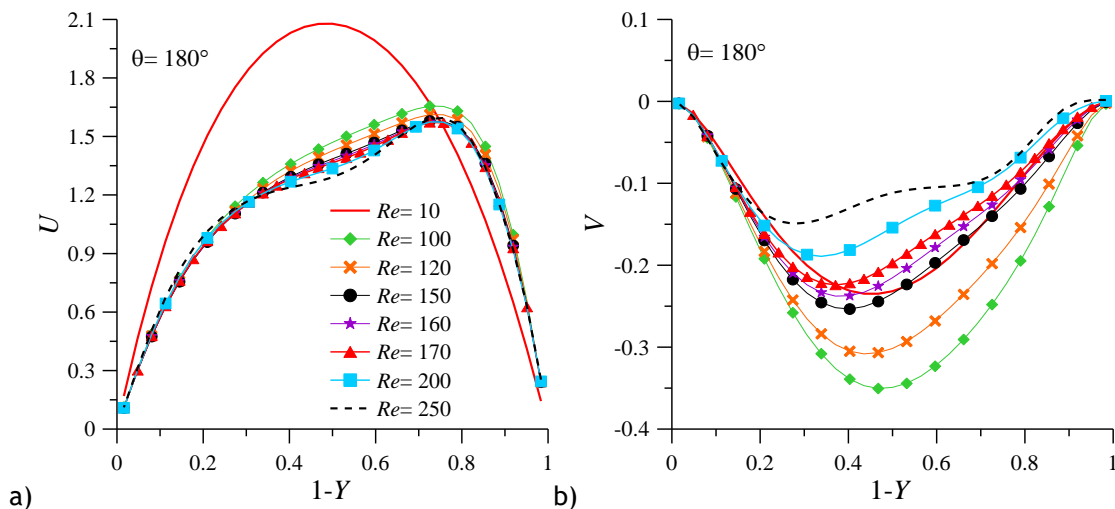


Figura 8.17- Distribuição de: a) U e b) V , no plano $Z=0.5$, à saída da curva ($\theta=180^\circ$), para diferentes valores de Re . Fluido newtoniano com $Re \leq 250$.

A componente transversal V aumenta em magnitude com a diminuição da inércia, quando $Re \geq 100$, e apresenta sinal negativo em todo o plano central (Figura 8.17-b). Este resultado indica que, à saída da curva, o escoamento secundário não apresenta reversão do sentido de circulação na gama de Re considerado, tal como ilustrado na Figura 8.4. Aliás, no final da curva, parece existir um efeito do canal recto de saída sobre o escoamento na curva, que faz o escoamento secundário “desenrolar” (Figura 8.4). Como consequência, observa-se um ligeiro aumento da região e do máximo de U entre as posições $\theta = 150^\circ$ e 180° (Figura 8.3) e a região de reversão do escoamento secundário é suprimida (Figura 8.4 e Figura 8.17-b). Este comportamento é acentuado com o aumento da inércia, ocorrendo numa posição tão mais a montante quanto maior Re (Figura 8.3 e Figura 8.4).

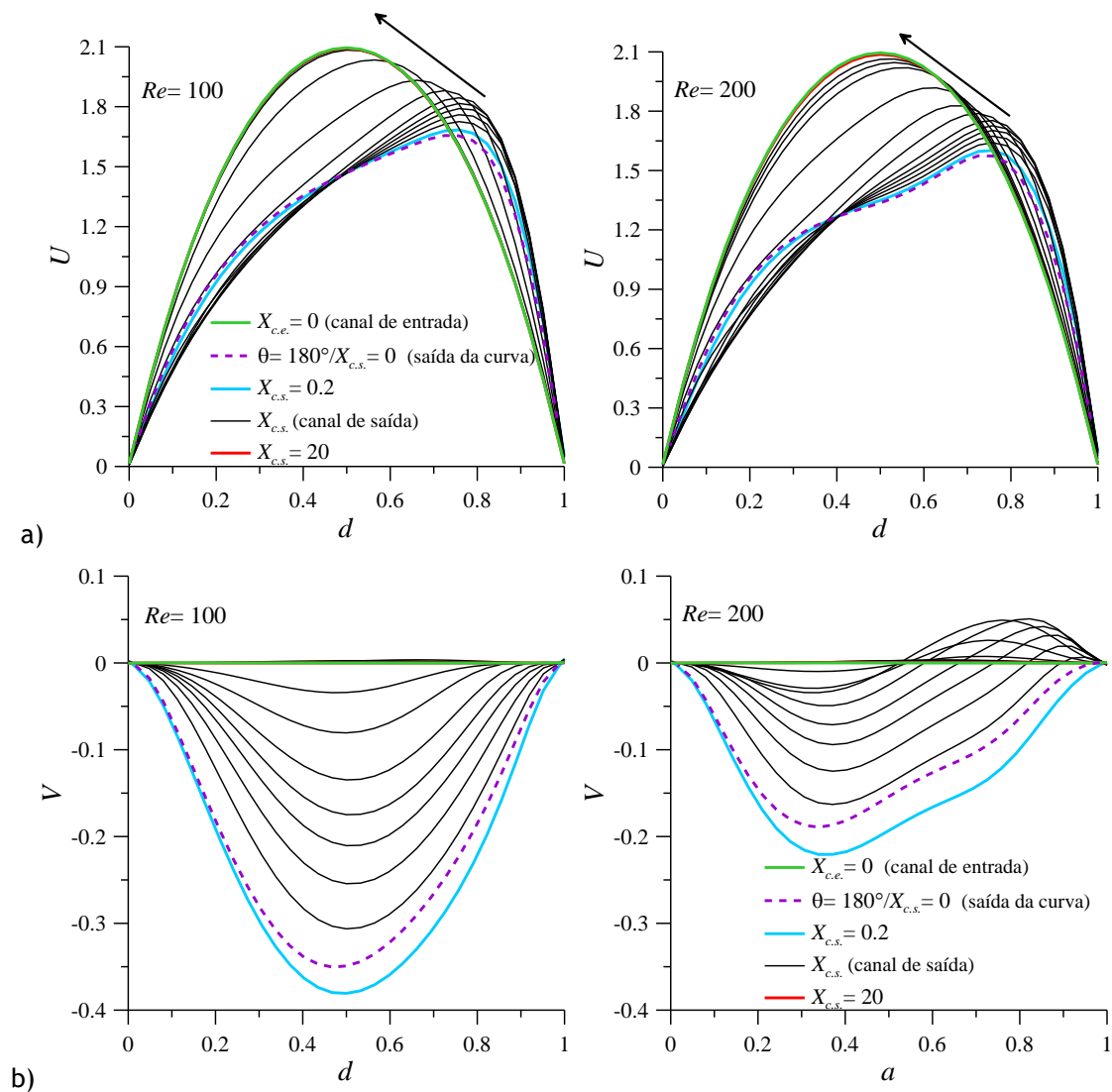


Figura 8.18- Variação da distribuição de: a) U e b) V , no plano $Z = 0.5$, em diferentes posições ao longo do canal recto de saída ($X_{c.s.}$). Fluido newtoniano com $Re = 100$ (esquerda) e $Re = 200$ (direita).

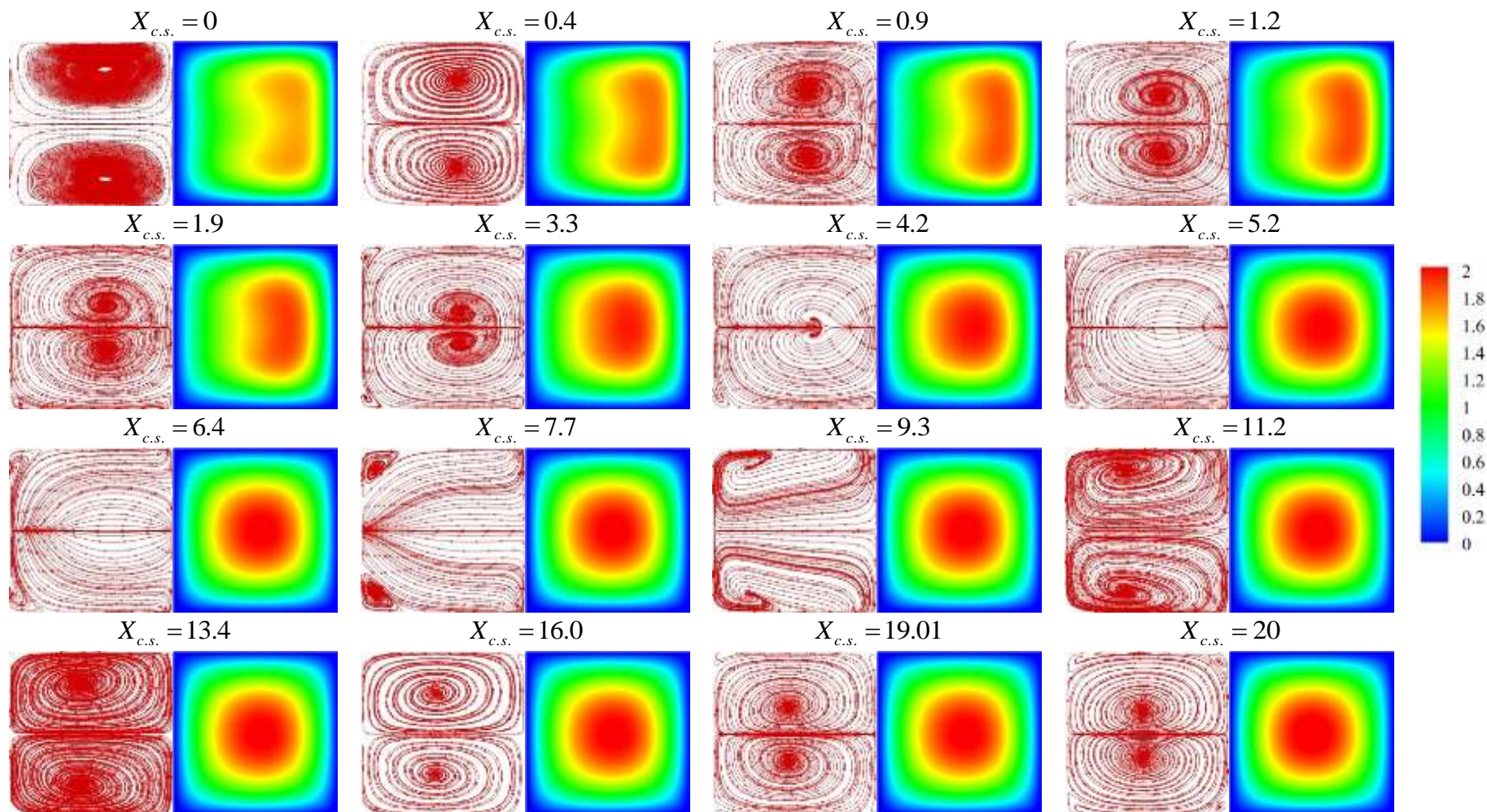


Figura 8.19- Evolução do padrão de escoamento transversal e da distribuição da velocidade axial ao longo do canal recto de saída ($X_{c.s.}$). Fluido newtoniano com $Re = 100$.
(NOTA: linhas de corrente assinaladas a vermelho)

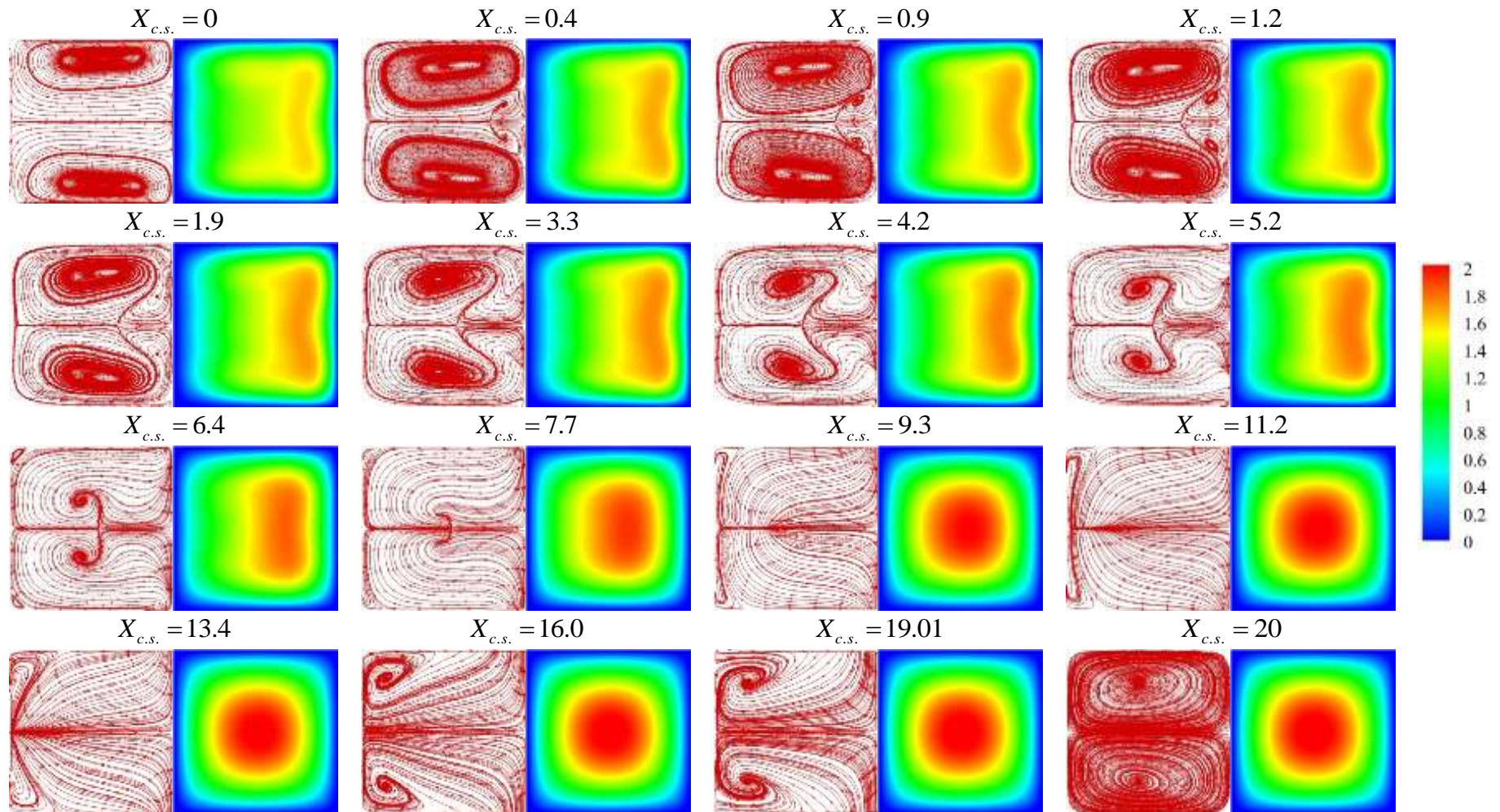


Figura 8.20- Evolução do padrão de escoamento transversal e da distribuição da velocidade axial ao longo do canal recto de saída ($X_{c.s.}$). Fluido newtoniano com $Re = 200$.
(NOTA: linhas de corrente assinaladas a vermelho)

Quando o escoamento entra no canal recto de saída, a velocidade axial é superior na parede exterior comparativamente à parede interior, para a gama de Re considerada (Figura 8.17-a). Imediatamente à entrada do canal de saída ($X_{c.s.} = 0$), a magnitude da velocidade axial aumenta em todo o plano central ao mesmo tempo que corre transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção transversal, até que novo escoamento completamente desenvolvido é atingido (Figura 8.18-a). Este comportamento é ilustrado na Figura 8.18-a, através da evolução do perfil de U ao longo do canal recto de saída ($X_{c.s.}$), para fluido newtoniano com $Re = 100$ e 200 . A Figura 8.18-a mostra que, no final do canal recto de saída ($X_{c.s.} = 20$), o perfil de velocidade axial iguala o perfil completamente desenvolvido (em que a diferença entre os dois perfis é $< 5\%$) nos dois casos representados.

A distribuição da componente transversal V da velocidade (Figura 8.18-b), mostra que a passagem do escoamento da curva para o canal recto de saída resulta primeiro no aumento da magnitude de V ($X_{c.s.} = 0$). Mas, é imediatamente seguido da diminuição deste parâmetro nas posições a jusante, até que V atinge valor ≈ 0 , independentemente do valor de inércia (Figura 8.18-b). Além disso, para $Re = 200$, em paralelo à diminuição de V , desenvolve-se ainda uma região de reversão do escoamento transversal junto à parede exterior do canal (Figura 8.18-b).

O desenvolvimento do escoamento ao longo do canal de saída para $Re = 100$ e 200 , é ilustrado nas Figura 8.19 e Figura 8.20, respectivamente, através da distribuição de U na secção transversal e do padrão de escoamento secundário. As Figura 8.19 e Figura 8.20 mostram que o escoamento secundário desenvolvido na curva se propaga, no canal recto de saída, até ao final do seu comprimento. À entrada do canal recto de saída ($X_{c.s.} = 0$), a região de U máximo localiza-se junto da parede exterior e o escoamento secundário é constituído por dois vórtices simétricos que circulam no sentido da parede exterior. A jusante, observa-se o deslocamento da região de U máximo de volta ao centro da secção transversal, até atingir a distribuição característica do estado de desenvolvimento completo em canal recto. Como consequência, o escoamento secundário característico das curvas desaparece. Na ausência de força centrífuga, o par de vórtices principal começa a “desenrolar”, isto é, a velocidade transversal diminui significativamente ao longo do plano central. Contudo, apesar de magnitude reduzida, o escoamento secundário não desaparece por completo. Com a diminuição da velocidade transversal ao longo do plano central, desenvolve-se um par de vórtices muito reduzido nos cantos da parede interior, com sentido contrário ao sentido de circulação dos vórtices principais do escoamento em curvas. A jusante, estes vórtices aumentam progressivamente em tamanho até que ocupam toda a secção transversal (Figura 8.19 e Figura 8.20). No final da curva, a magnitude do escoamento secundário é diferente de zero, e é constituído por um par de vórtices simétrico com circulação oposta à do par principal de vórtice desenvolvido pela curva (Figura 8.19 e Figura

8.20). Para $Re = 200$ (Figura 8.20), em particular, no início do canal recto de saída e antes do desaparecimento do par de vórtices principal, observa-se o desenvolvimento de uma região de reversão do sentido de circulação do escoamento com formação de um par adicional de vórtices, junto da parede exterior. A jusante, o segundo par de vórtices desaparece e o escoamento segue o mesmo desenvolvimento descrito anteriormente.

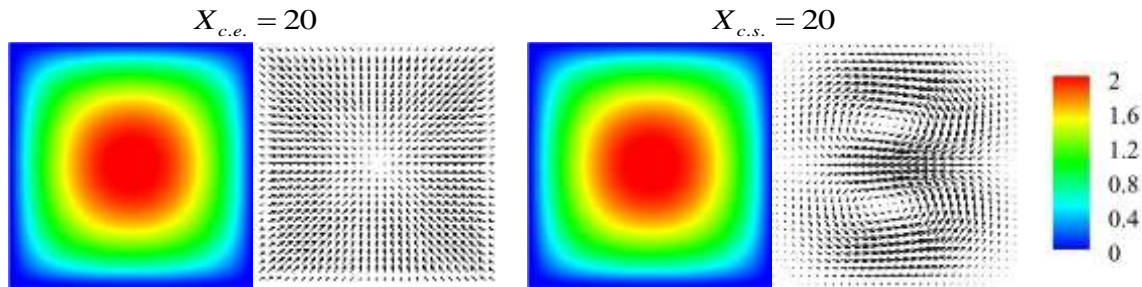


Figura 8.21- Comparação da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário à entrada do canal recto de entrada ($X_{c,e} = 20$) e à saída do canal recto de saída ($X_{c,s} = 20$). Fluido newtoniano com $Re = 100$.

Em ambos os casos, embora o escoamento axial se encontre completamente desenvolvido no final do canal recto de saída (Figura 8.18-a, Figura 8.19 e Figura 8.20), o padrão de escoamento transversal é consideravelmente diferente daquele observado à entrada do canal recto de entrada (Figura 8.21). À saída do canal recto de saída ($X_{c,s} = 20$), o escoamento transversal é constituído por um par de vórtices com sentido de circulação contrário ao do par de vórtices principal desenvolvido em curva, mas com ordem de grandeza muito reduzida, de aproximadamente $\approx 10^{-5}$. O mesmo padrão de escoamento secundário no final do canal recto de saída ($X_{c,s} = 20$, nas Figura 8.19 e Figura 8.20) foi observado, por exemplo, por Kajishima et al. (1989), para curva de comprimento angular igual a $\theta = 90^\circ$, em que o escoamento secundário persiste no canal recto de saída até, pelo menos, uma distância oito vezes superior ao diâmetro do canal. Num canal recto de saída mais longo, o escoamento transversal eventualmente desaparece. Porém, a persistência deste padrão ao longo de uma distância axial considerável (Figura 8.19 e Figura 8.20), pode justificar o aumento de $Re_{crítico}$ (de transição de escoamento laminar para escoamento turbulento) em canal recto, após a passagem do escoamento através de curva verificado, por exemplo, por Sreenivasan & Strykowski (1983).

À entrada do canal recto de saída ($X_{c,s} = 0$), a magnitude local das componentes da velocidade e tensão de corte depende da inércia, no caso newtoniano. A Figura 8.22, ilustra quantitativamente a variação da magnitude de U , V e τ_{xy} com Re , na posição $X_{c,s} = 0$ em diferentes pontos na secção transversal. O aumento da inércia aumenta a velocidade axial na parede exterior do canal, mas diminui na parede interior e centro da secção transversal

(Figura 8.22-a). A componente transversal V diminui no centro e na parede exterior com o aumento da inércia, enquanto na parede interior quase não varia, quando $Re \geq 100$ (Figura 8.22-b). Por sua vez, τ_{xy} aumenta com Re na parede exterior, mas tende a diminuir na parede interior e no centro da secção transversal (Figura 8.22-c).

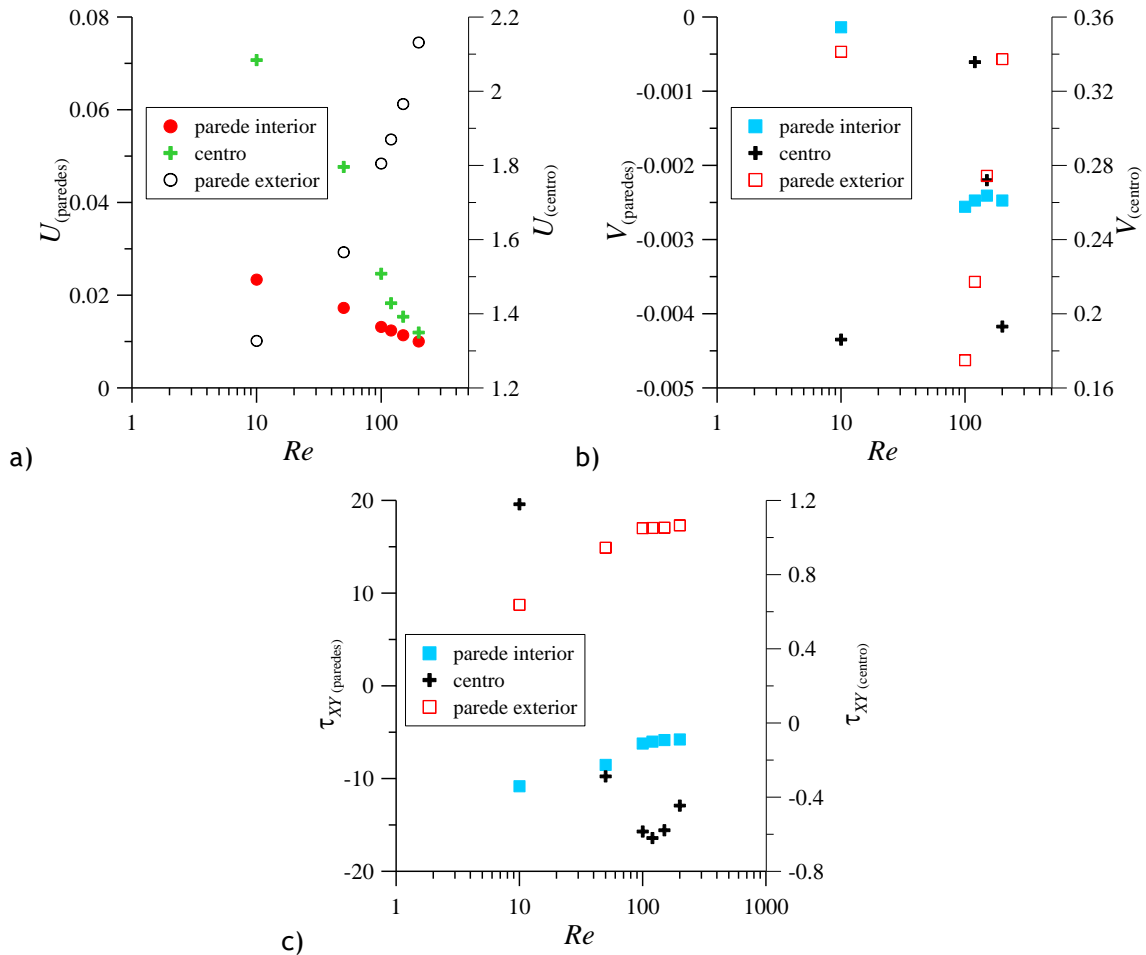


Figura 8.22- Variação da magnitude de: a) U , b) V e c) τ_{xy} com Re , nas paredes interior e exterior do canal e centro da secção transversal, na posição $X_{c.s.}=0$ do canal recto de saída.

A jusante da entrada do canal de saída ($X_{c.s.} > 0$), independentemente do valor de Re , a velocidade axial na parede exterior diminui, enquanto no centro da secção transversal e na parede interior aumenta, como resultado do aumento da velocidade axial e da transferência de quantidade de movimento de volta para o centro da secção transversal (Figura 8.23-a). Ao fim de uma determinada distância axial $X_{c.s.}$, a magnitude de U iguala-se nas paredes e no centro alcança o seu valor máximo, atingindo o desenvolvimento completo. A distância axial necessária para que este comportamento ocorra é designada como L_D e é definida como a distância a jusante da curva onde as variáveis do escoamento atingem uma diferença inferior a 5%, relativamente ao perfil de velocidade teórico de entrada. A Figura 8.24 mostra que

esta distância depende de Re , e é ligeiramente diferente consoante é considerada a parede interior ou exterior da secção. Isto é, L_D aumenta com a inércia nas duas paredes, mas L_D tende a ser maior na parede exterior do que na parede interior (Figura 8.24). Contudo, a diferença entre as paredes diminui com o aumento de Re (Figura 8.24).

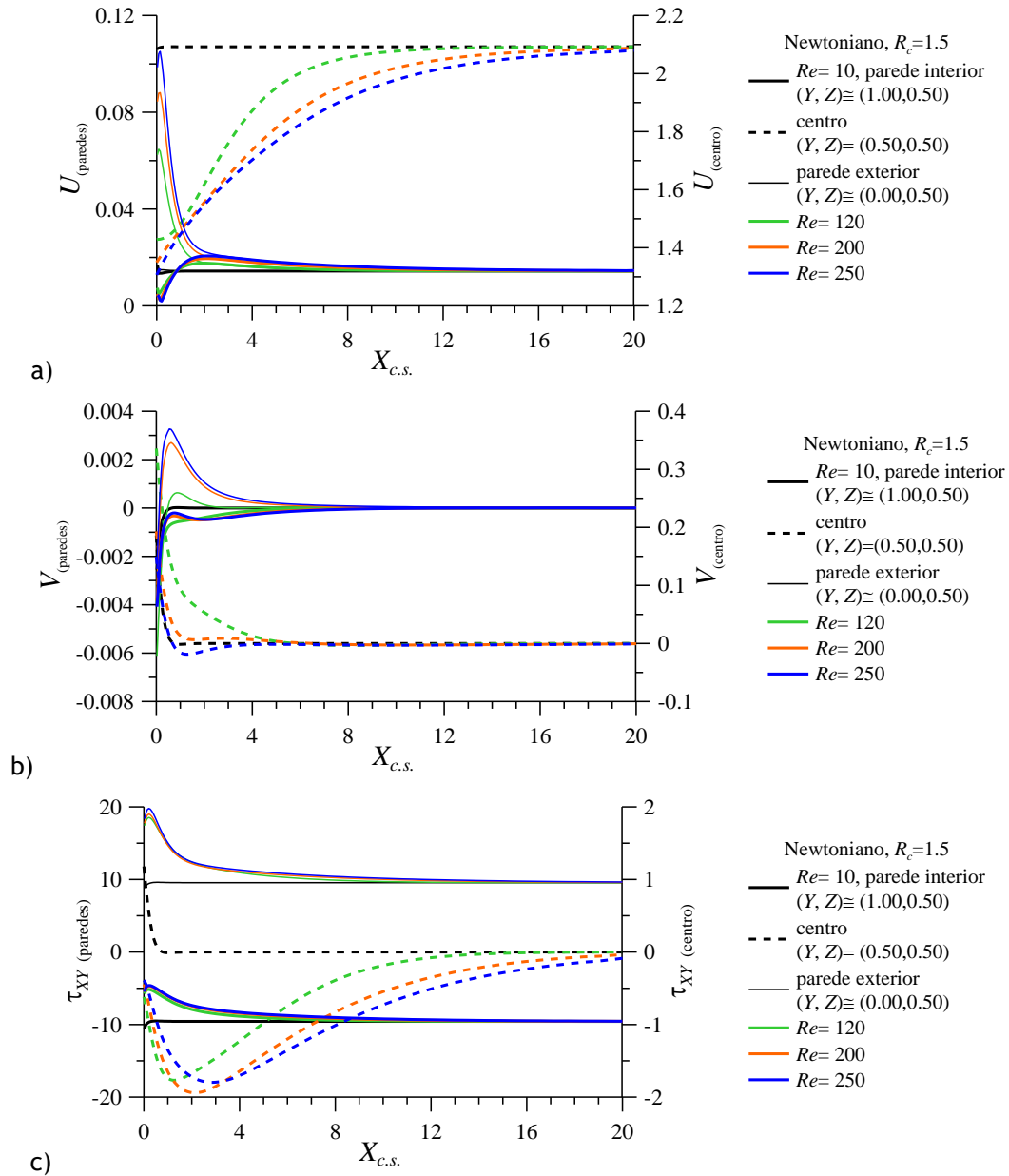


Figura 8.23- Variação de: a) U , b) V e c) τ_{XY} ao longo do canal recto de saída ($X_{c.s.}$), na parede interior, centro e parede exterior, para diferentes valores de Re . Fluido newtoniano com $Re \leq 250$.

A componente transversal V da velocidade diminui em toda a secção transversal, até que ao fim de determinada distância axial atingem valor constante e ≈ 0 (Figura 8.23-b), uma vez que o escoamento transversal não desaparece completamente, no comprimento total do canal recto de saída. A Figura 8.23-b mostra ainda que, na entrada do canal recto de saída,

se desenvolve um pico de V antes desta componente diminuir (Figura 8.23-b). Este comportamento tinha sido já documentado na Figura 8.18, e é tão mais acentuado quanto maior o valor de Re (Figura 8.23-b). Este “overshoot” (ou pico superior) positivo ocorre na parede exterior do canal, em particular, quando se observa o desenvolvimento da região de reversão do escoamento secundário (por exemplo, para $Re = 200$). A inexistência de força centrífuga para “alimentar” o escoamento secundário, resulta na rápida diminuição de V em toda a secção (Figura 8.23-b). Como consequência, τ_{xy} desenvolve o mesmo tipo de pico (Figura 8.23-c). Ao longo do canal recto de saída, τ_{xy} diminui na parede exterior e no centro da secção transversal, onde tende para zero, e aumenta na parede interior até que atinge, novamente, uma distribuição simétrica (Figura 8.23-c).

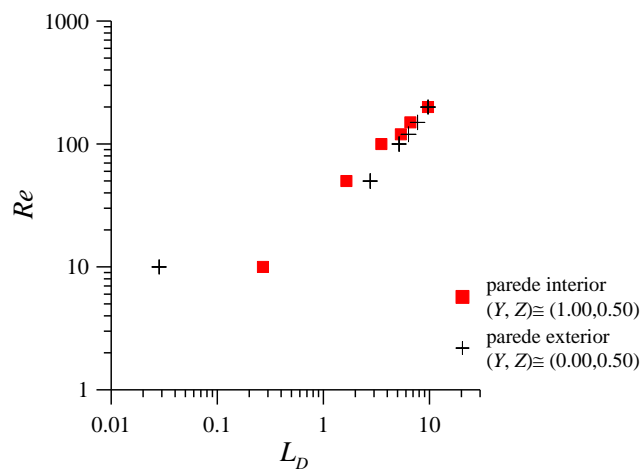


Figura 8.24- Variação de L_D com Re , nas paredes interior e exterior do canal recto de saída.

8.2.2.2. Fluido viscoelástico

No final da curva, a distribuição do escoamento axial e transversal de fluido viscoelástico é análogo ao de fluido newtoniano, em que a contribuição da elasticidade e dos parâmetros viscoelásticos dos modelos reológicos é limitada à magnitude das componentes da velocidade. As figuras seguintes ilustram este resultado.

No final da curva ($\theta = 180^\circ$, Figura 8.25), a distribuição de U e V ao longo do plano é semelhante ao caso newtoniano, porém a elasticidade aumenta a magnitude máxima de U que é superior nos modelos viscoelásticos, mas é sempre menor para o modelo FENE-P (Figura 8.25-a). Já a componente V da velocidade é menor para os modelos viscoelásticos, diminui com o aumento de Wi , mas é sempre menor para o modelo FENE-P (Figura 8.25-b). A distribuição das duas componentes da velocidade revelam ainda que, à saída da curva, o escoamento axial tem a sua região máxima junto da parede exterior e o escoamento secundário é constituído apenas pelo par principal de vórtices, em todos os casos apresentados (Figura 8.25).

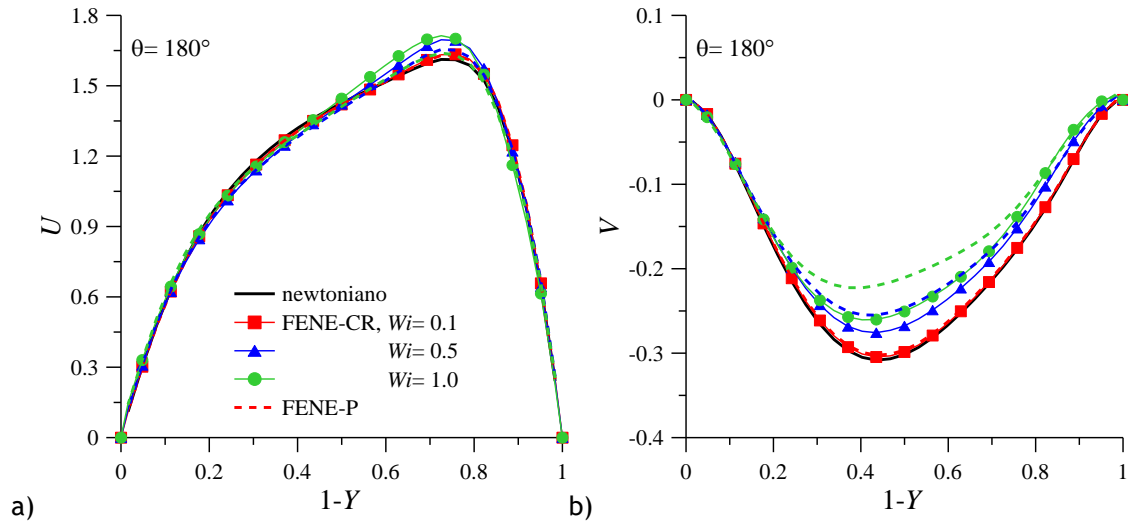


Figura 8.25- Distribuição de: a) U e b) V , no plano $Z = 0.5$, à saída da curva ($\theta = 180^\circ$), para diferentes valores de Wi . Fluido newtoniano, FENE-CR e FENE-P com $Re = 120$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$.

O comportamento do escoamento no final da curva, acima descrito, é observado também quando a extensibilidade é elevada (Figura 8.26) e o parâmetro de retardamento reduzido (Figura 8.27) em todos casos, excepto para o modelo FENE-P quando L^2 é variado. Neste caso em particular, o aumento de L^2 resulta na diminuição do efeito fluidificante do modelo, aumentando a magnitude absoluta do máximo de U e de V , embora seja sempre menor comparativamente ao modelo FENE-CR para as mesmas condições.

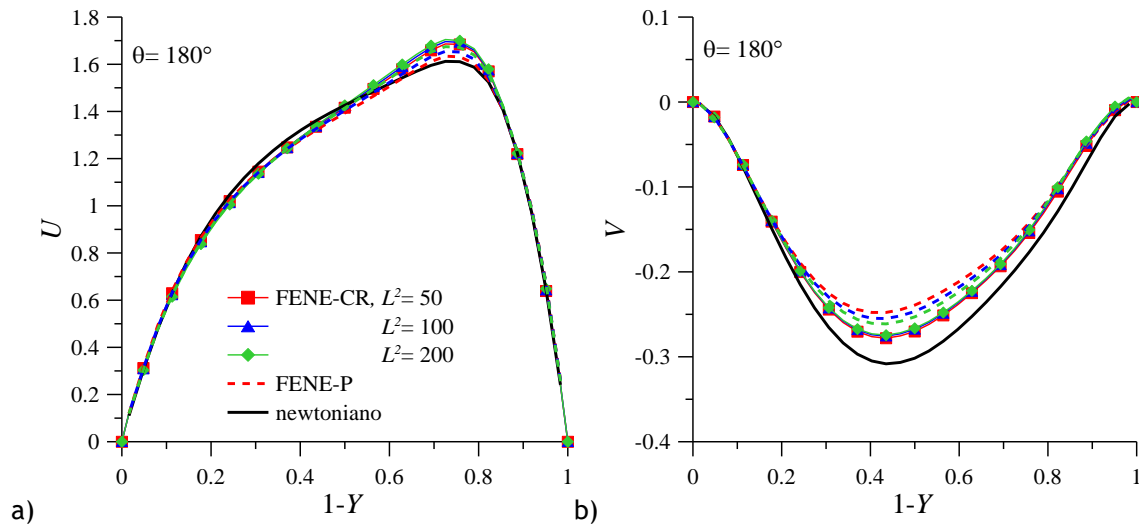


Figura 8.26- Distribuição de: a) U e b) V , no plano $Z = 0.5$, à saída da curva ($\theta = 180^\circ$), para diferentes valores de L^2 . Fluido newtoniano, FENE-CR e FENE-P com $Re = 120$, $Wi = 0.50$ e $\beta = 0.50$.

Considerando o escoamento de fluido viscoelástico ao longo das paredes do canal recto de entrada, o mesmo tipo de comportamento descrito anteriormente para fluido newtoniano, na

Figura 8.23, é verificado quando variados os parâmetros viscoelásticos e o modelo reológico. Todavia, quer a magnitude das componentes da velocidade e da tensão, quer a distância para a qual o escoamento atinge o estado de desenvolvimento completo, dependem tanto dos modelos reológicos como dos parâmetros viscoelásticos. Estes resultados são resumidos nas figuras seguintes, onde é apresentada a variação da magnitude das componentes da velocidade, da tensão de corte e da primeira diferença de tensões normais com Wi , β e L^2 . São também comparados os modelos FENE-P e FENE-CR, para as posições de entrada ($X_{c.s.} = 0$) e de saída ($X_{c.s.} = \max$) do canal recto de saída, nas paredes interior e exterior.

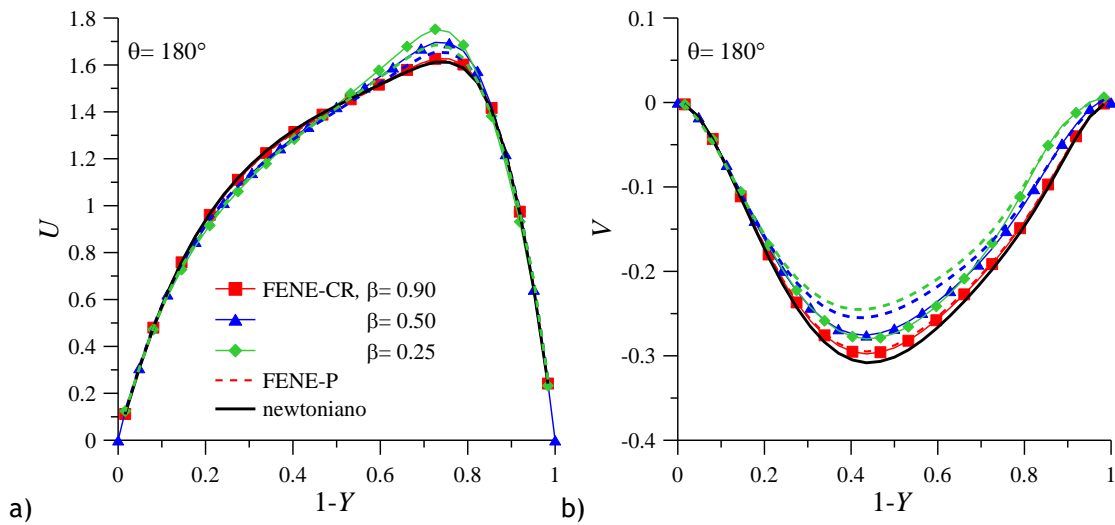


Figura 8.27- Distribuição de: a) U e b) V , no plano $Z = 0.5$, à saída da curva ($\theta = 180^\circ$), para diferentes valores de β . Fluido newtoniano, FENE-CR e FENE-P com $Re = 120$, $Wi = 0.50$ e $L^2 = 100$.

A Figura 8.28-a mostra que à entrada do canal recto de saída ($X_{c.s.} = 0$) a magnitude de U é sempre maior na parede exterior do que na parede interior. Mas, enquanto no modelo FENE-P U é tanto maior quanto maior Wi nas duas paredes, no modelo FENE-CR o aumento de Wi diminui U na parede exterior e aumenta na parede interior. Além disso, enquanto junto da parede interior, onde a tensão de corte é mais reduzida, quase não existem diferenças entre os modelos viscoelásticos, na parede exterior, onde a tensão de corte é elevada, a magnitude de U é sempre maior no caso FENE-P. No final do canal de saída ($X_{c.s.} = \max$), U é igual em ambas as paredes (Figura 8.28-a). Porém, enquanto no modelo FENE-CR a magnitude de U não varia com a elasticidade, no modelo FENE-P a magnitude de U aumenta com Wi (Figura 8.28-a).

À entrada do canal de saída ($X_{c.s.} = 0$), a magnitude de V diminui com a elasticidade na parede exterior, mas aumenta ligeiramente na parede interior, enquanto no final do canal de saída $V \approx 0$ nas paredes (Figura 8.28-b). Este comportamento é verificado em ambos os modelos viscoelásticos (Figura 8.28-b).

Para $X_{c.s.} = 0$, o aumento da elasticidade faz diminuir τ_{XY} na parede exterior, mas aumenta ligeiramente na parede interior (Figura 8.28-c). Este comportamento é registado em ambos os modelos viscoelásticos, contudo τ_{XY} é sempre menor para o modelo FENE-P comparativamente ao modelo FENE-CR. No final do canal ($X_{c.s.} = \max$), a magnitude de τ_{XY} não varia com a elasticidade para o modelo FENE-CR, mas para o modelo FENE-P o valor de τ_{XY} diminui com a elasticidade nas duas paredes na mesma proporção (Figura 8.28-c).

Finalmente, N_1 aumenta com a elasticidade em ambas as paredes e para os dois modelos viscoelásticos (Figura 8.28-d). Porém, à entrada do canal, N_1 é sempre superior na parede exterior, tende a ser menor para o modelo FENE-P comparativamente ao FENE-CR, e a diferença entre os modelos viscoelásticos aumenta com o aumento de Wi (Figura 8.28-d). À saída do canal, a mesma variação de N_1 com Wi é registada (Figura 8.28-d).

Regra geral, o aumento da extensibilidade e a diminuição do parâmetro de retardamento têm o mesmo efeito que o aumento da elasticidade, mas existem excepções.

Comparativamente ao efeito da elasticidade, o aumento da extensibilidade diminui a velocidade axial na parede exterior à entrada do canal para o modelo FENE-P, e no final do canal o mesmo acontece nas duas paredes (Figura 8.29-a). O aumento de L^2 praticamente não altera a magnitude de V (Figura 8.29-b). O aumento de L^2 resulta no aumento de τ_{XY} na parede exterior para o caso FENE-P, no início do canal. No final do canal, o mesmo comportamento é observado nas duas paredes (Figura 8.29-c). Analisando o efeito da diminuição de β , verifica-se um aumento de τ_{XY} nas duas paredes, para os dois modelos (Figura 8.30-c). Este comportamento é verificado tanto no início como no final do canal de saída, e tende a ser menor para o modelo FENE-P (Figura 8.30-c).

A jusante da curva, o escoamento secundário persiste até ao final do canal recto de saída, mas o escoamento axial atinge desenvolvimento completo numa distância menor que o comprimento total do canal. Esta distância, dada pelo parâmetro L_D , é tanto maior quanto maior Re no caso newtoniano (Figura 8.24), e no escoamento de fluido viscoelástico depende também dos parâmetros viscoelásticos. A variação de L_D com Wi , β e L^2 é ilustrada na Figura 8.31.

Considerando o modelo FENE-CR, o aumento de Wi aumenta L_D (Figura 8.31-a). L_D tende a ser maior na parede exterior comparativamente à parede interior, mas a diferença diminui com o aumento de Wi (Figura 8.31-a). O mesmo comportamento é observado com o aumento da extensibilidade (Figura 8.31-b) e do parâmetro de retardamento (Figura 8.31-c). No caso FENE-P, ao contrário do que acontece no modelo FENE-CR, o aumento de Wi resulta na diminuição de L_D nas duas paredes (Figura 8.31-a). O valor de L_D é maior no caso FENE-P para $Wi < 0.3$, mas tende a ser maior no caso FENE-CR para valores de Wi superiores.

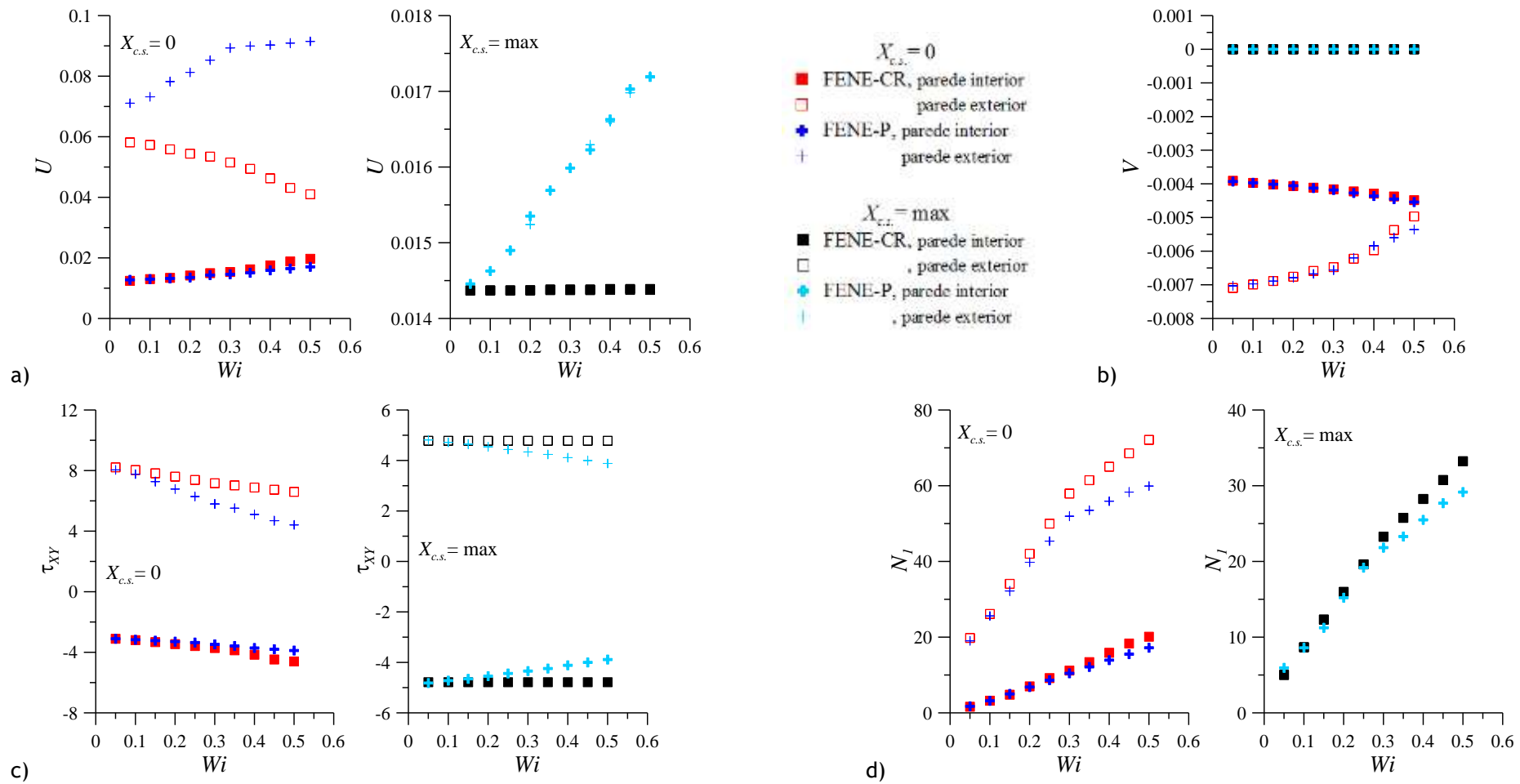


Figura 8.28- Variação de: a) U ; b) V ; c) τ_{XY} e d) N_1 com Wi , à entrada ($X_{c.s.} = 0$) e à saída ($X_{c.s.} = \max$) do canal recto de saída, nas paredes interior ($(Y,Z) \cong (1.00,0.50)$) e exterior ($(Y,Z) \cong (0.00,0.50)$). Fluido FENE-CR e FENE-P com $Re=120$, $\beta=0.50$ e $L^2=100$.

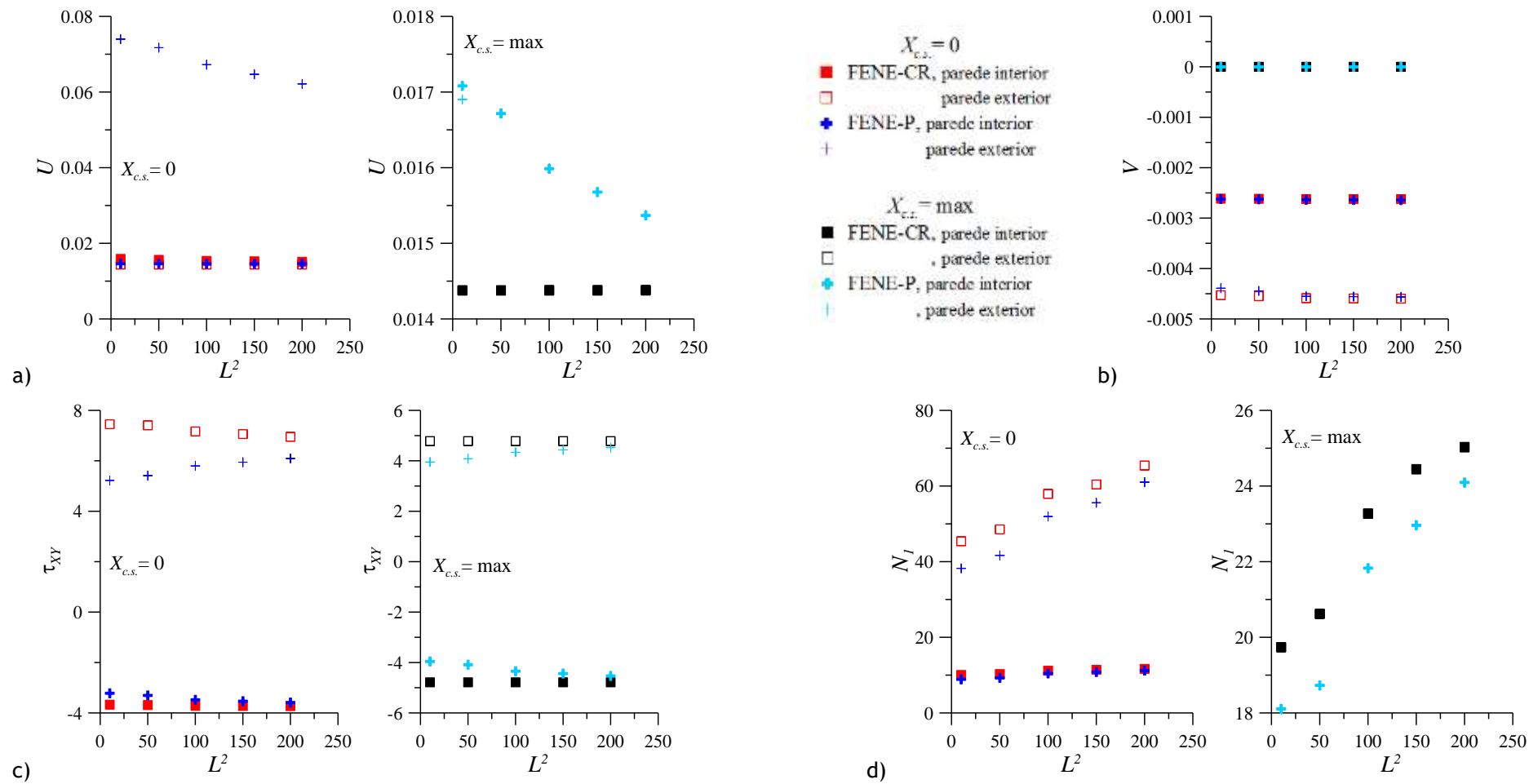


Figura 8.29- Variação de: a) U ; b) V ; c) τ_{XY} e d) N_1 com L^2 , à entrada ($X_{c.s.} = 0$) e à saída ($X_{c.s.} = \max$) do canal recto de saída, nas paredes interior ($(Y, Z) \cong (1.00, 0.50)$) e exterior ($(Y, Z) \cong (0.00, 0.50)$). Fluido FENE-CR e FENE-P com $Re=120$, $Wi=0.50$ e $\beta=0.50$.

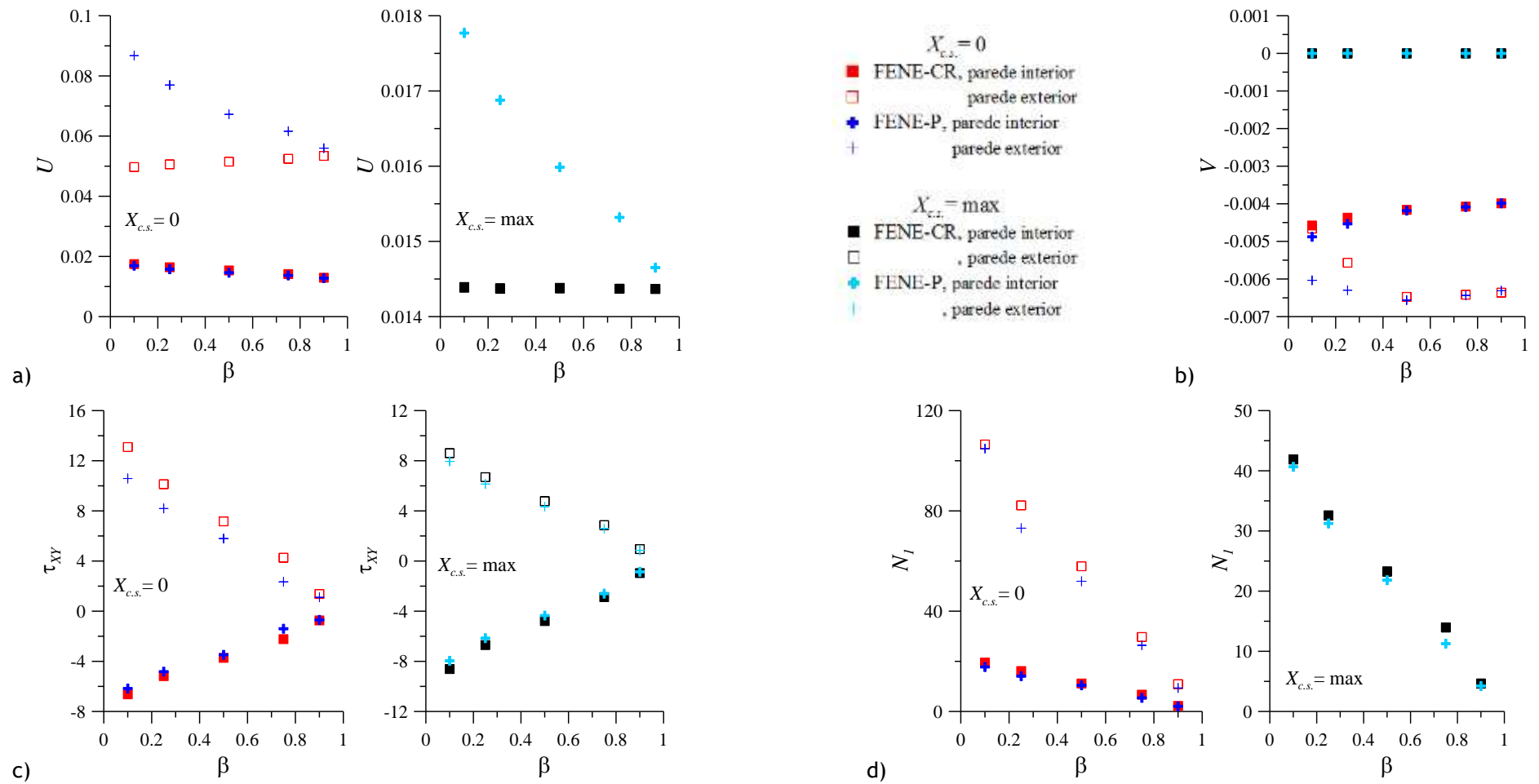


Figura 8.30- Variação de: a) U ; b) V ; c) τ_{XY} e d) N_I com β , à entrada ($X_{c.s.} = 0$) e à saída ($X_{c.s.} = \max$) do canal recto de saída, nas paredes interior ($(Y,Z) \cong (1.00,0.50)$) e exterior ($(Y,Z) \cong (0.00,0.50)$). Fluido FENE-CR e FENE-P com $Re = 120$, $Wi = 0.50$ e $L^2 = 100$.

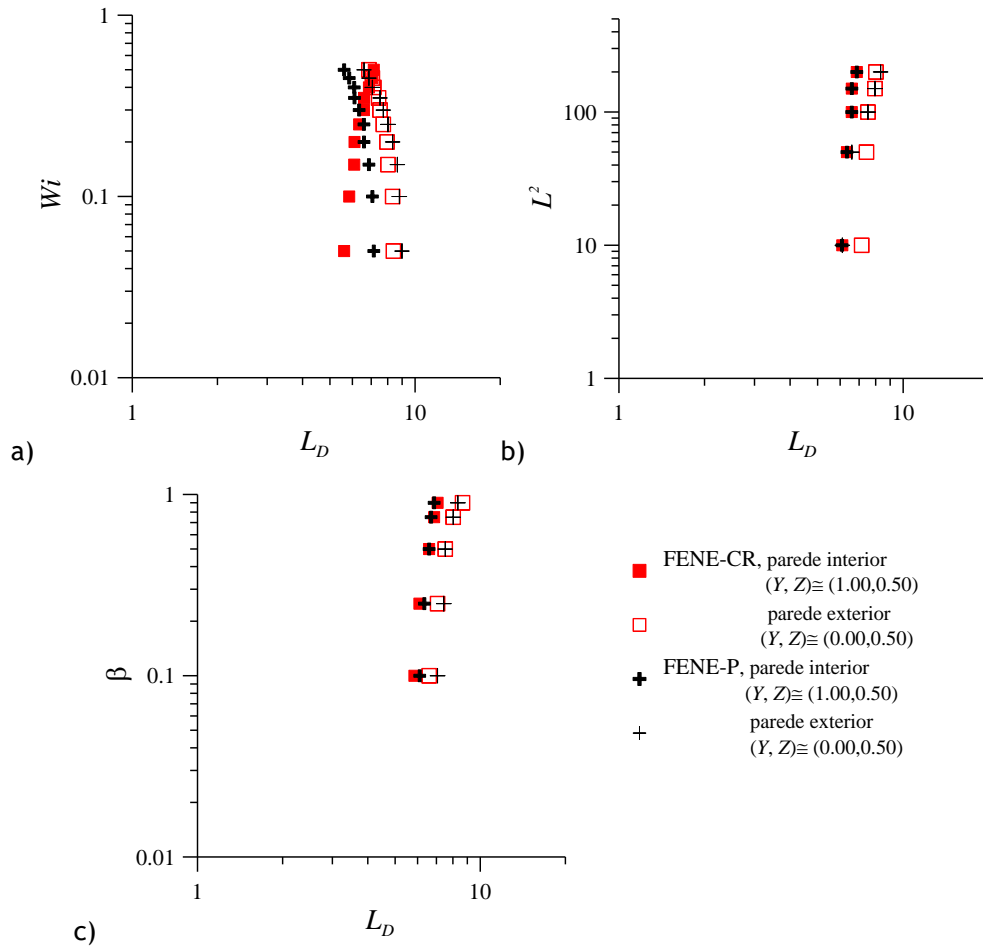


Figura 8.31- Variação da distância L_D com: a) Wi ; b) L^2 e c) β , nas paredes interior e exterior do canal. Modelo FENE-P e FENE-CR com $Re = 120$.

Para modelo FENE-P, o efeito de β e L^2 sobre L_D é semelhante ao observado para o modelo FENE-CR, pois não depende do modelo reológico (Figura 8.31-b e Figura 8.31-c).

O valor de L_D é, em geral, diferente nas paredes, em que L_D é sempre maior na parede exterior do que na parede interior (Figura 8.31). A Figura 8.31 mostra ainda que o comprimento do canal de saída é suficiente para atingir escoamento completamente desenvolvido, pois, independentemente dos parâmetros viscoelásticos e do modelo reológico o valor L_D é sempre < 10 , para as condições assumidas.

8.3. Conclusões

O escoamento através da curva com razão de curvatura acentuada, para além do efeito a jusante da curva, apresenta também efeito sobre o escoamento a montante da curva.

No final do canal recto de entrada, o escoamento é deslocado no sentido da parede interior do canal. Esta alteração do perfil de escoamento resulta: na diminuição da velocidade axial

junto da parede exterior e no aumento junto da parede interior; e no desenvolvimento de escoamento transversal com sinal positivo, mas sem desenvolvimento de vórtices. Este deslocamento do escoamento depende fortemente da geometria, uma vez que é observado mesmo para inércia reduzida (por exemplo, $Re = 1$), e é ligeiramente acentuado pelo aumento da inércia. No escoamento viscoelástico, o modelo reológico e a variação dos parâmetros viscoelásticos não resultam num maior deslocamento do perfil no sentido da parede interior, mas sim numa variação da magnitude máxima das componentes da velocidade. A velocidade axial tende a ser menor para o modelo FENE-P, comparativamente ao modelo newtoniano e FENE-CR, independentemente dos parâmetros viscoelásticos. Já a magnitude de V aumenta com: a diminuição de Wi e de L^2 e com o aumento de β nos dois modelos viscoelásticos, mas é sempre maior para o modelo FENE-P relativamente ao modelo FENE-CR, e é sempre maior no caso newtoniano comparativamente aos casos viscoelásticos.

A distância para a qual se observa o efeito da curvatura a montante aumenta com a inércia, mas é independente dos modelos reológicos e parâmetros viscoelásticos.

A jusante da curva, a magnitude do escoamento axial e a transferência de quantidade de movimento de volta ao centro da secção aumenta, mas a intensidade do escoamento transversal diminui, até que se aproxima de zero quando atinge desenvolvimento completo. Apesar de, no final do canal, o escoamento axial apresentar desenvolvimento completo, o escoamento secundário não desaparece por completo. Este escoamento transversal é constituído por um par de vórtices com rotação contrária à do padrão desenvolvido na curva, mas tem magnitude muito reduzida. Este padrão de escoamento pode justificar o aumento de $Re_{crítico}$ no canal recto a jusante de uma curva verificado por diferentes autores.

A distância necessária para que o escoamento atinja o desenvolvimento completo, no canal recto de saída, aumenta com a inércia, elasticidade, extensibilidade e parâmetro de retardamento em todos os casos simulados, excepto no modelo FENE-P para o qual o oposto é observado com o aumento da elasticidade. Esta distância é sempre maior na parede exterior comparativamente à parede interior, mas é menor do que 10 vezes o lado da secção transversal, quaisquer que sejam as condições de escoamento considerando $Re = 120$.

Capítulo 9.

Efeito das condições de entrada

O escoamento em desenvolvimento é fortemente afectado pelas condições de entrada (Singh (1974), Olson & Snyder (1985), Soh (1988)). As condições de entrada são tão importantes no desenvolvimento do escoamento em curvas que, segundo Squire & Winter (1951) e Hawthorne (1951), a distribuição não-uniforme da velocidade à entrada da curva pode levar ao aparecimento de escoamento secundário mesmo na ausência de viscosidade.

Algumas das condições de entrada usualmente assumidas no escoamento em canais curvos são: pressão dinâmica constante; velocidade axial uniforme (perfil tampão); escoamento de Poiseuille (escoamento completamente desenvolvido para um canal recto, isto é, entrada com perfil parabólico); e perfil de velocidade/pressão oscilatório. Singh (1974), Olson & Snyder (1985) e Soh (1988) estudaram a dependência do desenvolvimento do escoamento com o perfil de entrada usando uma abordagem analítica, experimental e numérica, respectivamente. Singh (1974) considerou perfis de entrada de velocidade uniforme e de pressão dinâmica constante, enquanto Olson & Snyder (1985) e Soh (1988) consideraram perfis de entrada uniforme e parabólico, e chegaram à mesma conclusão geral: o desenvolvimento do escoamento depende significativamente do perfil de entrada, mas quando o escoamento atinge o desenvolvimento completo, a estrutura do escoamento passa a ser independente das condições de entrada.

O desenvolvimento do escoamento para diferentes condições de entrada distingue-se, em primeiro lugar, pelo deslocamento do máximo da velocidade axial na secção transversal, que ocorre na primeira metade de uma curva de 180° (Taylor et al. (1982)). De uma forma simplista, quando o perfil da velocidade à entrada é uniforme, a velocidade é redistribuída formando um máximo junto da parede interior da curva imediatamente à entrada da curva. A jusante, este máximo desaparece gradualmente e surge um novo máximo junto da parede exterior da curva. Quando o perfil de velocidade à entrada é parabólico (completamente desenvolvido, em linha recta, no tubo ou conduta de entrada), o máximo da velocidade axial desloca-se imediatamente no sentido da parede exterior da curva (Olson & Snyder (1985), Soh & Berger (1984)). A redistribuição da velocidade axial ao longo da região de desenvolvimento é claramente diferente nos dois casos, mas a jusante, segundo Olson & Snyder (1985), as estruturas dos escoamentos aproximam-se até que, eventualmente, se igualam.

9.1. Descrição do problema

Neste capítulo serão analisados os efeitos das condições de entrada sobre o desenvolvimento do escoamento numa curva de comprimento angular igual a 180° .

Os resultados estão divididos em duas partes principais. A primeira parte compreende o efeito do perfil de entrada em canais com curvatura moderada ($R/d = 7.5$), onde o escoamento a montante da curva não é alterado com a curvatura. Aqui será comparado o desenvolvimento do escoamento assumindo, como condições de entrada na curva, os perfis de escoamento completamente desenvolvido e uniforme. Quando considerado perfil uniforme, a conduta curva não possui canal recto adicional de entrada de forma a garantir que o escoamento não se desenvolve, e as diferenças entre o desenvolvimento dos escoamentos são efeito do perfil de velocidade imposto. Na segunda parte é abordado o escoamento através de canal com curvatura acentuada ($R/d = 1.5$), onde o escoamento a montante da curva é alterado pela curvatura. Nesta parte, para além do efeito do perfil de entrada (uniforme e completamente desenvolvido), é também avaliado o efeito da presença ou não do canal recto de entrada sobre o desenvolvimento do escoamento.

O canal considerado tem a mesma configuração do canal genérico da Figura 4.7, com secção transversal quadrada ($A = 1$). O efeito das condições de entrada são analisadas para os modelos newtoniano e viscoelásticos FENE-P e FENE-CR.

Para curva com $R/d = 7.5$, o escoamento de fluido newtoniano é avaliado para $Re \leq 350$, enquanto o escoamento de fluido viscoelástico é avaliado para $Re = 350$, $0.1 \leq Wi \leq 1.0$, $0.0 < \beta < 1.0$ e $50 \leq L^2 \leq 200$. Aqui, o efeito de β e L^2 é ilustrado somente para perfil de entrada uniforme. Para curva com $R/d = 1.5$, o escoamento é avaliado apenas para fluido viscoelástico FENE-CR assumindo $Re = 120$, $0.1 \leq Wi \leq 1.0$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

9.2. Resultados - Canal com curvatura moderada

9.2.1. Fluido newtoniano

O desenvolvimento do escoamento ao longo da curva considerando os dois perfis de entrada, uniforme e completamente desenvolvido, são comparados na Figura 9.1-a. Para $Re = 350$, verifica-se que o escoamento depende consideravelmente do perfil de entrada na primeira metade da curva. Na segunda metade da curva, os dois escoamentos atingem desenvolvimento completo, para as condições de escoamento consideradas, e os perfis de velocidade axial igualam-se. Na Figura 9.1-b é comparado o desenvolvimento do escoamento com velocidade uniforme à entrada obtido por diferentes autores. Neste gráfico verifica-se que apesar das diferenças entre os perfis de velocidade axial, devido principalmente às diferentes condições de escoamento tais como a inércia (Re) e a curvatura do canal (R_c), a tendência da evolução do escoamento é semelhante. Isto é, para perfil uniforme à entrada da curva, a magnitude da velocidade na zona central aumenta e verifica-se um deslocamento ligeiro do perfil no sentido da parede interior da curva. A jusante, a velocidade axial continua a aumentar até que desenvolve um máximo. Devido à força centrífuga este máximo localiza-se na parede exterior da curva, e assim permanece até ao final da curva (Figura 9.1).

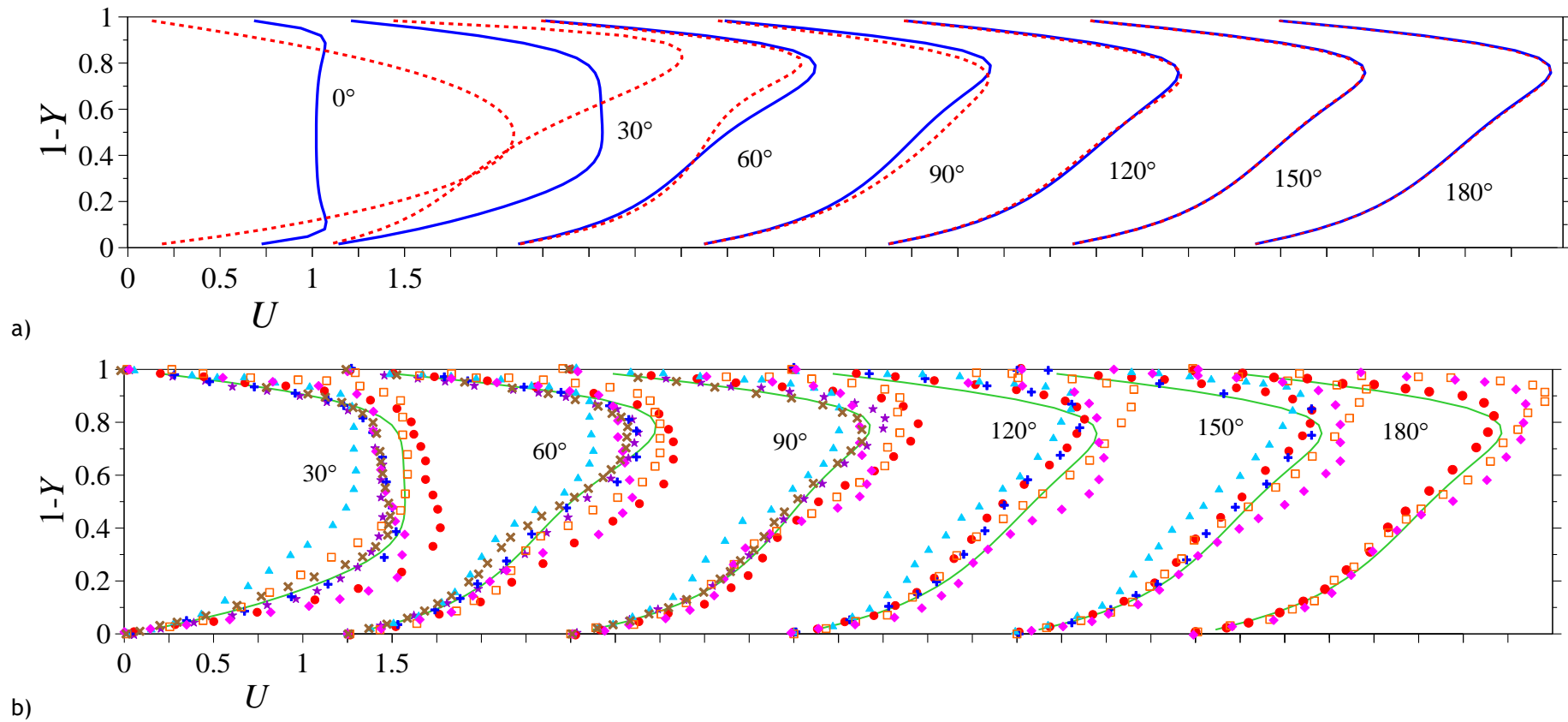


Figura 9.1- Evolução da distribuição de U , no plano $Z=0.50$, ao longo da curva: a) fluido newtoniano com $Re=350$, comparação entre as condições de entrada uniforme (linha continua) e completamente desenvolvido (linha tracejada); b) comparação entre os resultados obtidos e outros trabalhos para perfil de entrada uniforme (\bullet Soh & Berger (1984): $Re=242$ e $R_c=1/20$; \star Soh & Berger (1984): $Re=242$ e $R_c=1/7$; \oplus Agrawal et al. (1978): $K=565$ e $R_c=1/20$; \blacktriangle Soh & Berger (1984): $Re=1263$ e $R_c=1/20$; \square Soh & Berger (1984): $Re=1500$ e $R_c=1/20$; \blacklozenge Soh & Berger (1984): $Re=900$ e $R_c=1/7$; Soh (1988): $Re=574$ e $R_c=1/6.45$).

Este comportamento é análogo ao descrito por Agrawal et al. (1978), Soh & Berger (1984) e Soh (1988).

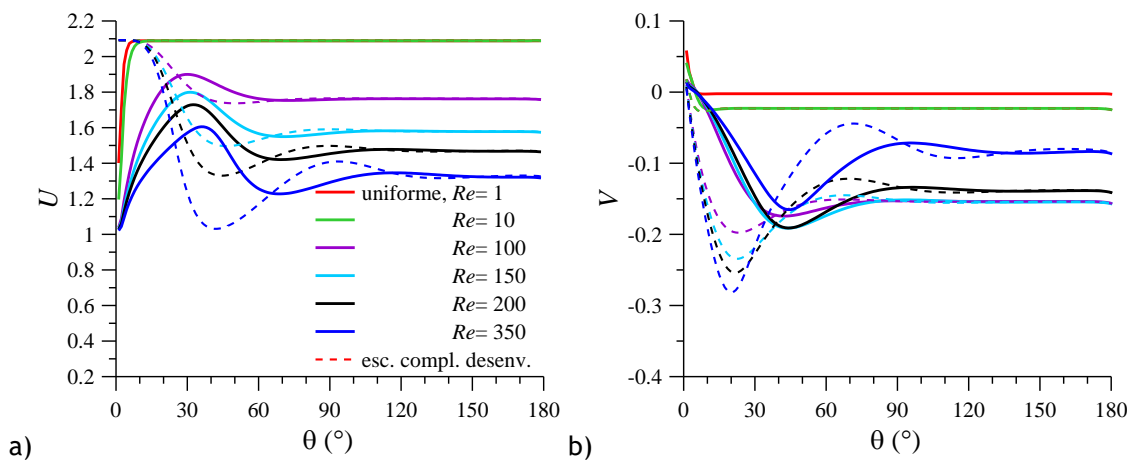


Figura 9.2- Comparação entre a evolução do escoamento com perfil de entrada uniforme e completamente desenvolvido: a) U e b) V ao longo da curva no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$. Fluido newtoniano com diferentes valores de Re .

A evolução da velocidade axial ao longo da curva, no ponto central da secção transversal, é comparada para os dois perfis de entrada na Figura 9.2, para diferentes valores de Re . No centro da secção transversal (Figura 9.2-a), enquanto no caso de perfil de entrada completamente desenvolvido a velocidade axial diminui imediatamente ao entrar na curva, no caso de perfil de entrada uniforme a velocidade axial local aumenta. Para perfil uniforme, a magnitude de U aumenta até um máximo (para $Re=350$, $U=1.605$ na posição $\theta=35.78^\circ$), posteriormente diminui e aumenta ligeiramente até que atinge um valor constante (para $Re=350$, $U=1.325$ na posição $\theta \geq 144^\circ$, Figura 9.2-a). No caso de perfil completamente desenvolvido, o escoamento atinge desenvolvimento completo numa posição a jusante e de magnitude praticamente igual (para $Re=350$, $U=1.333$ na posição $\theta \geq 164^\circ$, Figura 9.2-a). Junto das paredes (Figura 9.3-a), U é maior no caso de perfil uniforme do que no caso de perfil desenvolvido, à entrada da curva. No primeiro caso, a velocidade axial diminui consideravelmente na parte inicial da curva ($\theta \approx 10^\circ$) junto das paredes, como resultado do estabelecimento da camada limite, sendo esta diminuição mais intensa junto da parede interior (Figura 9.3-a). A jusante, U atinge valor constante mas de magnitude diferente (para $Re=350$, $U=0.123$ na parede interior, e $U=0.218$ na parede exterior da curva). Para o perfil completamente desenvolvido, a velocidade axial diminui ligeiramente junto da parede interior da curva, mas aumenta consideravelmente junto da parede exterior da curva, como resultado do deslocamento da região de U máximo no sentido da parede exterior da curva. A jusante, U diminui ligeiramente até que atinge valor constante, tal como para perfil de entrada uniforme (Figura 9.3-a).

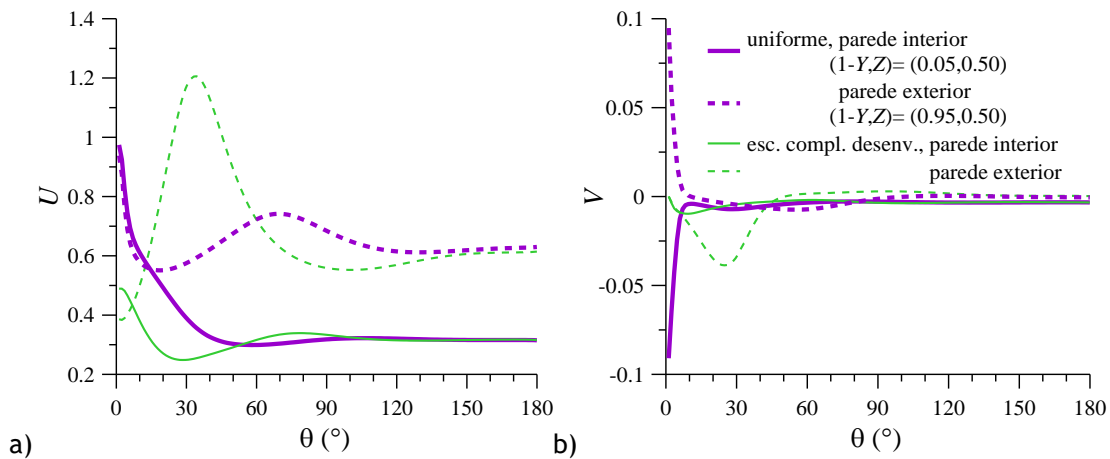


Figura 9.3- Evolução de: a) U e b) V , ao longo da curva nas paredes interior e exterior. Comparação entre perfis de entrada uniforme e completamente desenvolvido de fluido newtoniano com $Re = 350$.

Considerando a componente transversal V da velocidade no centro da secção transversal (Figura 9.2-b), a magnitude de V aumenta nos dois casos, sendo o aumento mais rápido e mais acentuado no caso de perfil completamente desenvolvido (para $Re = 350$, $V = -0.2816$ na posição $\theta = 19^\circ$ para perfil de entrada completamente desenvolvido, e $V = -0.1652$ na posição $\theta = 42.5^\circ$ para perfil uniforme). Depois, a magnitude de V diminui nos dois casos e no final da curva atinge valor constante (para $Re = 350$, $V = -0.0838$ para perfil uniforme e $V = -0.0801$ para perfil completamente desenvolvido). O sinal de V é negativo nos dois casos indicando que o escoamento transversal tem o sentido da parede exterior da curva, característico do par de vórtices principal que se desenvolve como consequência do efeito da força centrífuga. Já nas paredes, V diminui progressivamente até $V \approx 0$ para perfil uniforme, enquanto para perfil completamente desenvolvido V aumenta no sentido negativo no início da curva ($\theta < 30^\circ$) e a jusante diminui para $V \approx 0$ (Figura 9.3-b).

A Figura 9.2 mostra ainda as diferenças entre a evolução do escoamento com perfil de entrada uniforme e completamente desenvolvido com ao aumento da inércia para fluido newtoniano. À entrada da curva ($\theta = 0^\circ$), a magnitude de U e V depende unicamente do perfil de entrada. A jusante, para $Re \leq 10$ a magnitude de U e V depende apenas da inércia, enquanto para $Re > 10$ passa a depender quer da inércia quer do perfil de entrada (Figura 9.2). Porém, quando o escoamento se desenvolve completamente, a magnitude de U passa a depender da inércia apenas (Figura 9.2-a), enquanto V é independente do perfil de entrada e da inércia, mas apenas quando $Re > 150$ (Figura 9.2-b). A distância angular necessária para o escoamento se desenvolver completamente na curva aumenta com Re , e depende do perfil de velocidade à entrada (Figura 9.2).

A evolução da tensão de corte (τ_{xy}) no ponto central da secção transversal e junto das paredes interior e exterior da curva é ilustrada na Figura 9.4. No centro (Figura 9.4-a), τ_{xy}

aumenta em magnitude nos dois casos, mas este aumento é atrasado pelo perfil uniforme à entrada (para $Re = 350$, $\tau_{XY} = -2.654$ na posição $\theta = 24.6^\circ$ para perfil de entrada completamente desenvolvido, e $\tau_{XY} = -1.924$ na posição $\theta = 50.3^\circ$ para perfil uniforme). A jusante, τ_{XY} diminui e atinge valor constante e igual nos dois casos (Figura 9.4-a). As oscilações da evolução de τ_{XY} e as diferenças entre os escoamentos são acentuadas pelo aumento de Re , e se prolongam para jusante, quando $Re > 10$ (Figura 9.4-a).

Nas paredes, a magnitude de τ_{XY} é superior no caso de perfil uniforme, à entrada da curva (Figura 9.4-b). A jusante, na parede interior, τ_{XY} diminui nos dois casos e atingem valor igual e constante. Na parede exterior, τ_{XY} aumenta e desenvolve um pico no caso de perfil completamente desenvolvido. A jusante τ_{XY} diminui ligeiramente e atinge valor constante na segunda metade da curva. Já no caso de perfil uniforme a magnitude de τ_{XY} diminui no início da curva e a jusante atinge também valor constante. Apesar das diferenças na evolução ao longo da curva, a magnitude de τ_{XY} no final da curva é independente do perfil de entrada.

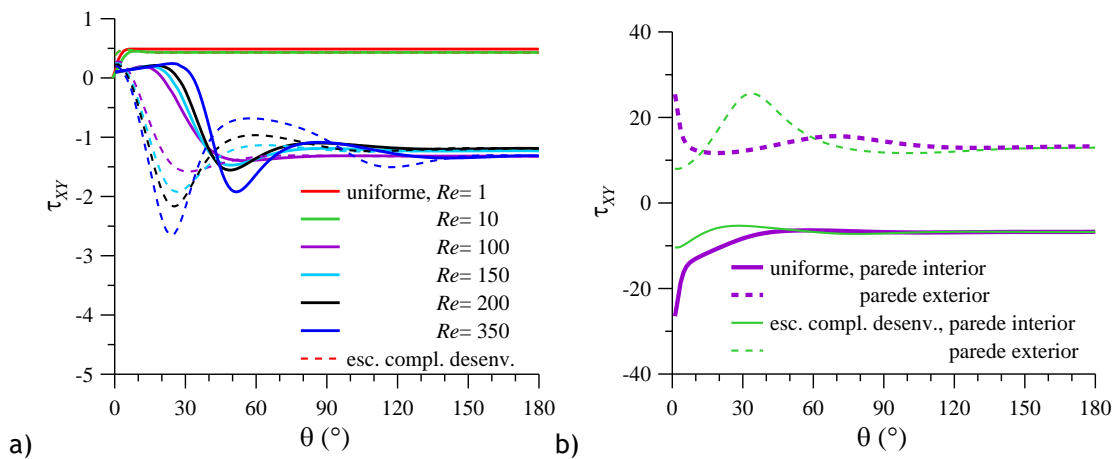


Figura 9.4- Evolução de τ_{XY} ao longo da curva: a) no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$ para diferentes valores de Re ; e b) junto das paredes interior $((1-Y, Z) = (0.05, 0.50))$ e exterior $((1-Y, Z) = (0.95, 0.50))$. Comparação entre perfis de entrada uniforme e completamente desenvolvido de fluido newtoniano com $Re = 350$.

9.2.2. Fluido viscoelástico

A variação da velocidade axial na secção transversal e do padrão do escoamento secundário com perfil de entrada uniforme e completamente desenvolvido são comparados na Figura 9.5, para o caso particular de fluido FENE-CR com $Re = 350$, $Wi = 0.5$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.5$. No caso de perfil de entrada completamente desenvolvido, o deslocamento do escoamento no sentido da parede exterior da curva ocorre imediatamente ao entrar na curva

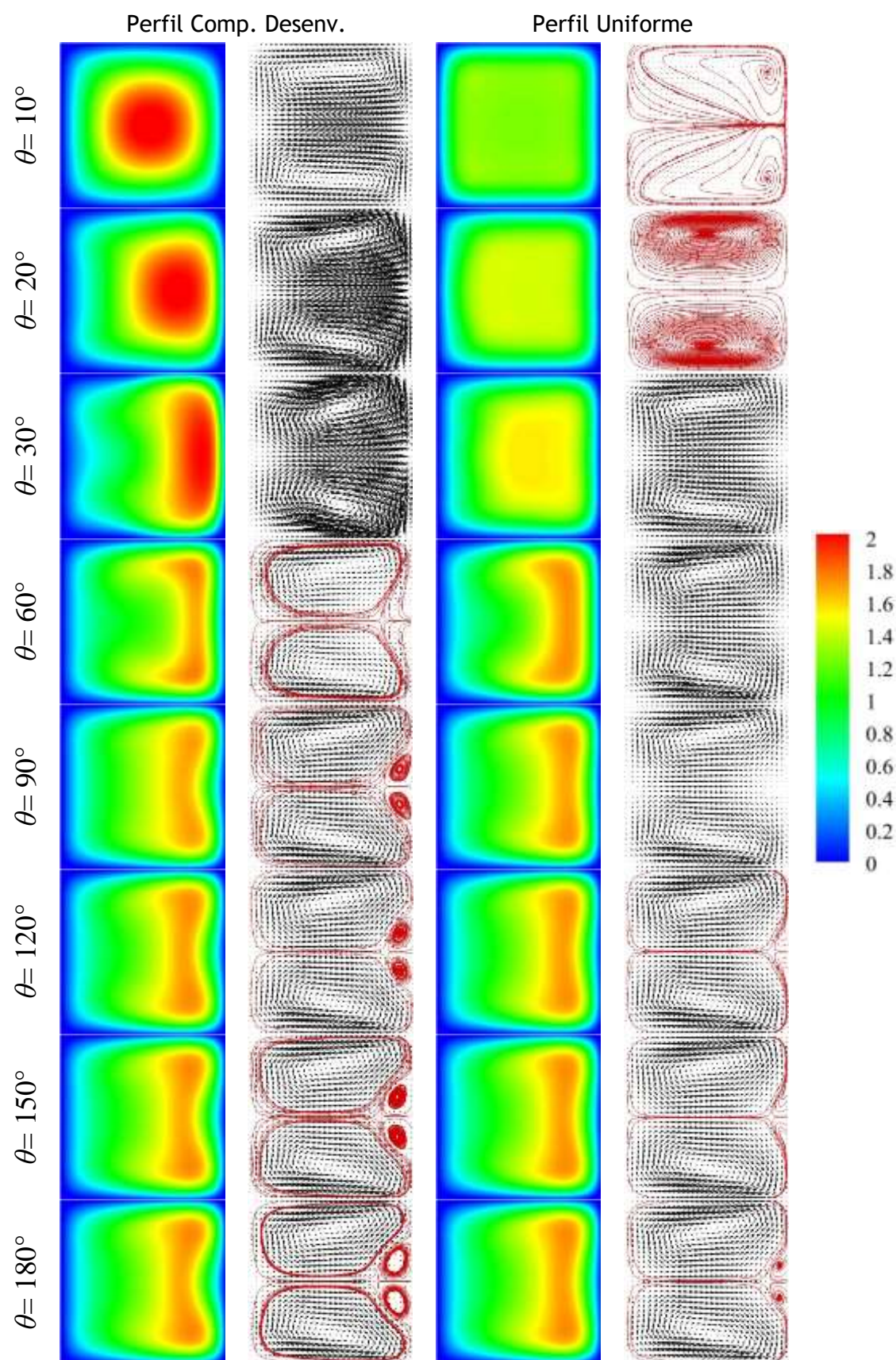


Figura 9.5- Evolução da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário, ao longo da curva para perfil de entrada de escoamento: completamente desenvolvido (esquerda) e uniforme (direita).

Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $Wi = 0.50$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

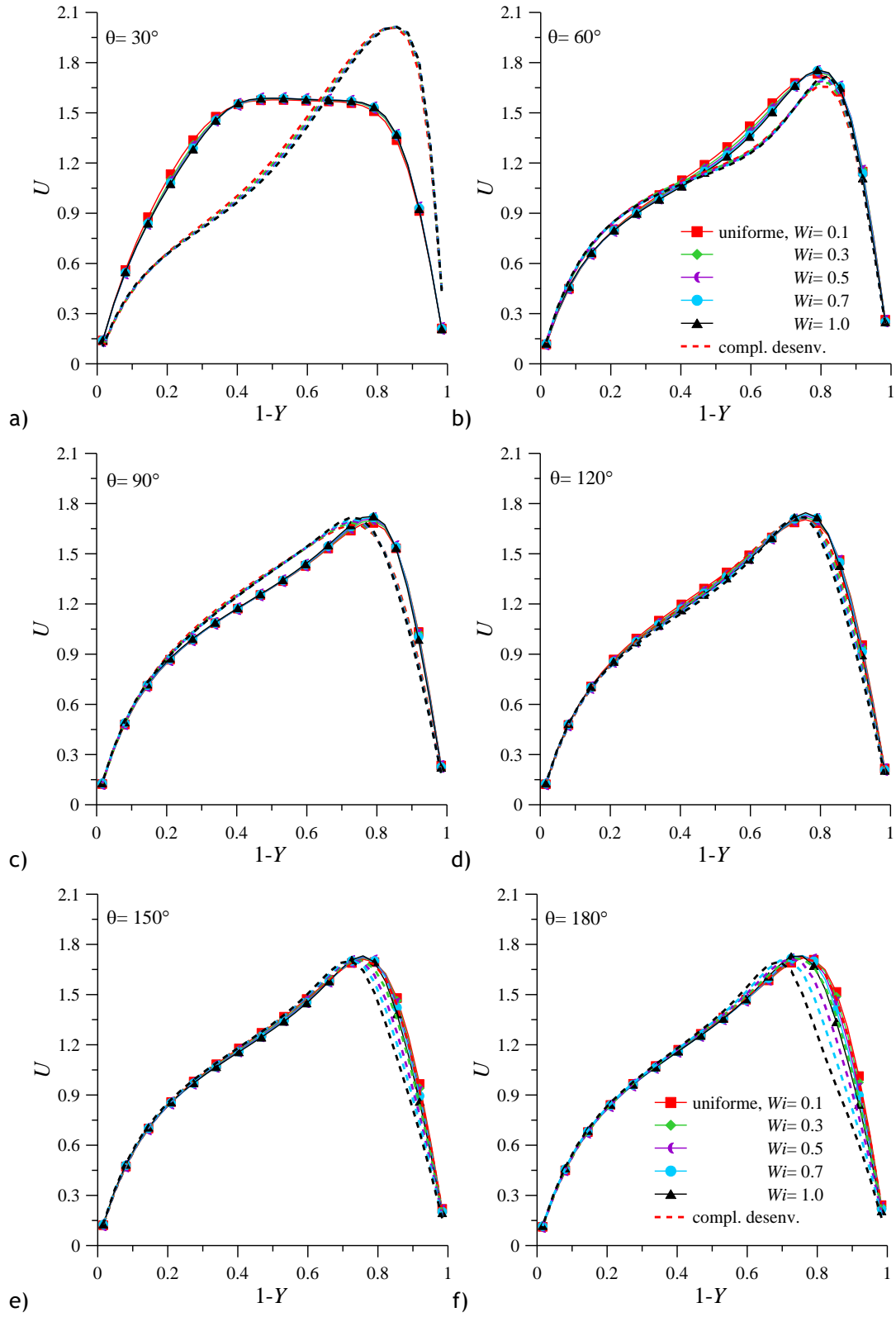


Figura 9.6- Distribuição de U , do plano $Z = 0.50$ em diferentes posições angulares: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° . Comparação entre perfil de entrada uniforme (linha com símbolo) e completamente desenvolvido (linha interrompida). Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$, para diferentes valores de Wi .

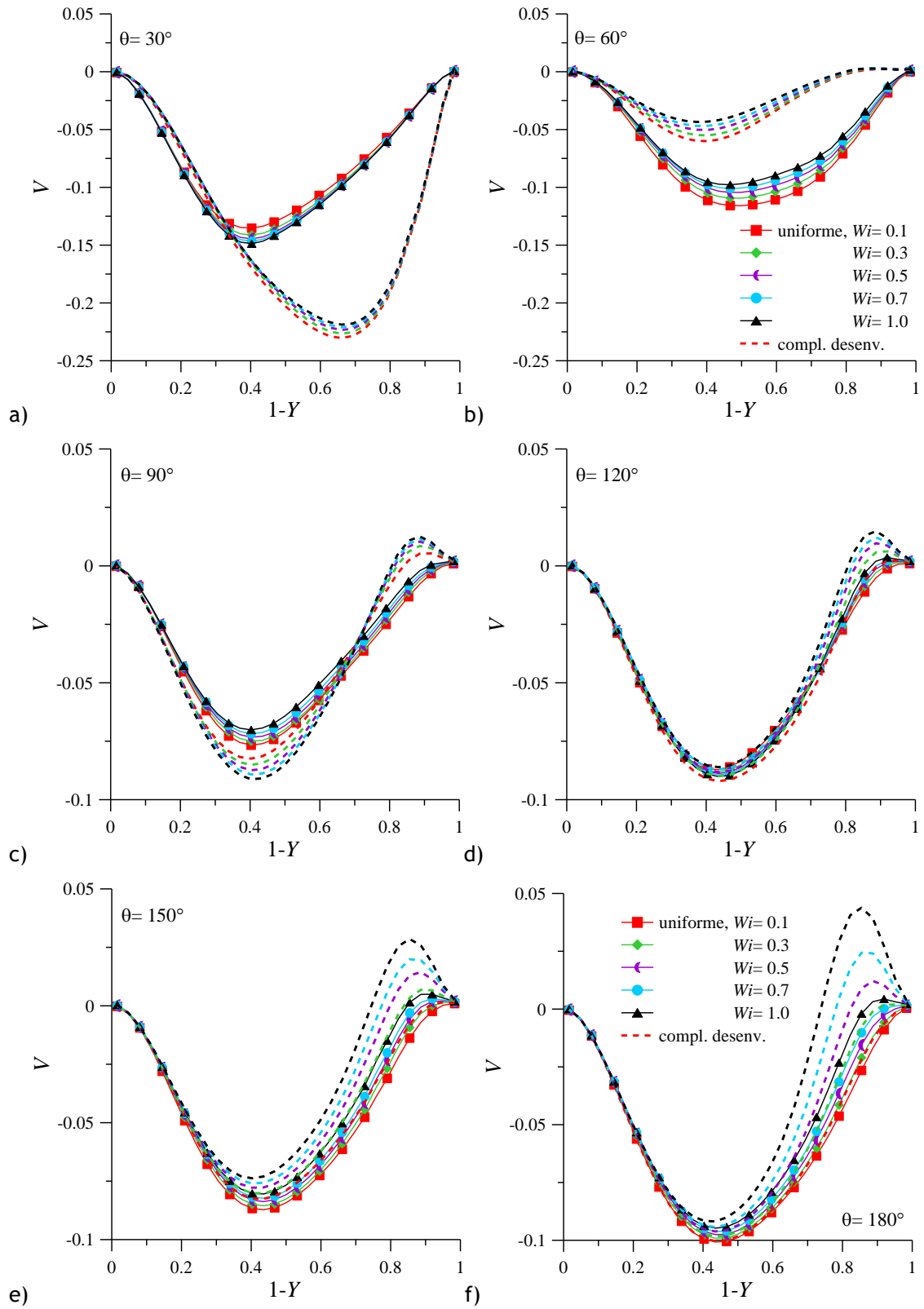


Figura 9.7- Distribuição de V , do plano $Z = 0.50$ em diferentes posições angulares: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° . Comparação entre perfil de entrada uniforme (linha com símbolo) e completamente desenvolvido (linha interrompida). Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$ e

$L^2 = 100$, para diferentes valores de Wi .

(Figura 9.5, lado esquerdo). Contudo, no caso de perfil de entrada uniforme, ocorre o desenvolvimento da região de velocidade axial máxima no centro da secção transversal, ao mesmo tempo que esta é deslocada no sentido da parede exterior da curva por acção da força centrífuga (Figura 9.5 lado direito, entre $10^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$). A jusante, a distribuição de U nos dois escoamentos aproxima-se mas não se iguala.

Analizando o padrão do escoamento transversal, as diferenças entre os escoamentos são evidentes. A Figura 9.5 mostra que o desenvolvimento do par principal de vórtices para perfil de entrada uniforme também ocorre no início da curva, mas o formato destes vórtices é diferente e de menor intensidade comparativamente ao escoamento com perfil completamente desenvolvido ($\theta = 10^\circ$, Figura 9.5). Para perfil uniforme, o centro dos vórtices surge junto à parede exterior da curva, como resultado da combinação da força centrífuga e do aumento em magnitude da velocidade axial (Figura 9.5). Para perfil completamente desenvolvido, o centro dos vórtices surgem centrados ao longo das paredes laterais da curva, como resultado da combinação da força centrífuga e da região de velocidade axial máxima no centro da secção transversal (Figura 9.5). A jusante ($\theta \approx 30^\circ$, Figura 9.5), o escoamento secundário para perfil uniforme adquire um padrão semelhante ao desenvolvido pelo escoamento com perfil completamente desenvolvido. A partir da posição $\theta \geq 60^\circ$ ocorre reversão do escoamento secundário junto da parede exterior da curva no caso de perfil completamente desenvolvido, enquanto para perfil uniforme isso só se verifica para $\theta \geq 120^\circ$ (Figura 9.5). Além disso, no caso de perfil completamente desenvolvido, observa-se o desenvolvimento do segundo par de vórtices para $\theta \geq 90^\circ$, e no caso de perfil uniforme apenas se verifica no final da curva (Figura 9.5).

A Figura 9.6 mostra as diferenças na distribuição de U , ao longo do plano central, para os escoamentos com perfil de entrada uniforme e completamente desenvolvido. Nesta figura, confirma-se a existência de maiores diferenças entre os escoamentos na primeira metade da curva, onde o efeito da elasticidade praticamente não existe (da Figura 9.6-a à Figura 9.6-c). Na primeira metade da curva, o deslocamento da velocidade axial no sentido da parede exterior da curva ocorre mais cedo no caso de perfil de escoamento completamente desenvolvido (Figura 9.6-a). Para $\theta \approx 120^\circ$, o efeito do perfil de entrada diminui significativamente e os perfis tendem a aproximar-se, mas a jusante o efeito da elasticidade aumenta (Figura 9.6-d). Na segunda metade da curva, a transferência da quantidade de movimento no sentido do centro da secção é maior com o aumento de Wi , em particular para perfil de escoamento completamente desenvolvido ($\theta > 120^\circ$, Figura 9.6). Estes resultados mostram que o efeito do perfil de entrada é sentido mesmo no final da curva.

Embora o efeito de Wi seja reduzido no caso de perfil de entrada uniforme, e pouco evidente na distribuição de U no plano central (Figura 9.6), o aumento de Wi provoca alterações significativas na distribuição da componente transversal V da velocidade (Figura 9.7). No início da curva (Figura 9.7-a), a distribuição de V no plano central depende consideravelmente do perfil de entrada: quando o perfil de entrada é uniforme a magnitude

absoluta máxima é deslocada no sentido da parede interior; para perfil completamente desenvolvido este valor é deslocado no sentido da parede exterior da curva. A magnitude de V é consideravelmente menor quando o perfil de entrada é uniforme (Figura 9.7-a). A jusante, a magnitude de V diminui consideravelmente em todos os casos, mas V passa a ser maior quando o perfil de entrada é uniforme, uma vez que, para este perfil, a intensidade máxima do escoamento secundário é atingida numa posição mais a jusante (Figura 9.7-b). Nas posições angulares seguintes, V diminui em todo o plano, mas aumenta no sentido positivo junto da parede exterior da curva ($\theta \geq 90^\circ$, Figura 9.7). Esta região de reversão do escoamento transversal aumenta a jusante e com o aumento de Wi para os dois perfis de entrada, mas é maior para escoamento com perfil completamente desenvolvido (Figura 9.7).

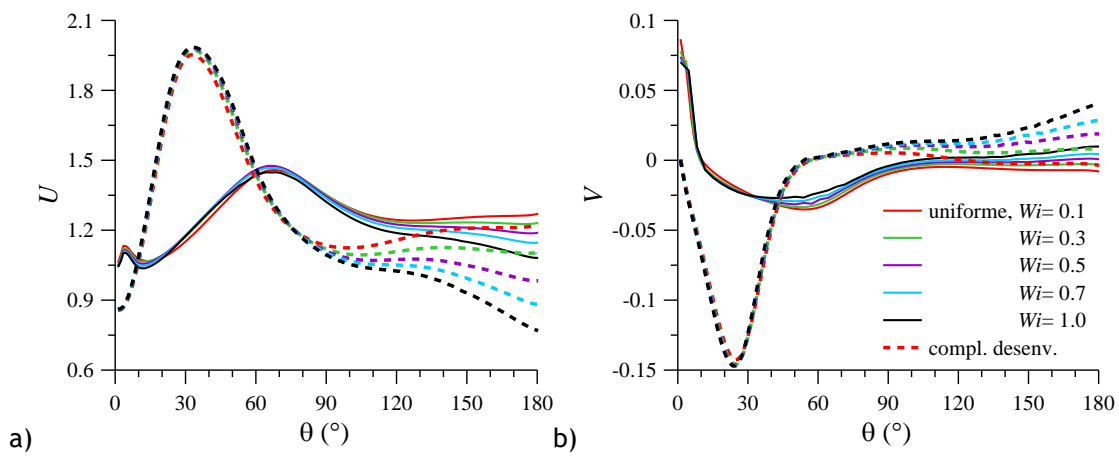


Figura 9.8- Evolução de: a) U e b) V ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.88, 0.50)$. Comparação entre perfil de entrada uniforme e completamente desenvolvido. Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$, para diferentes valores de Wi .

Estes resultados são ainda confirmados na Figura 9.8, onde é comparada a evolução de U e V ao longo do canal, junto da parede exterior. A variação local de U e V mostram claramente o efeito da elasticidade no desenvolvimento do escoamento junto da parede exterior (Figura 9.8). Na primeira metade da curva, o escoamento é dirigido apenas pelo perfil de entrada, independentemente do valor de Wi . Na segunda metade da curva, o aumento de Wi leva ao aumento de V (Figura 9.8-b) e à diminuição de U (Figura 9.8-a), como consequência do desenvolvimento e intensificação da região reversão do escoamento secundário. Este comportamento é observado para os dois perfis de entrada, mas o efeito de Wi é maior para perfil de entrada completamente desenvolvido: ocorre quando $Wi \geq 0.50$ para a entrada uniforme, mas para perfil completamente desenvolvido ocorre quando $Wi \geq 0.30$ (Figura 9.8-b).

O desenvolvimento da região de reversão junto da parede exterior da curva com o aumento de Wi , na posição $\theta = 150^\circ$, é ilustrado na Figura 9.9. O desenvolvimento do par

adicional de vórtices é mais efectivo no caso de perfil completamente desenvolvido, onde se verifica o aparecimento e crescimento em tamanho do par adicional de vórtices para $Wi \geq 0.30$. No caso de perfil uniforme, observa-se reversão do escoamento para todos os valores de Wi mas o desenvolvimento do par de vórtices só é observado para $Wi \geq 0.70$ (Figura 9.9).

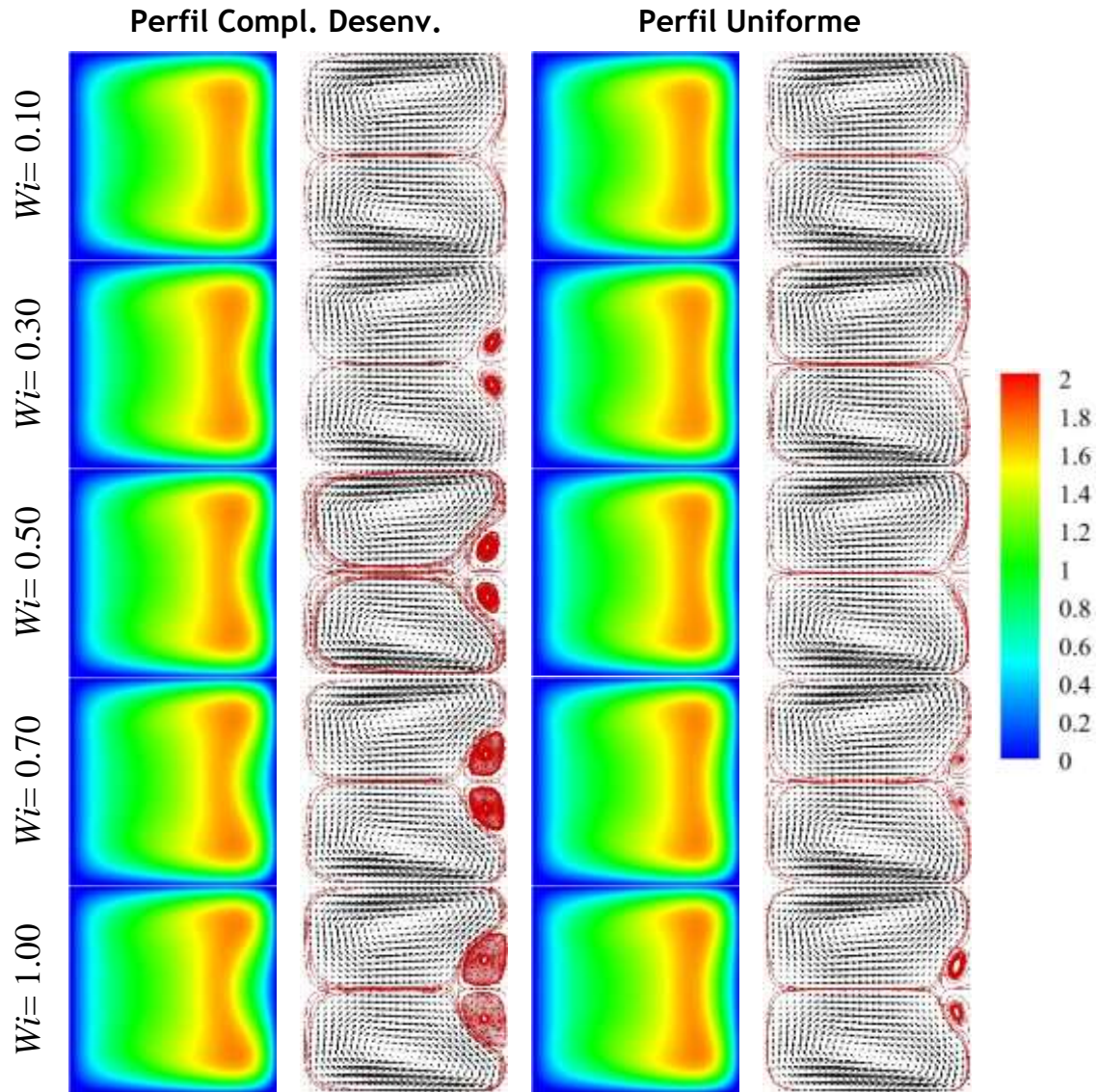


Figura 9.9- Evolução da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário para diferentes valores de Wi , na posição $\theta = 150^\circ$. Comparação entre perfil de entrada uniforme e completamente desenvolvido. Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

Para o modelo FENE-P, o mesmo comportamento é observado, onde o par adicional de vórtices surge para $Wi \geq 0.30$ quando o perfil de entrada é completamente desenvolvido, tal como no caso FENE-CR, mas para perfil uniforme só se desenvolve para $Wi = 1.0$ (Figura 9.10). O desenvolvimento do par adicional de vórtices para Wi mais elevado,

comparativamente ao modelo FENE-CR, mostra que as propriedades fluidificantes do modelo FENE-P, quando o perfil de entrada é uniforme, inibem o desenvolvimento do escoamento secundário, ao contrário do que acontece quando o perfil de entrada é completamente desenvolvido, tal como mostrado e discutido no Capítulo 6 e Capítulo 7.

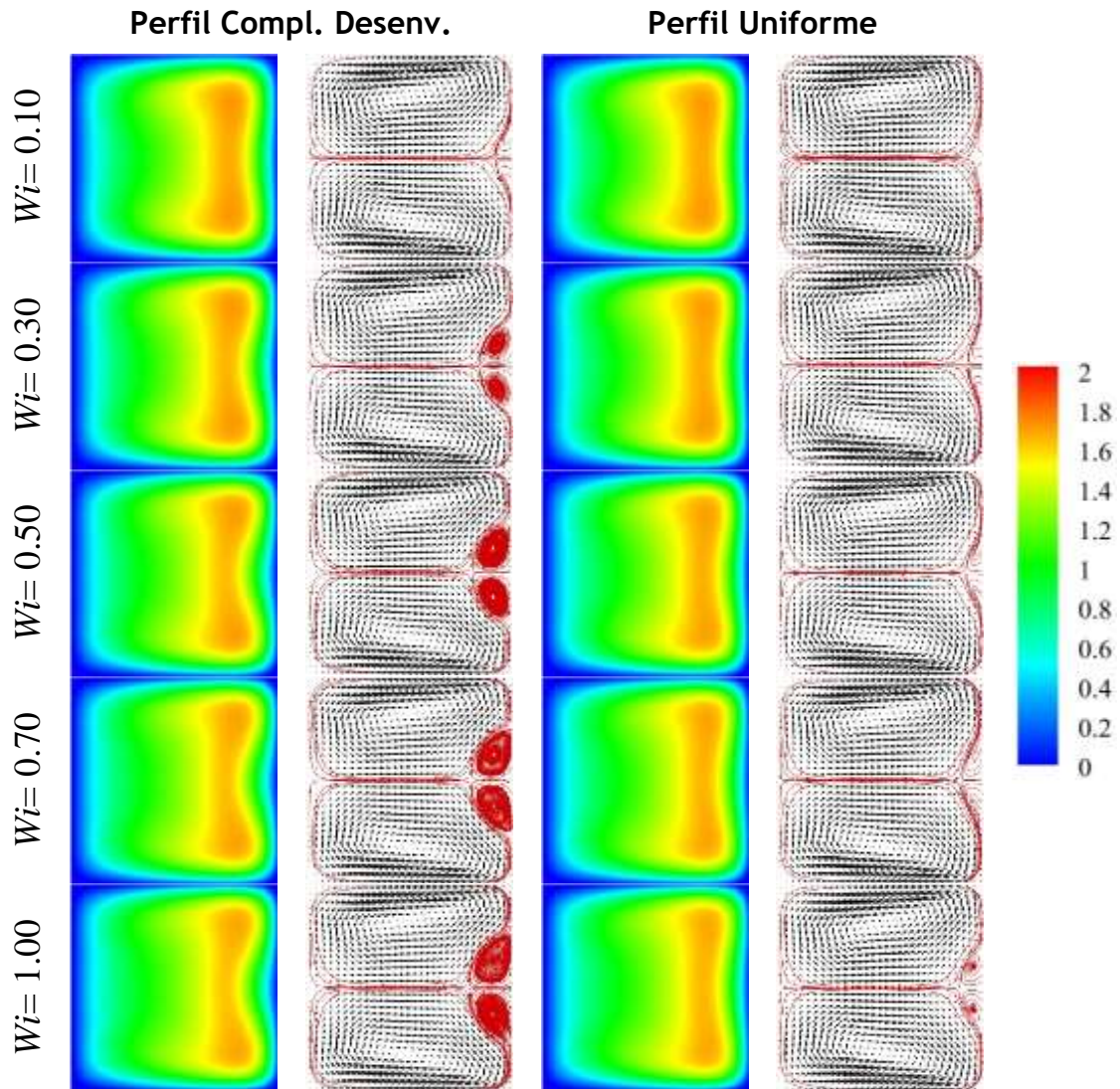
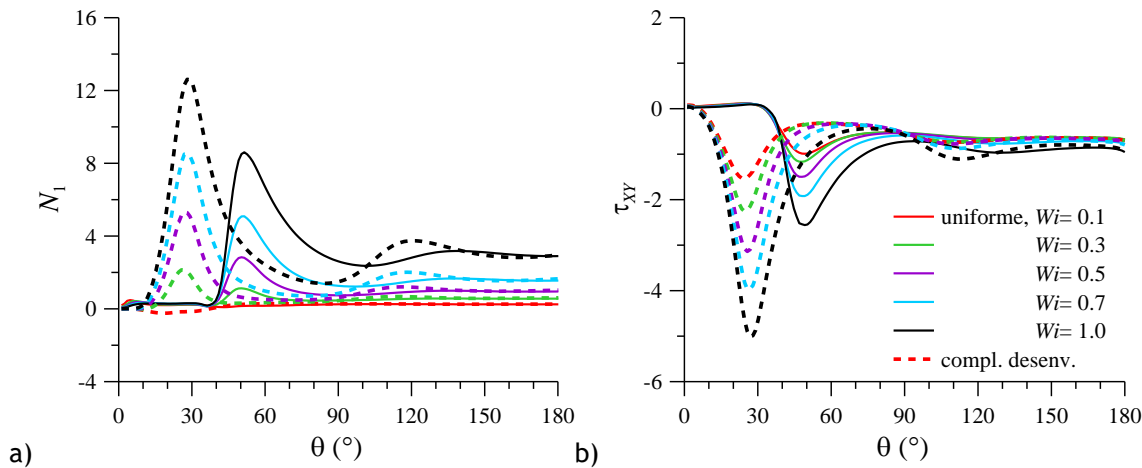


Figura 9.10- Evolução da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário para diferentes valores de Wi , na posição $\theta = 150^\circ$. Comparação entre perfil de entrada uniforme e completamente desenvolvido. Fluido FENE-P com $Re = 350$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

Avaliando a evolução local de N_1 e τ_{xy} ao longo da curva, no centro da secção transversal, verifica-se que tanto o perfil de entrada como a elasticidade afectam estes parâmetros, na primeira metade da curva (Figura 9.11). No início da curva, o desenvolvimento do pico de N_1 e de τ_{xy} , característicos do desenvolvimento do escoamento secundário em curvas, é retardado quando considerado perfil de entrada uniforme (tabela, Figura 9.11). Além disso, a magnitude deste pico aumenta com o aumento

da elasticidade nos dois casos, mas é sempre maior para o escoamento com perfil de entrada completamente desenvolvido (tabela, Figura 9.11). Na segunda metade da curva, N_1 e τ_{xy} atingem valor constante, e a sua magnitude depende apenas da elasticidade, sendo tanto maior quanto maior o valor da elasticidade (Tabela 9.1).



Perfil Uniforme					Perfil Compl.Desenv.			
Wi	N_1	θ	τ_{xy}	θ	N_1	θ	τ_{xy}	θ
0.1	0.4791	4.5	-0.9908	49.2	-0.2431	17.9	-1.5413	24.6
0.3	1.1296	48.1	-1.167	48.1	2.1423	24.6	-2.2556	24.6
0.5	2.8350	48.1	-1.4983	48.1	5.3182	25.7	-3.1360	25.7
0.7	5.0889	49.2	-1.9202	49.2	8.5149	26.8	-3.9743	25.7
1.0	8.6036	49.2	-2.5579	49.2	12.6115	26.8	-5.0108	26.8

Figura 9.11- Evolução de: a) N_1 e b) τ_{xy} ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, comparação entre perfil de entrada uniforme e completamente desenvolvido. Tabela de valores referente ao pico máximo local de N_1 e τ_{xy} . Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$, para diferentes valores de Wi .

Tabela 9.1- Magnitude de N_1 e τ_{xy} , na posição $\theta = 180^\circ$, comparação entre perfil de entrada uniforme e de escoamento completamente desenvolvido, para diferentes valores de Wi , referente à Figura 9.11.

Perfil Uniforme			Perfil Compl.Desenv.	
Wi	N_1	τ_{xy}	N_1	τ_{xy}
0.1	0.247251	-0.641136	0.259238	-0.652757
0.3	0.558882	-0.633781	0.603111	-0.654111
0.5	0.95234	-0.655288	1.02005	-0.672114
0.7	1.5502	-0.713574	1.63402	-0.716286
1.0	2.89691	-0.857487	2.92846	-0.820148

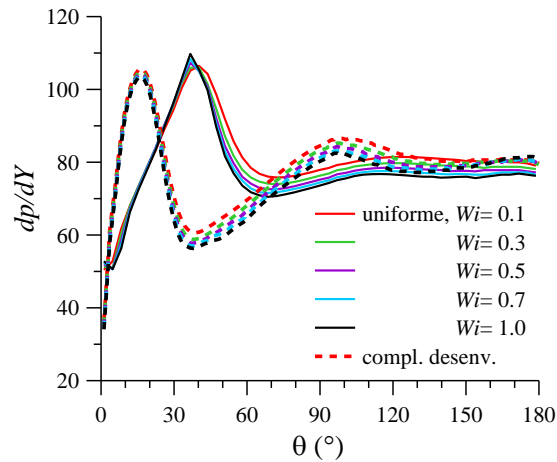


Figura 9.12- Evolução de dp/dY ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$. Comparação entre perfil de entrada uniforme e completamente desenvolvido para diferentes valores de Wi . Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

Também a evolução do gradiente transversal da pressão (dp/dY), depende em maior medida do perfil de entrada do que da elasticidade, na primeira metade da curva (Figura 9.12). O pico de dp/dY , desenvolvido no início da curva, é retardado pelo perfil uniforme, e praticamente não depende de Wi . Este comportamento é observado na Figura 9.12, onde é ilustrada a evolução de dp/dY no ponto central da secção transversal. O efeito da elasticidade sobre dp/dY é maior a jusante do pico máximo, onde dp/dY é tanto maior quanto menor o valor de Wi . O efeito de Wi mantém-se até ao final da curva para perfil uniforme, enquanto para perfil completamente desenvolvido este efeito diminui. No final da curva, dp/dY é menor para perfil uniforme, que diminui com o aumento de Wi (Figura 9.12).

9.2.2.1. Efeito de β e de L^2

A diminuição do parâmetro de retardamento e o aumento da extensibilidade antecipa a transferência de quantidade de movimento quando considerado perfil completamente desenvolvido à entrada. Este resultado foi já verificado em diferentes condições de escoamento e geometrias, por exemplo, no Capítulo 6 e Capítulo 7. Contudo, quando considerado perfil de escoamento uniforme, o efeito destes parâmetros não é tão significativo, nas condições de escoamento admitidas.

O efeito de β e de L^2 sobre a evolução de U e de V ao longo do comprimento da curva, no centro da secção transversal, é ilustrado na Figura 9.13 e Figura 9.14, respectivamente, para fluido FENE-CR e FENE-P com perfil de entrada uniforme. Na primeira metade da curva, a diminuição de β leva à diminuição da magnitude máxima de U no modelo FENE-P (devido à fluidificação), mas o oposto é observado para o modelo FENE-CR

(devido à elasticidade associada a β) (Figura 9.13-a). O efeito de β mantém-se até ao final da curva. Já a magnitude máxima de V aumenta no modelo FENE-CR, mas no modelo FENE-P mantém-se inalterada com a diminuição de β (Figura 9.13-b). Na segunda metade da curva, U é sempre superior no modelo FENE-CR e é tanto maior quanto maior o valor de β (Figura 9.13-a). Por sua vez, a magnitude de V diminui com a diminuição de β nos dois modelos viscoelásticos, mas é sempre menor no caso FENE-P (Figura 9.13-b).

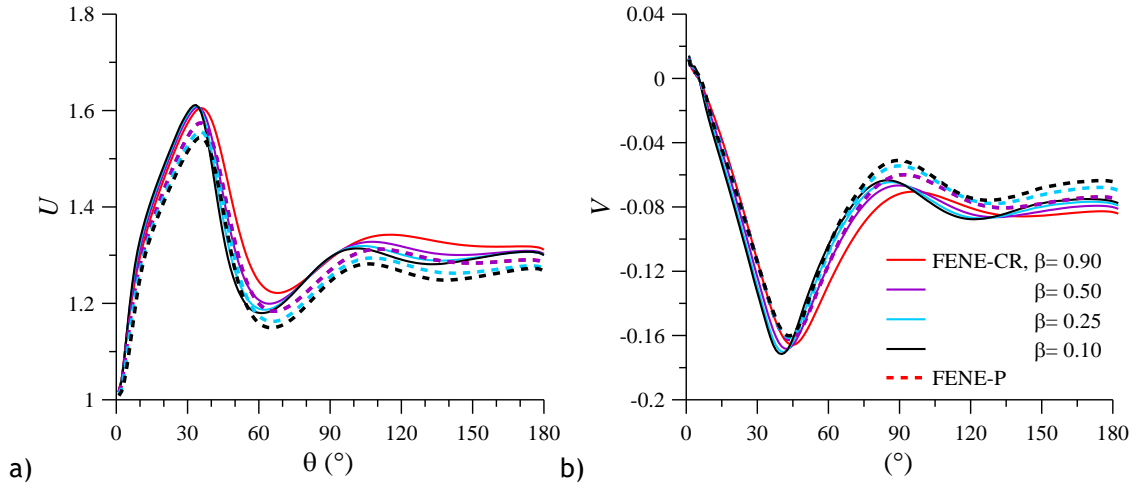


Figura 9.13- Evolução de: a) U e b) V ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para perfil de entrada uniforme. Comparação entre fluido FENE-CR (linha) e FENE-P (linha interrompida) com $Re = 350$, $Wi = 0.50$ e $L^2 = 100$, para diferentes valores de β .

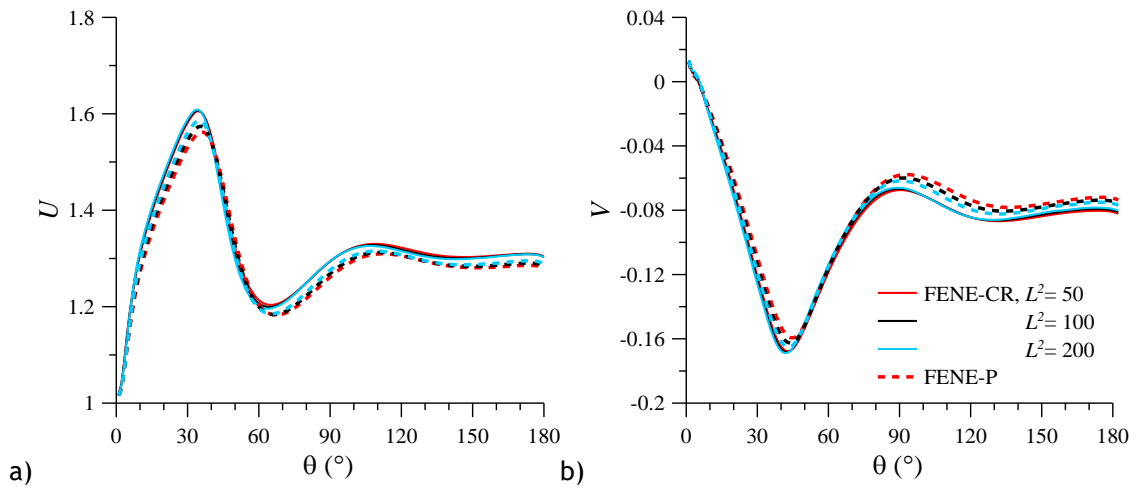


Figura 9.14- Evolução de: a) U e b) V ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para perfil de entrada uniforme. Comparação entre fluido FENE-CR (linha) e FENE-P (linha interrompida) com $Re = 350$, $Wi = 0.50$ e $\beta = 0.50$, para diferentes valores de L^2 .

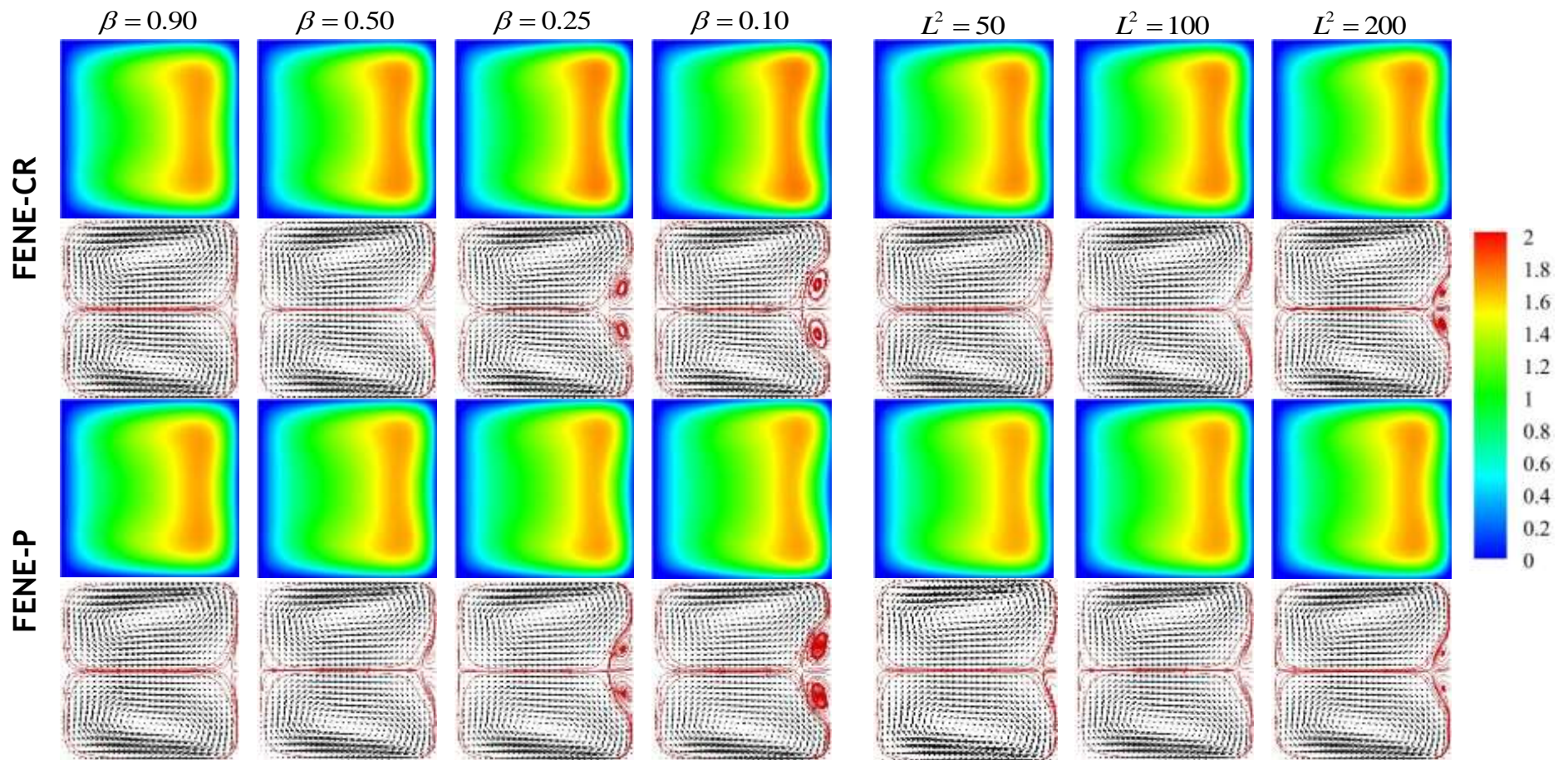


Figura 9.15- Variação da distribuição de U e padrão de escoamento secundário com a variação de β (com $L^2 = 100$) e L^2 (com $\beta = 0.50$) para perfil de entrada uniforme, na posição $\theta = 150^\circ$. Comparação entre os modelos FENE-P e FENE-CR com $Re = 350$, $Wi = 0.50$.

A variação de L^2 , nas condições de escoamento consideradas, é mais acentuada no modelo FENE-P do que no modelo FENE-CR (Figura 9.14). No modelo FENE-P, o aumento de L^2 resulta no aumento de U e de V em toda a extensão do canal, e o escoamento tende a aproximar-se ao do modelo FENE-CR (Figura 9.14). Todavia, a magnitude de U e de V é, em geral, superior no caso FENE-CR do que no caso FENE-P, qualquer que seja o valor de L^2 .

Apesar das diferenças locais entre os dois modelos, verificadas na Figura 9.13 e Figura 9.14, a Figura 9.15 mostra qualitativamente que, na secção transversal, estas diferenças são reduzidas, na posição angular $\theta = 150^\circ$ quando $Re = 350$ e $Wi = 0.50$. Além disso, a Figura 9.15 mostra que tanto no caso FENE-P como no caso FENE-CR, o desenvolvimento do par adicional de vórtices é antecipado com a diminuição do parâmetro de retardamento, para valores $\beta < 0.50$, e com o aumento da extensibilidade, para valores $L^2 \geq 200$, nas condições de escoamento admitidas.

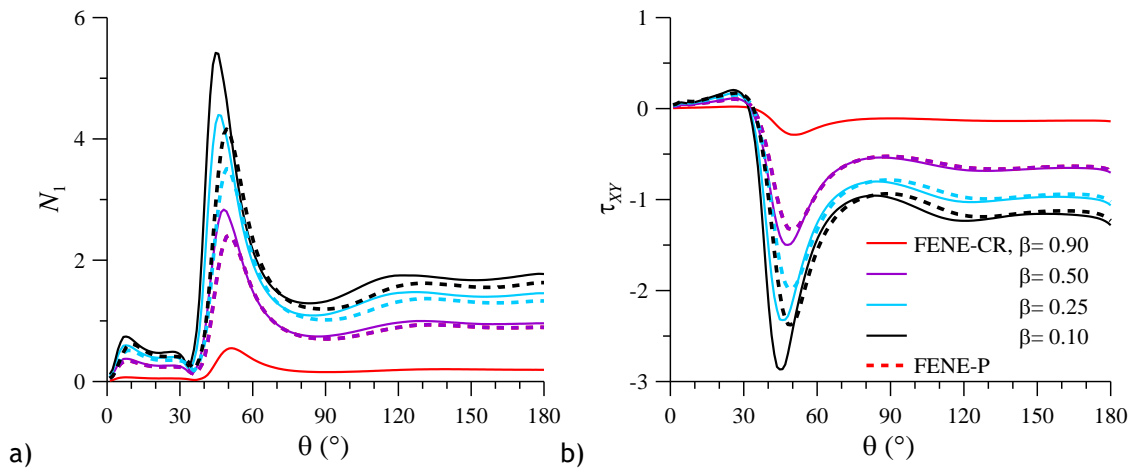


Figura 9.16- Evolução de: a) N_1 e b) τ_{xy} ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para perfil de entrada uniforme. Comparação entre fluido FENE-CR (linha) e FENE-P (linha interrompida) com $Re = 350$, $Wi = 0.50$ e $L^2 = 100$, para diferentes valores de β .

Para as mesmas condições de escoamento, a Figura 9.16 e Figura 9.17 mostra que, de uma forma geral e ao contrário do que acontece com as componentes da velocidade, tanto a evolução local de N_1 como de τ_{xy} depende em maior medida de β comparativamente ao tipo de modelo reológico. Já o efeito do aumento de L^2 é tão significativo quanto o do modelo reológico (Figura 9.17). Na primeira metade da curva, a magnitude do pico de N_1 e de τ_{xy} desenvolvido pela curvatura aumenta consideravelmente com a diminuição de β e o aumento de L^2 (Figura 9.16 e Figura 9.17). Este pico é sempre maior no modelo FENE-CR do que no modelo FENE-P, e a diferença entre os modelos aumenta com a diminuição de β e o aumento de L^2 (Figura 9.16 e Figura 9.17). Na segunda metade da curva, os valores de N_1 e

de τ_{XY} tendem a aproximar-se, qualquer que seja o valor de L^2 e o modelo reológico, mas o comportamento verificado na primeira metade mantém-se (Figura 9.17). Na Figura 9.16, no entanto, observa-se que a dependência no modelo reológico diminui consideravelmente, mas o efeito de β sobre N_1 e τ_{XY} mantém-se (Figura 9.16).

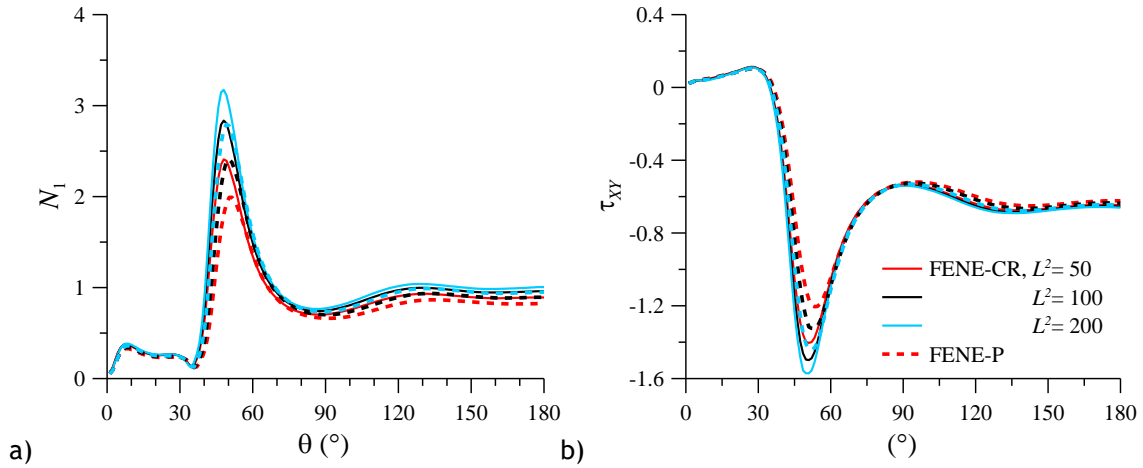


Figura 9.17- Evolução de: a) N_1 e b) τ_{XY} ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para perfil de entrada uniforme. Comparação entre fluido FENE-CR (linha) e FENE-P (linha interrompida) com $Re = 350$, $Wi = 0.50$ e $\beta = 0.50$, para diferentes valores de L^2 .

9.2.3. Conclusões

Quando considerado perfil de entrada uniforme, o escoamento requer maior distância angular para desenvolver o escoamento característico das curvas, comparativamente a escoamento com perfil de entrada completamente desenvolvido. Este comportamento deve-se à combinação dos efeitos da inércia e da força centrífuga e a necessidade de estabelecer a camada limite junto às paredes laterais. Isto é, no início da curva, a inércia tem um efeito superior ao da força centrífuga, e o escoamento axial aumenta em magnitude antes mesmo de ser deslocado no sentido da parede exterior da curva. Por esse motivo, a região de velocidade axial máxima só é deslocada no sentido da parede exterior da curva numa posição mais a jusante. Porém, o padrão do escoamento transversal mostra que a força centrífuga actua sobre o escoamento desde o início da curva, confirmado pelo desenvolvimento do par de vórtices principal, que apresenta intensidade mais reduzida para perfil uniforme. Assim, o desenvolvimento do pico de velocidade junto da parede exterior da curva, análogo ao desenvolvido pelo escoamento com perfil de entrada completamente desenvolvido e que ocorre imediatamente ao entrar na curva, ocorre numa posição a jusante para o caso de escoamento com entrada uniforme. A jusante, ambos os escoamentos tendem a aproximar-se e, dependendo das condições de escoamento, podem igualar-se. Nas condições de inércia consideradas o escoamento atinge desenvolvimento completo no caso newtoniano, contudo,

nos casos viscoelásticos seria necessário um maior comprimento angular para que o mesmo resultado seja obtido.

No escoamento em desenvolvimento considerado, o perfil de entrada uniforme retarda o desenvolvimento do segundo par de vórtices em todas as situações simuladas, mesmo nos casos de elevada elasticidade, extensibilidade e concentração de polímero que antecipam este comportamento.

O escoamento com perfil de entrada completamente desenvolvido é mais afectado pela elasticidade e parâmetros viscoelásticos do que o escoamento com perfil uniforme.

Quando comparados os escoamentos dos modelos viscoelásticos com perfil de entrada uniforme, a evolução das componentes da velocidade do escoamento depende em primeiro lugar do modelo de fluido e depois do parâmetro viscoelástico. Mas, quando considerada a evolução das componentes da tensão o oposto é observado. Além disso, o efeito dos parâmetros viscoelásticos sobre a velocidade do escoamento é mais acentuado no modelo FENE-P comparativamente ao modelo FENE-CR.

9.3. Resultados - Canal com curvatura acentuada

9.3.1. Efeito do perfil de entrada

A distribuição da velocidade axial e o padrão do escoamento secundário, em diferentes posições angulares, do modelo viscoelástico FENE-CR, mostra que o desenvolvimento do escoamento é análogo ao desenvolvimento ilustrado e discutido anteriormente na Figura 9.6, relativamente ao escoamento através de curva com razão de curvatura superior (Figura 9.19). Na primeira metade da curva, o desenvolvimento do escoamento é consideravelmente diferente para os dois perfis de entrada. Na segunda metade da curva os escoamentos aproximam-se, mas não se igualam.

Para perfil de entrada uniforme, o desenvolvimento do escoamento é retardado quando comparado com geometrias de razão de curvatura superior, tal como verificado no Capítulo 7 para perfil de entrada completamente desenvolvido. Isto é, no início da curva, o aumento de U junto da parede interior da curva é mais acentuado em geometrias com razão de curvatura reduzida (Figura 9.18), comparativamente a curvas com razão de curvatura superior (Figura 9.6). Este comportamento foi verificado também por Soh & Berger (1984), Olson & Snyder (1985) e Agrawal et al. (1978) para fluido newtoniano, e pode ser explicado por haver maior quantidade de movimento na parte interior da curva quando o perfil de entrada é uniforme (localmente, U é ainda ≈ 1 , enquanto no perfil de entrada completamente desenvolvido U é < 1). A jusante, a magnitude de U continua a aumentar acompanhando a formação da camada limite, ao mesmo tempo que o perfil se desloca no sentido da parede exterior da curva, aproximando-se do escoamento com perfil de entrada completamente desenvolvido (Figura 9.18). Este deslocamento só é efectivo para $\theta \approx 60^\circ$ na Figura 9.5, mas

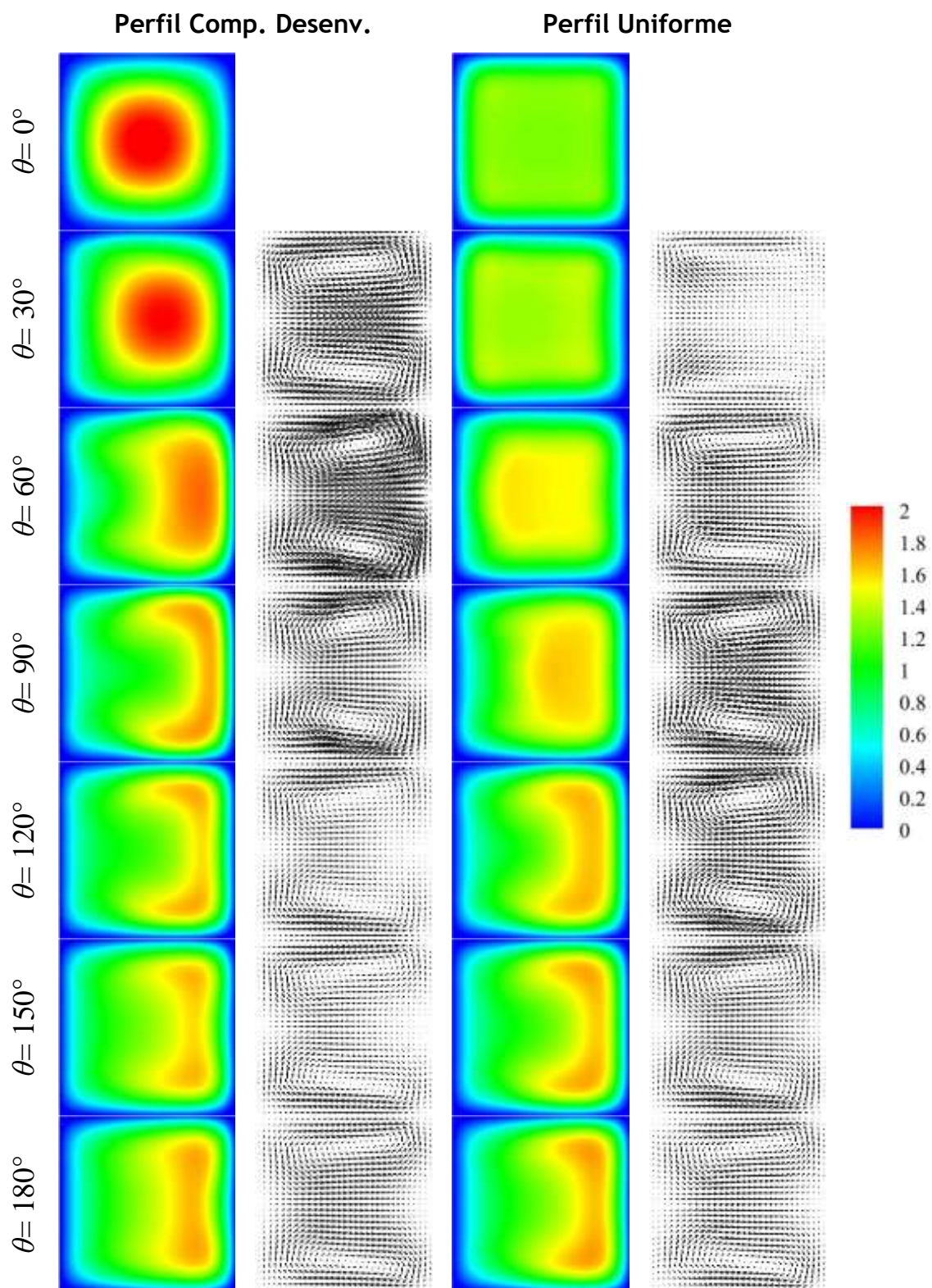


Figura 9.18- Evolução da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário ao longo da curva. Comparação entre perfil de entrada uniforme (direita) e completamente desenvolvido (esquerda).

Fluido FENE-CR com $Re = 120$, $Wi = 0.5$, $\beta = 0.5$ e $L^2 = 100$.

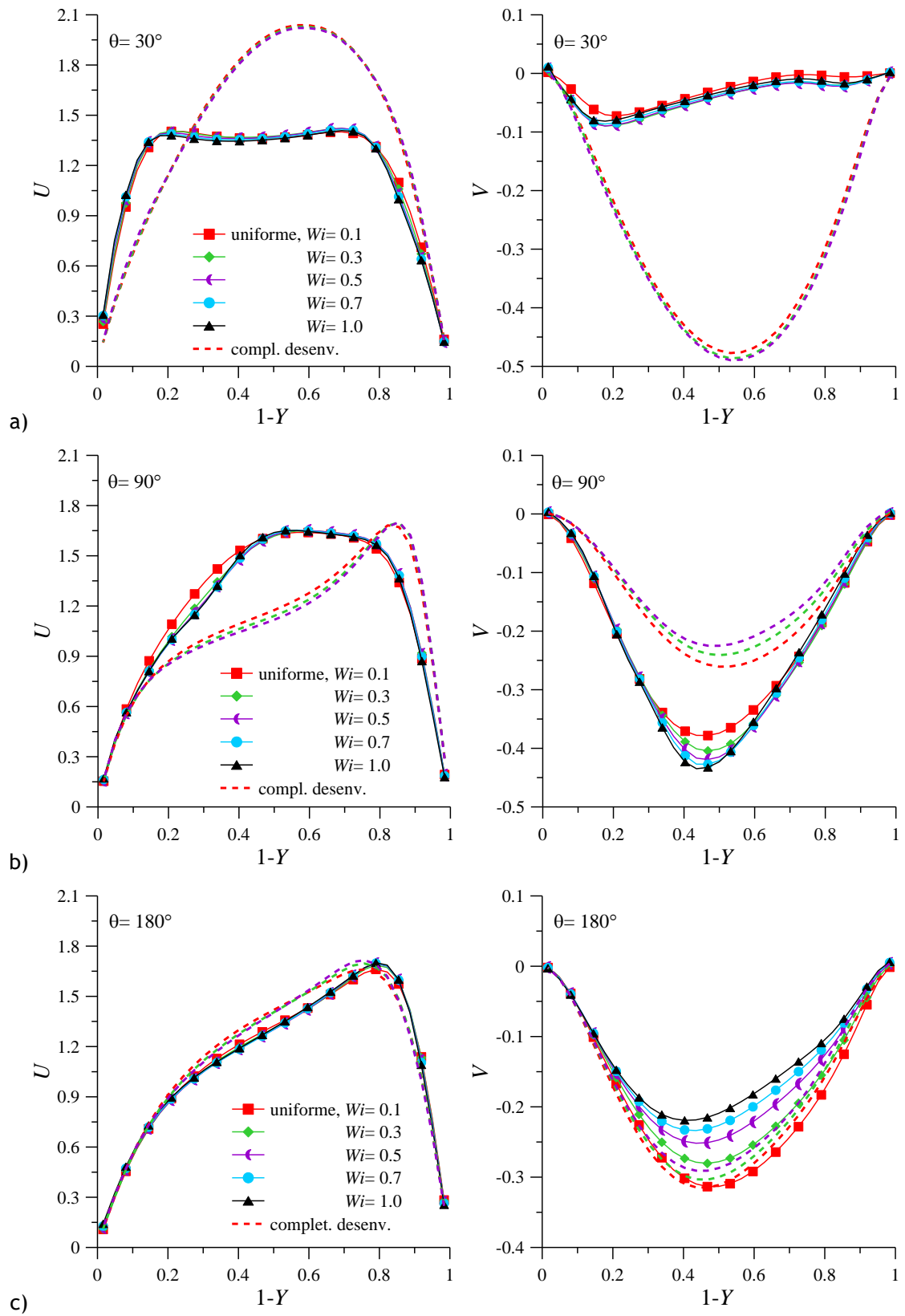


Figura 9.19- Variação da distribuição de U e V , no plano $Z = 0.50$, para perfil de entrada uniforme (linha com símbolo) e perfil completamente desenvolvido (linha tracejada), nas posições: a) $\theta = 30^\circ$; b) 90° ; c) 180° . Fluido FENE-CR com $Re = 120$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$, para diferentes valores de Wi .

na Figura 9.18 ocorre para $\theta \approx 90^\circ$. Este comportamento é ilustrado qualitativamente para o modelo FENE-CR com $Wi = 0.5$, $\beta = 0.5$ e $L^2 = 100$, mas é semelhante para valores de elasticidade superiores (Figura 9.19).

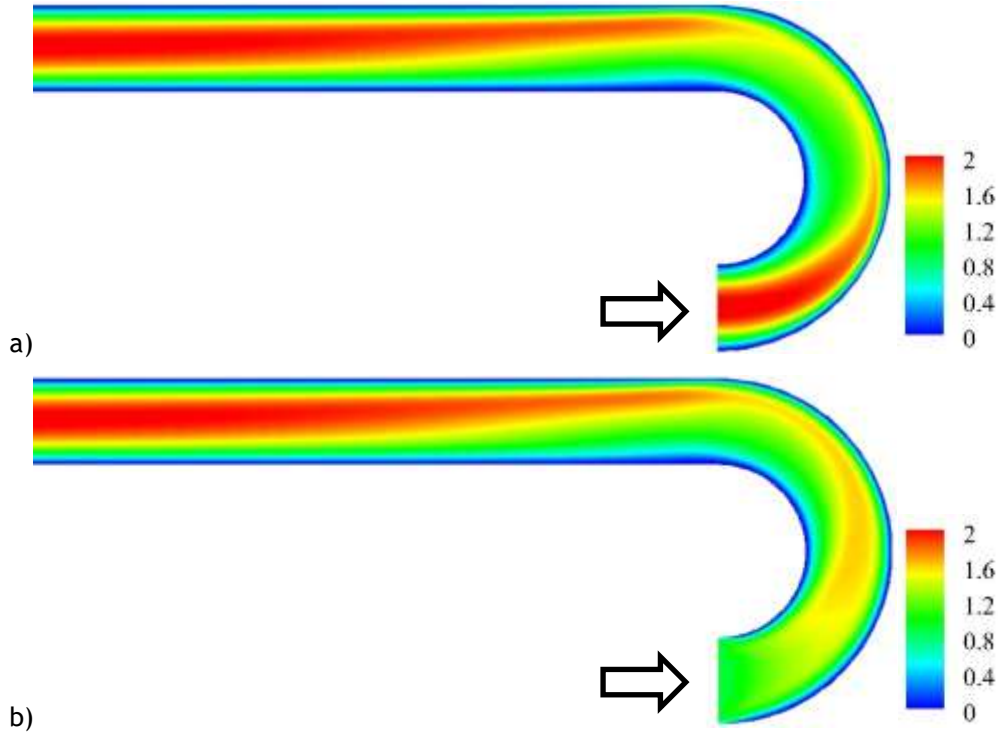


Figura 9.20- Distribuição da velocidade axial ao longo da curva sem canal recto de entrada, no plano $Z = 0.5$, para perfil de escoamento: a) completamente desenvolvido e b) uniforme. Fluido FENE-CR com $Re = 120$, $Wi = 0.5$, $\beta = 0.5$ e $L^2 = 100$. (NOTA: seta indica o sentido do escoamento)

Os contornos de U , ao longo da curva e do canal de saída, segundo o plano central $Z = 0.5$ confirmam a análise acima descrita (Figura 9.20). Enquanto para perfil completamente desenvolvido a magnitude da U diminui ao longo da curva e a região máxima de U se desloca no sentido da parede exterior da curva, logo à entrada da curva (Figura 9.20-a); para perfil uniforme a magnitude de U aumenta ao longo da curva devido ao retardamento do fluido junto às paredes (para manter o caudal imposto, o máximo da velocidade no centro tem de aumentar) e o deslocamento para junto da parede exterior da curva ocorre numa posição mais a jusante (Figura 9.20-b).

Os campos de vectores da Figura 9.18 mostram que o escoamento secundário não desenvolve par de vórtices adicional e é constituído apenas por um par de vórtices que ocupa toda a secção transversal, para os dois perfis de entrada. O desenvolvimento do segundo par de vórtices é retardado quando considerada geometria com razão de curvatura muito reduzida, tal como verificado no Capítulo 7, e é acentuado pelo perfil de entrada uniforme.

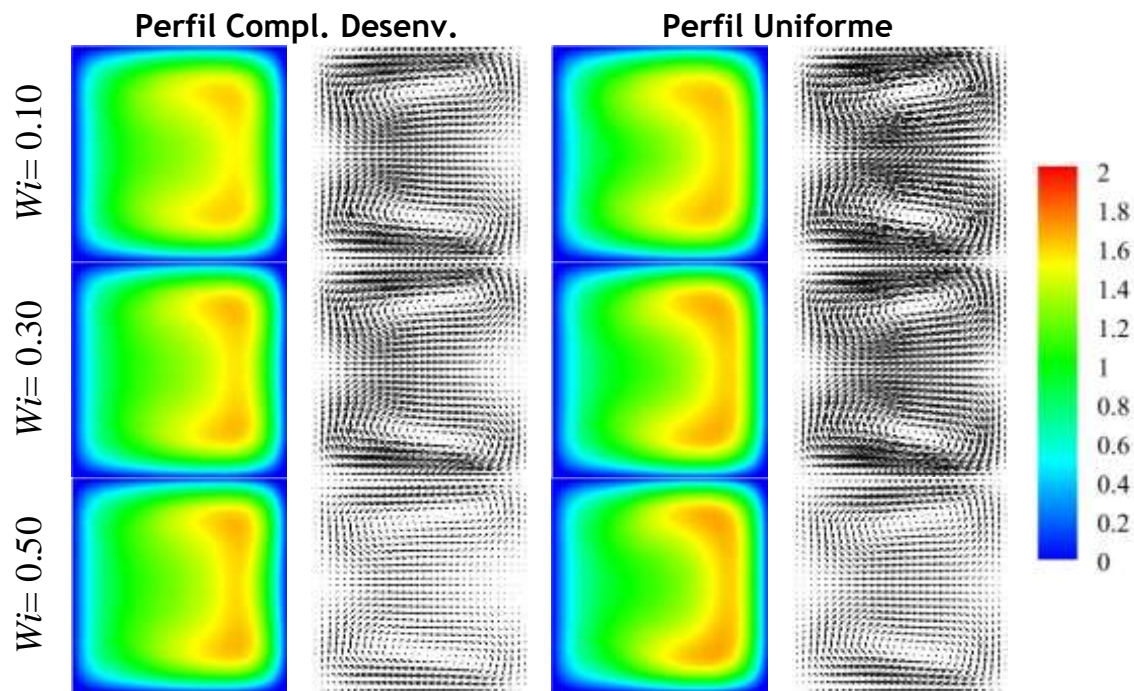


Figura 9.21- Variação da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário com Wi , na posição $\theta = 150^\circ$. Comparação entre perfil de entrada completamente desenvolvido (esquerda) e uniforme (direita). Fluido FENE-CR com $Re = 120$, $Wi = 0.5$, $\beta = 0.5$ e $L^2 = 100$.

O efeito da elasticidade sobre o escoamento é comparado para os dois tipos de perfil de entrada na Figura 9.19. Os perfis de U e V extraídos do plano central mostram claramente que o desenvolvimento do escoamento depende fortemente do perfil de entrada (Figura 9.19). No final de curva (Figura 9.19-c), os perfis aproximam-se mas não se igualem. A distribuição de U é praticamente independente da elasticidade, mas a magnitude de V é, em geral, tanto maior quanto menor a elasticidade, sendo sempre menor para o escoamento com perfil de entrada completamente desenvolvido. Além disso, em todos os casos simulados, V tem sinal negativo ao longo do plano central (Figura 9.19). A Figura 9.21, que ilustra a distribuição de U e os campos de vectores, na posição angular $\theta = 150^\circ$, para diferentes valores de Wi , mostra que, em virtude do retardamento no desenvolvimento do escoamento, o par adicional de vórtices não se desenvolve, em nenhum dos casos.

A evolução do escoamento, no centro da secção transversal, mostra que tanto o tipo de perfil de entrada como a elasticidade afectam o escoamento (Figura 9.22). O efeito do perfil de entrada domina a evolução da velocidade em toda a extensão da curva, e no final desta os escoamentos estão ainda longe de se aproximarem (Figura 9.22), em oposição ao que acontece em geometrias com R_c superior. Este comportamento é verificado, uma vez que a diminuição da razão de curvatura aumenta o comprimento angular de desenvolvimento na curva, que é também aumentada pelo perfil de velocidade uniforme à entrada. Em suma, o desenvolvimento do escoamento é retardado pelo perfil de entrada uniforme, quer comparando com o escoamento com perfil de entrada completamente desenvolvido quer com

escoamento de perfil uniforme em canal com razão de curvatura superior (Figura 9.22). A magnitude máxima de V , por exemplo, ocorre na posição $\theta \approx 100^\circ$ para $R/a = 1.5$, enquanto para $R/a = 7.5$ ocorre na posição $\theta \approx 40^\circ$, e para perfil completamente desenvolvido ocorre nas posições $\theta \approx 50^\circ$ e $\theta \approx 20^\circ$, respectivamente (Figura 9.22). Já a elasticidade afecta a amplitude das oscilações da evolução da velocidade, em particular para escoamento com perfil de entrada uniforme. De uma forma geral, o aumento de Wi diminui U (Figura 9.22-a) e a magnitude absoluta de V (Figura 9.22-b), em especial no final da curva, pois na primeira metade da curva o escoamento é determinado pela geometria e pelo perfil de entrada.

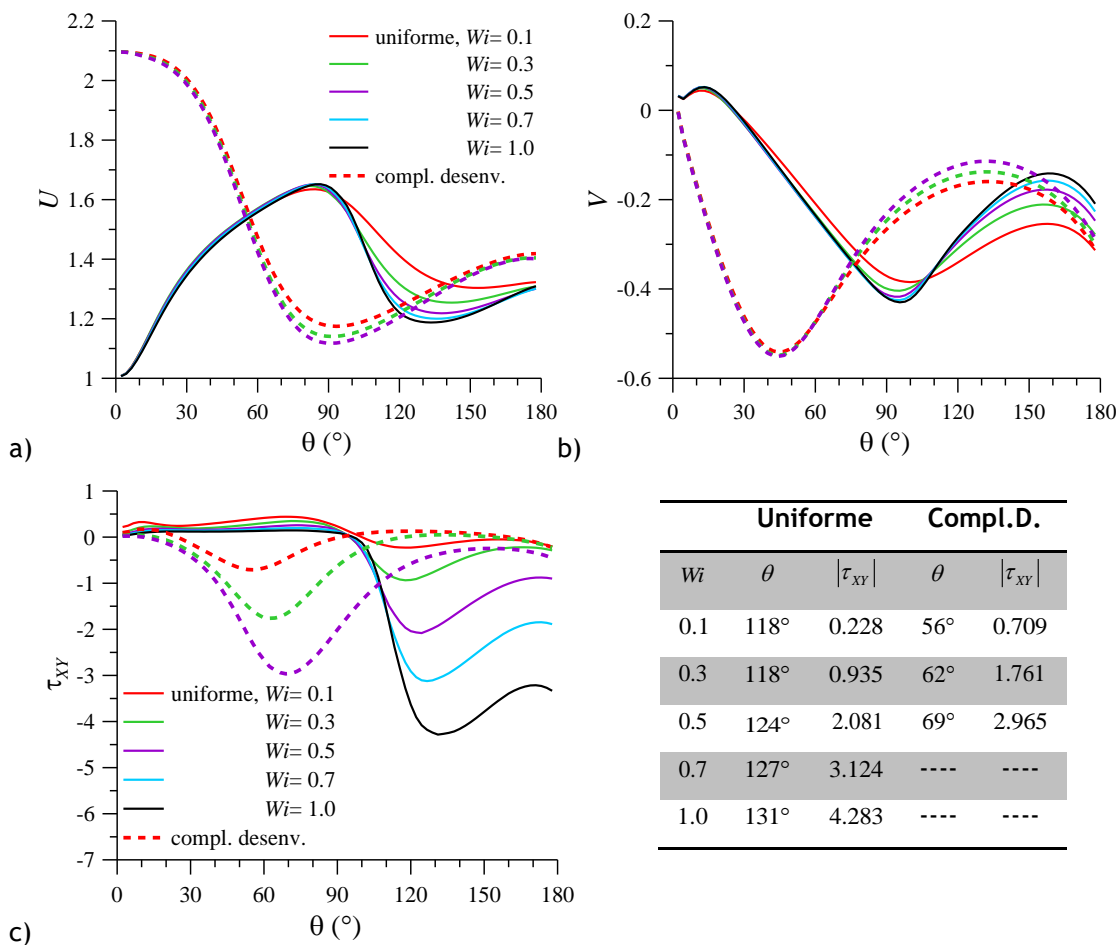


Figura 9.22- Evolução de: a) U , b) V e c) τ_{xy} ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para diferentes valores de Wi . Comparação entre perfil de entrada uniforme (linha) e de escoamento completamente desenvolvido (linha interrompida). Fluido FENE-CR com $Re = 120$, $\beta = 0.5$ e $L^2 = 100$.

Na mesma localização, a tensão de corte depende fortemente quer do perfil de entrada quer do valor de Wi . A evolução da tensão de corte polimérica ao longo da curva evidencia o retardamento que o perfil de entrada uniforme provoca no desenvolvimento do escoamento: o efeito do perfil tampão de entrada, onde as tensões são quase nulas porque a velocidade é

quase uniforme, prolonga-se praticamente até meia curva ($\theta = 90^\circ$). O pico máximo de $|\tau_{XY}|$, desenvolvido devido ao efeito da curvatura, ocorre ainda na primeira metade da curva para perfil completamente desenvolvido, mas para perfil uniforme só ocorre na segunda metade da curva (Figura 9.22-c). Além disso, $|\tau_{XY}|$ aumenta e a sua posição desloca-se para jusante com o aumento de Wi , para os dois perfis de entrada. Porém, considerando o mesmo valor de Wi , a magnitude de $|\tau_{XY}|$ é sempre maior para perfil completamente desenvolvido do que para perfil uniforme. A jusante do pico, a diminuição de $|\tau_{XY}|$ é maior para perfil de entrada completamente desenvolvido e, por isso, a magnitude local de $|\tau_{XY}|$ é maior para perfil uniforme, qualquer que seja o valor de Wi (Figura 9.22-c).

9.3.2. Efeito do canal recto de entrada

O estudo do efeito da dimensão da curvatura sobre o escoamento, no Capítulo 7, revelou que, para geometrias com razão de curvatura reduzida ($R_c \leq 3.5$), a curvatura afecta o escoamento no canal recto de entrada a montante da curva, alterando o perfil de escoamento de entrada na curva. Por este motivo, torna-se necessário avaliar o efeito da presença de canal recto de entrada a montante da curva nestas geometrias.

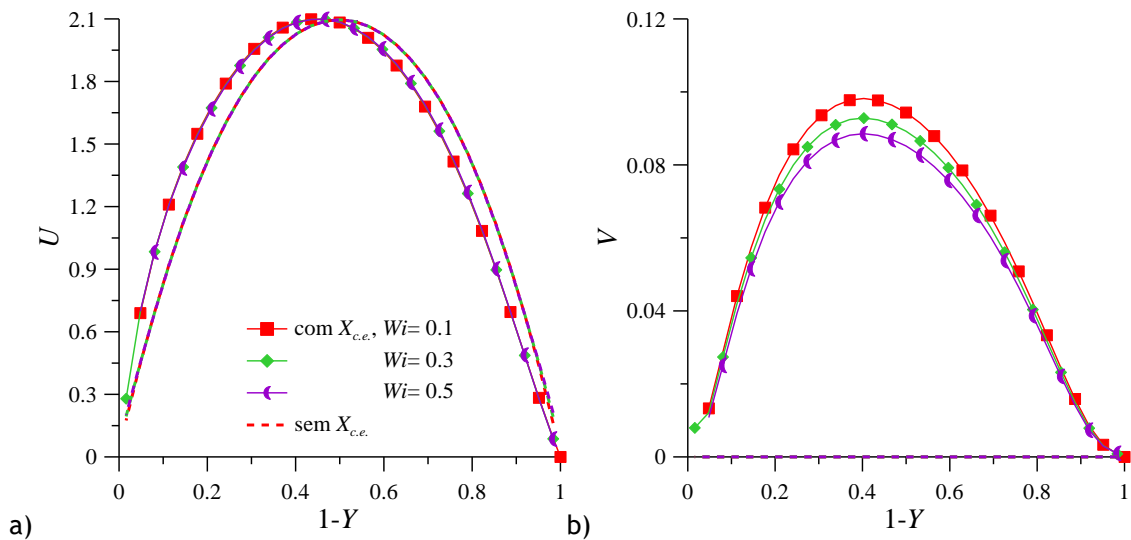


Figura 9.23- Variação da distribuição de: a) U e b) V com Wi , no plano $Z=0.50$ à entrada da curva ($\theta=0^\circ$). Comparação entre geometria com (linha com símbolo) e sem (linha interrompida) canal de entrada ($X_{c.e.}$). Fluido FENE-CR com $Re=120$, $\beta=0.50$ e $L^2=100$.

As diferenças entre os perfis de entrada para os casos com e sem canal de entrada ($X_{c.e.}$), são ilustradas na Figura 9.23, para diferentes valores de Wi . Para geometria com canal recto de entrada, o perfil da velocidade axial entra na curva ligeiramente deslocado no sentido da parede interior da curva, enquanto no caso sem canal recto de entrada o perfil de entrada é

simétrico relativamente ao plano $1 - Y = 0.5$ (Figura 9.23-a). A presença de canal recto de entrada resulta ainda no desenvolvimento de escoamento transversal positivo (a apontar para dentro da curva), que não se verifica na geometria sem canal recto de entrada com $V = 0$ (Figura 9.23-b). A intensidade do escoamento transversal aumenta com a diminuição de Wi .

A evolução da distribuição de U ao longo da curva é ilustrada na Figura 9.24, onde se verifica que as principais diferenças no desenvolvimento do escoamento ocorrem na primeira metade da curva. O deslocamento do escoamento no sentido da parede exterior da curva, por acção da força centrífuga, ocorre nos dois casos, mas é retardado pela presença de canal recto de entrada. Com o desenvolvimento do escoamento, que é semelhante nos dois casos, os perfis de velocidade axial aproximam-se mas não se igualam (Figura 9.24-f), pois o raio de curvatura é demasiado pequeno para garantir escoamento completamente desenvolvido à saída da curva, para o comprimento angular considerado.

O efeito do canal de entrada sobre o escoamento é pouco afectado pela elasticidade, sendo a geometria do canal o parâmetro dominante na evolução do escoamento. Assim, o aumento de Wi resulta, em geral, num ligeiro aumento da magnitude de U máximo, mas o valor deste é sempre maior na ausência do canal recto de entrada (Figura 9.24). A sequência de contornos da distribuição de U e padrões de escoamento transversal apresentados na Figura 9.25 ilustra qualitativamente este comportamento em toda a secção, para fluido FENE-CR com $Wi = 0.3$, $\beta = 0.5$ e $L^2 = 100$. Além disso, independentemente da presença ou não de canal recto de entrada, o escoamento secundário é constituído apenas pelo par de vórtices principal (Figura 9.25).

A evolução de U e de V , no ponto central da secção transversal, confirma a existência de diferenças na magnitude local da velocidade (Figura 9.26). Apesar de a evolução de U e de V ser semelhante nas duas geometrias, as diferenças diminuem ao longo da curva, mas persistem até ao final desta: a presença de canal recto de entrada retarda a diminuição de U no centro da secção, e a diminuição é ligeiramente superior também nessa geometria, independentemente do valor de elasticidade (Figura 9.26-a). À saída da curva, as diferenças de magnitude de U nos diferentes casos diminuem consideravelmente, mas não se igualam.

Considerando a componente V (Figura 9.26-b), na presença de canal recto de entrada, o escoamento entrar na curva com escoamento transversal diferente de zero, o aumento da magnitude de V resultante da curvatura é também superior nesta geometria, independentemente do valor de Wi . Apesar de as diferenças entre os duas geometrias diminuírem a jusante, confirma-se que no final da curva existem ainda diferenças: V é maior em valor absoluto com a diminuição de Wi , mas é maior na geometria sem canal recto de entrada. Para as mesmas condições de escoamento, a Figura 9.27, mostra que a distribuição de U na secção transversal, na posição $\theta = 150^\circ$, é ligeiramente afectada pela geometria na região de velocidade axial máxima, mas o padrão de escoamento transversal não é alterado.

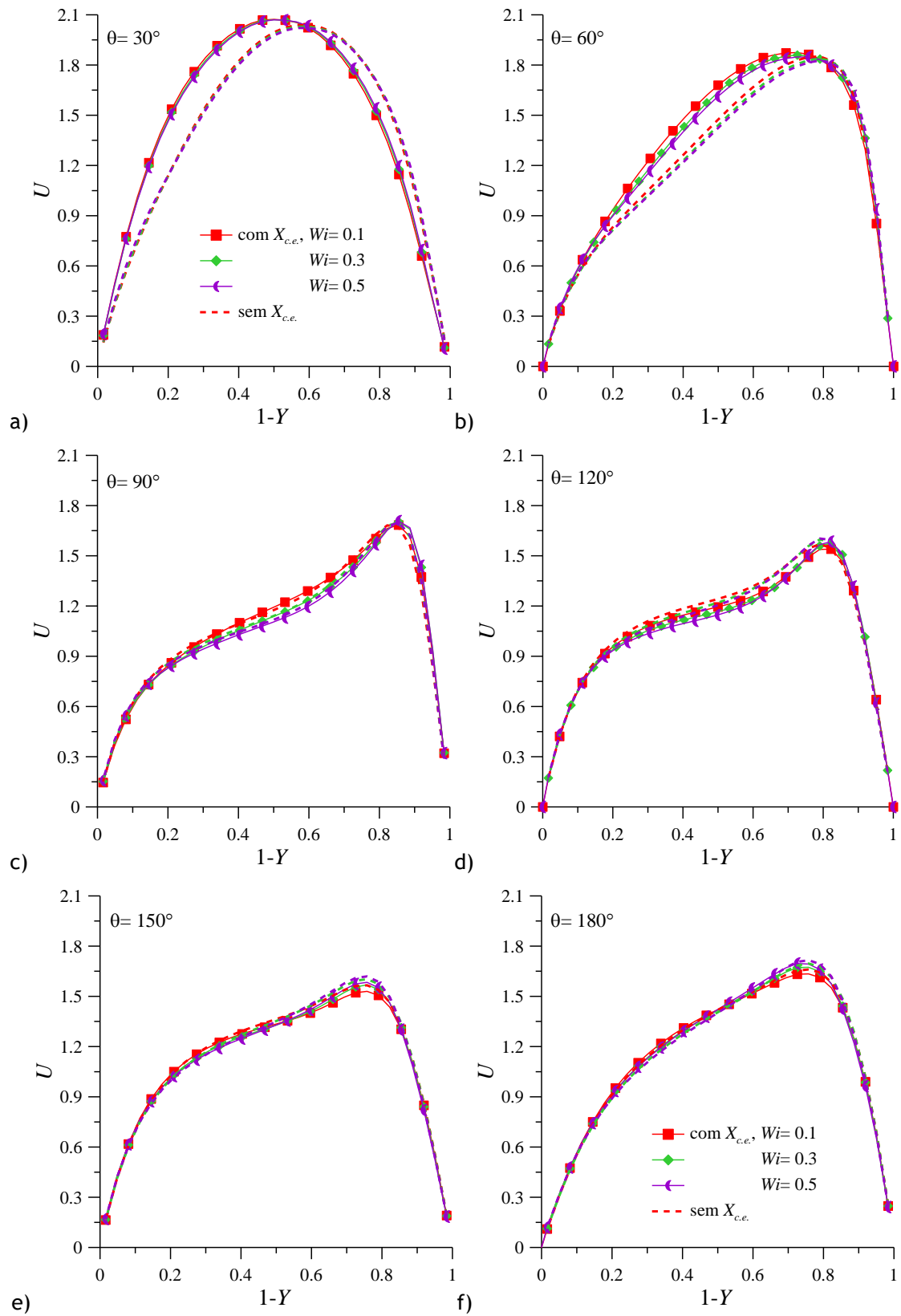


Figura 9.24- Variação da distribuição de U com Wi , ao longo do plano $Z=0.5$ em diferentes posições: a) $\theta=30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° . Comparação entre a geometria com e sem canal recto de entrada ($X_{c,e}$). Fluido FENE-CR com $Re=120$, $\beta=0.50$ e $L^2=100$.

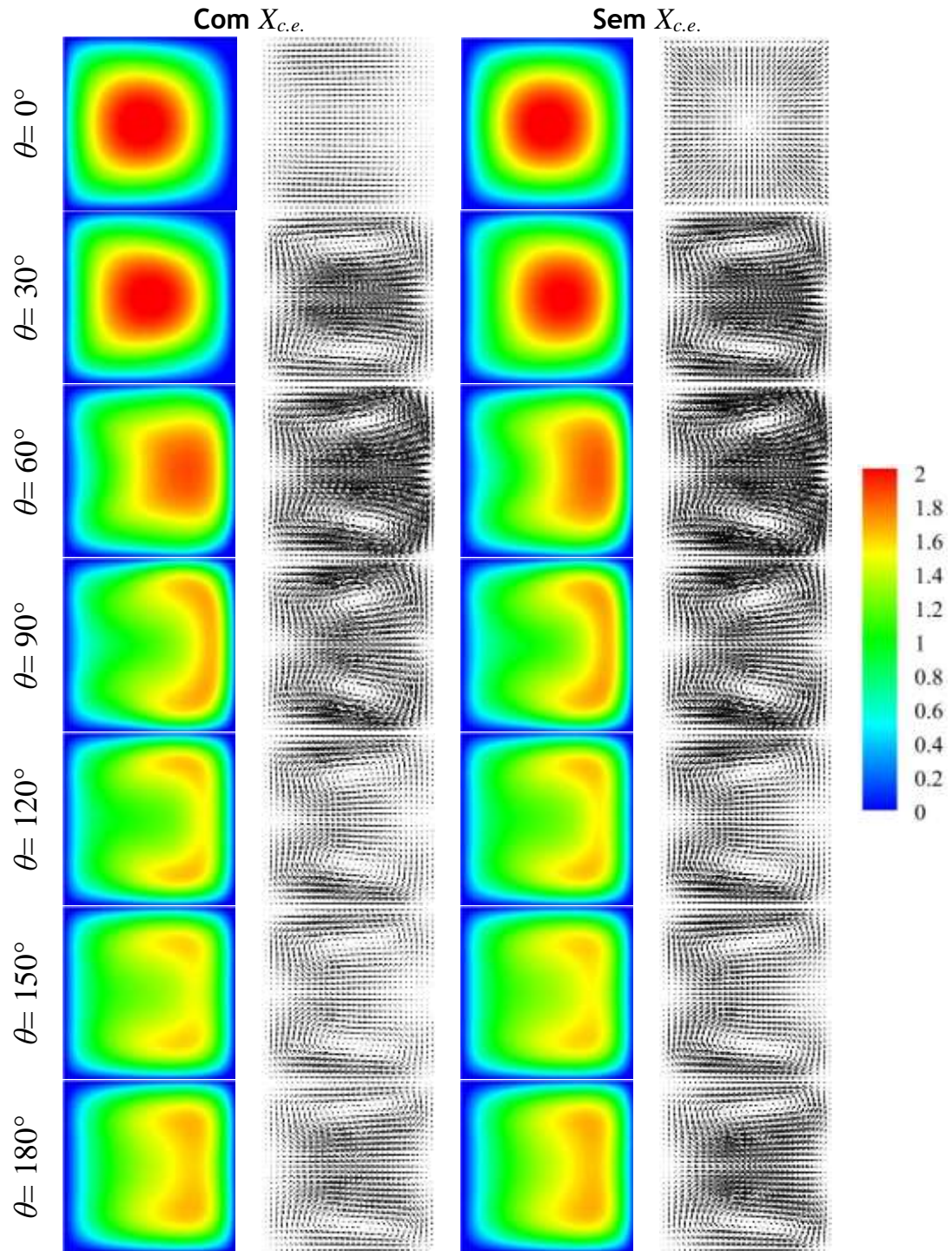


Figura 9.25- Evolução da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário ao longo da curva. Comparação entre a geometria com (esquerda) e sem (direita) canal recto de entrada ($X_{c.e.}$).

Fluido FENE-CR com $Re=120$, $Wi=0.30$, $\beta=0.50$ e $L^2=100$.

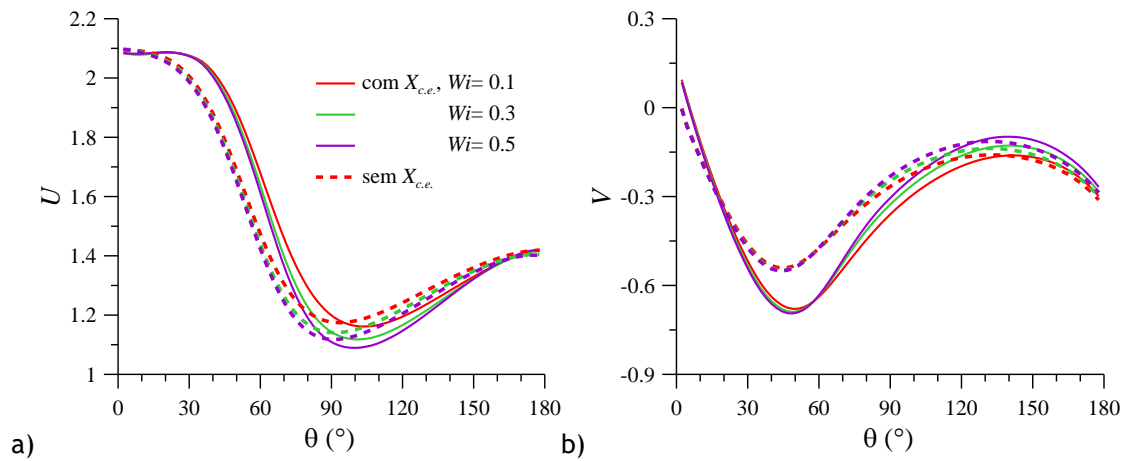


Figura 9.26- Evolução de: a) U e b) V ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para diferentes valores de Wi . Comparação entre a geometria com e sem canal recto de entrada ($X_{c.e.}$).

Fluido FENE-CR com $Re = 120$, $\beta = 0.5$ e $L^2 = 100$.

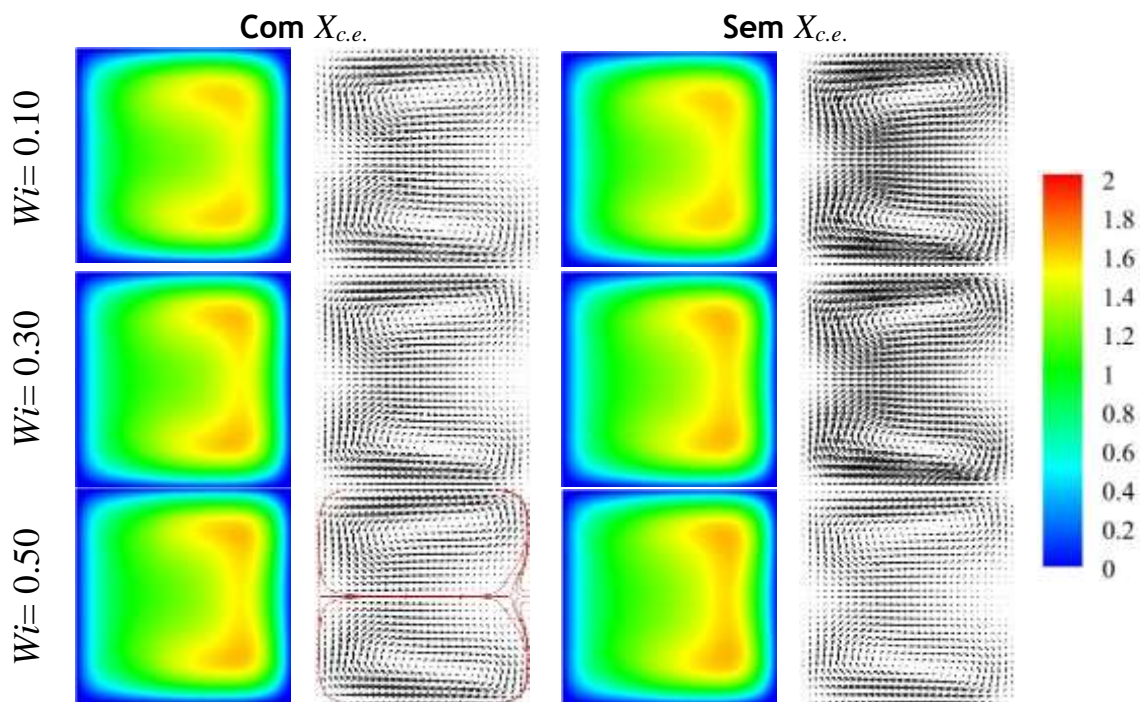


Figura 9.27- Variação da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário com Wi , na posição $\theta = 150^\circ$, para geometrias com e sem canal de entrada. Comparação entre a geometria com (esquerda) e sem (direita) canal recto de entrada ($X_{c.e.}$). Fluido FENE-CR com $Re = 120$, $\beta = 0.5$ e $L^2 = 100$.

As diferenças entre as duas geometrias são maiores quando avaliadas as componentes da tensão. Na Figura 9.28 é comparada a evolução de τ_{xx} e τ_{xy} entre as duas geometrias, para diferentes valores de elasticidade. A magnitude absoluta do pico característico de τ_{xx} e τ_{xy} desenvolvido na curva depende tanto da geometria como da elasticidade. A magnitude do

pico de τ_{XX} e τ_{XY} aumenta com Wi , como seria de esperar, e é sempre maior para a geometria com canal recto de entrada, surgindo numa posição mais a jusante para esta geometria. A diferença de magnitude entre as geometrias aumenta com o aumento de Wi , mas diminui consideravelmente a jusante. Contudo, as componentes da tensão, nas diferentes geometrias, não se igualam mesmo para $Wi = 0.1$ (Figura 9.28).

O aumento da elasticidade para valores superiores a $Wi = 0.50$, considerando modelo FENE-CR com $Re = 120$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$, mostrou que a simulação do escoamento na geometria sem $X_{c.e.}$ converge apenas para valores de elasticidade $Wi \leq 0.5$. Para a geometria com $X_{c.e.}$, no entanto, converge pelo menos até $Wi = 1.0$, para as mesmas condições de escoamento. A presença do canal recto de entrada a montante da curva tem, assim, um efeito estabilizador do ponto de vista numérico.

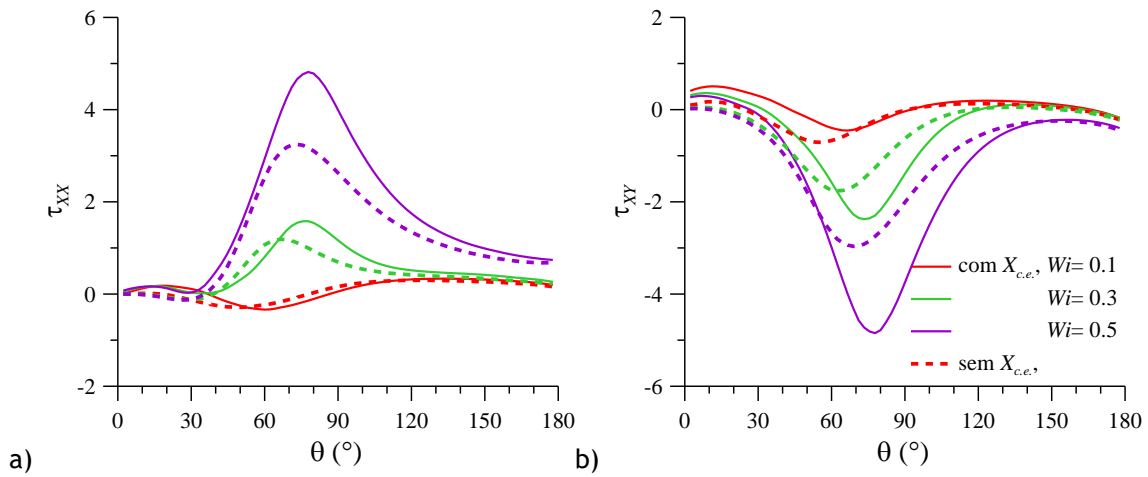


Figura 9.28- Evolução de: a) τ_{XX} e b) τ_{XY} ao longo da curva, no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$, para diferentes valores de Wi . Comparação entre a geometria com e sem canal recto de entrada ($X_{c.e.}$).

Fluido FENE-CR com $Re = 120$, $\beta = 0.5$ e $L^2 = 100$.

9.3.3. Conclusões

Os resultados acima apresentados mostram que as diferenças no desenvolvimento do escoamento entre perfil uniforme e perfil completamente desenvolvido são também significativas em escoamento em desenvolvimento através de curvas acentuadas. O perfil uniforme retarda, igualmente, o desenvolvimento do escoamento. Isto é, o efeito da força centrífuga sobre o escoamento só se sobrepõe ao efeito da inércia na direcção axial numa posição mais a jusante, comparativamente ao escoamento com perfil de entrada completamente desenvolvido. As diferenças no desenvolvimento dos escoamentos são acentuadas pela diminuição da razão de curvatura. Em particular, à saída da curva não se verifica o completo desenvolvimento nem os escoamentos se igualam.

A presença do canal recto de entrada altera o perfil de velocidade à entrada da curva. Por este motivo, o desenvolvimento do escoamento apresenta diferenças nas duas geometrias consideradas. As diferenças são maiores na primeira metade da curva, e diminuem na segunda metade da curva, mas não se igualam, confirmando que a distância angular admitida não é suficiente para atingir escoamento completamente desenvolvido, em geometrias com razão de curvatura reduzida. A presença de canal recto de entrada retarda o desenvolvimento do escoamento, porque, de início, o ponto de velocidade axial máxima é deslocado para o interior da curva. Contudo, esta diferença resulta numa maior estabilização do escoamento, permitindo obter convergência de soluções em escoamentos com valores de elasticidade superiores.

9.4. Conclusões

Os resultados apresentados permitem concluir que independentemente das condições de escoamento e da geometria admitida, o escoamento em desenvolvimento através de curva com secção quadrada segue uma linha de evolução comum. Contudo, o perfil de entrada e a presença ou não de canal recto de entrada provaram ser determinantes na evolução do escoamento, sendo particularmente importante na primeira metade da curva de $\theta = 180^\circ$ e quando a razão de curvatura do canal é reduzida. Assim, o perfil de entrada uniforme (ou perfil tampão) e a presença de canal recto de entrada resultam no retardamento do desenvolvimento do escoamento ao longo da curva, que é acentuado pela redução da razão de curvatura.

Apesar de o resultado ser o mesmo, isto é, o retardamento do desenvolvimento do escoamento na curva, os mecanismos de evolução são diferentes nos dois casos. No caso de perfil uniforme, surge da combinação dos efeitos da inércia na direcção axial, da força centrífuga e da necessidade de estabelecer a camada limite junto às paredes laterais. Isto é, no início da curva, a inércia e o desenvolvimento da camada limite tem um efeito superior ao da força centrífuga, e o escoamento axial aumenta em magnitude antes mesmo de ser deslocado no sentido da parede exterior da curva. Por esse motivo, a transferência de quantidade de movimento no sentido da parede exterior da curva só se verifica numa posição mais a jusante. Na presença de canal recto de entrada, o deslocamento do escoamento no sentido da parede interior, a montante da curva, resulta no aumento do “caminho” a percorrer pelo máximo do escoamento axial, no sentido da parede exterior da curva.

No final da curva, os escoamentos tendem a aproximar-se em todos os casos, mas, dependendo das condições de escoamento, podem igualar-se ou não. O aumento da inércia, os modelos reológicos viscoelásticos, o aumento da elasticidade, da extensibilidade e da concentração de polímero, resultam no aumento das diferenças no desenvolvimento do escoamento para as diferentes condições de entrada.

A presença de canal recto de entrada revelou ser importante na estabilização do escoamento em curvas com razão de curvatura reduzida, em particular para valores de elasticidade elevados.

Capítulo 10.

Escoamento em curvas com diferentes razões de aspecto

A forma e dimensão da secção transversal, que confina o escoamento a um determinado espaço, são cruciais no desenvolvimento do escoamento em curvas. A forma circular da secção transversal é a mais encontrada na natureza e em aplicações práticas de canais curvos. No entanto, outras formas podem ser usadas, tal como a forma rectangular, por exemplo, em sistemas de ventilação e ar condicionado, ou forma anelar, por exemplo, em sistemas de filtração (Figura 10.1). Para razão de aspecto (A) infinita o efeito das paredes laterais é eliminado e, por esse motivo, a intensidade do escoamento secundário tende assintoticamente para zero (Cumming (1952)). Na prática não existem canais com $A = \infty$, e só no caso limite em que $d \gg R$ o efeito das paredes laterais poderá ser negligenciado. Esta condição é muitas vezes assumida na abordagem analítica para simplificação do problema ou no caso do escoamento entre dois cilindros concêntricos, análogo ao escoamento em curvas. Para razão de aspecto finita, o padrão primário do escoamento é celular por natureza, com pelo menos 2 vórtices sempre presentes devido ao efeito das paredes laterais que restringem o escoamento (Topakaglu & Ebadian (1985), Shanthini & Nandakumar (1986)). Mas o desenvolvimento de instabilidades depende essencialmente de Dn , uma vez que para $Dn \ll$ o escoamento é independente da secção transversal (Cheng & Akiyama (1970)).

Segundo Guan & Martonen (1997), qualquer forma da secção transversal em curvas pode desenvolver escoamento secundário, mas as condições necessárias para o seu desenvolvimento e o padrão desenvolvido vai depender significativamente da geometria da secção. Quando $A = h/d = 1$ significa que a altura (h) e a largura (d) da secção transversal são iguais; quando $A < 1$ as paredes interior e exterior da curva têm um tamanho reduzido relativamente às paredes laterais; enquanto para $A > 1$ as paredes interior e exterior da curva têm um tamanho superior ao das paredes laterais (Figura 10.1).

Numa tentativa de perceber a influência das paredes do canal na formação e desenvolvimento do escoamento secundário característico das curvas, têm sido investigados escoamentos em canais curvos com as mais diversas formas de secção transversal (Figura 10.1). Smith (1976a) tentaram obter uma solução analítica aplicável a curvas com secção transversal genérica, para uma gama considerável de Dn e considerando $R \gg d$. No entanto, o problema mostrou ser muito mais complicado para Dn elevado. Mesmo assumindo

simplificações, concluíram que a sua análise é válida apenas para o caso de secção transversal triangular, e para condições de escoamento particulares.

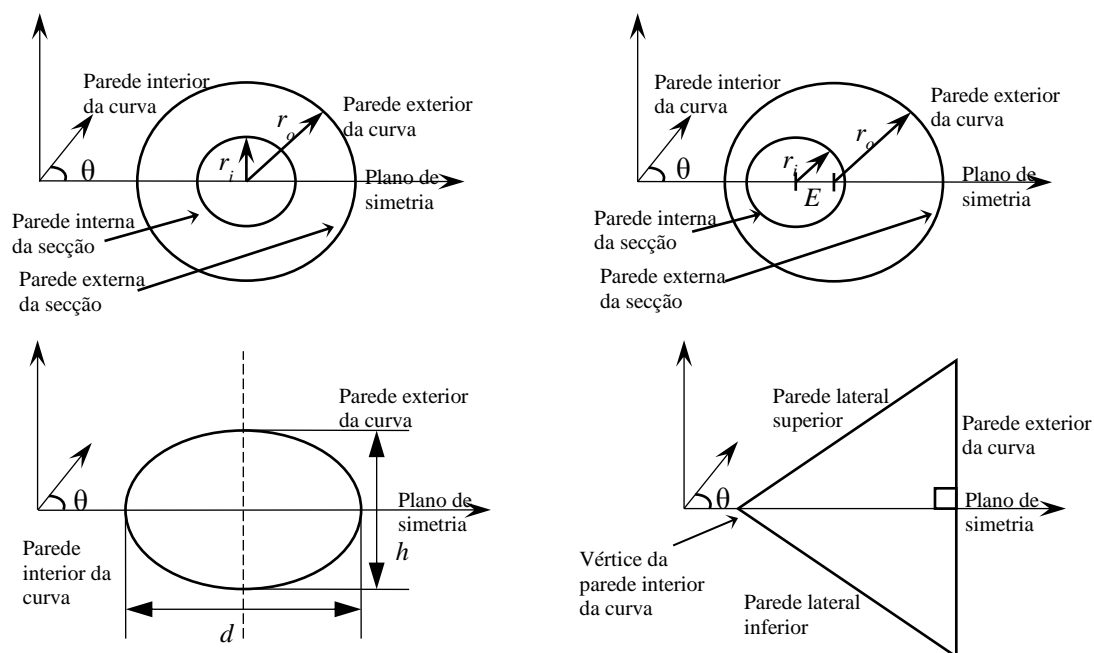


Figura 10.1- Tipos de secção transversal e nomenclatura, (da esquerda para a direita e de cima para baixo): secção anelar concêntrica, secção anelar excêntrica, secção elíptica e secção triangular isósceles.

Ito (1951, citado por Bara et al. (1992)) demonstrou a existência de escoamento secundário tanto em secção transversal quadrada como elíptica. Verificou que, para A reduzido, a intensidade do escoamento secundário aumenta até um máximo, a partir do qual começa a diminuir. Cuming (1952) estudou os efeitos da razão de aspecto sobre a distribuição da velocidade, considerando secção transversal com forma elíptica, rectangular e circular. Verificou que a intensidade do escoamento secundário é maior para secção rectangular do que para secção circular e que a intensidade do escoamento secundário diminui quer para $A \gg$ quer para $A \ll$. Dean & Hurst (1959) verificaram que a redução de caudal e a deslocação da velocidade axial máxima no sentido da parede exterior é maior e mais acentuado para canal de secção quadrada do que circular, fundamentando que, nas mesmas condições, a secção quadrada apresentar um escoamento transversal mais intenso.

Masliyah & Nandakumar (1979), Masliyah (1980) e Nandakumar & Masliyah (1982) mostraram a importância da configuração geométrica das paredes da curva no desenvolvimento do escoamento secundário. Masliyah & Nandakumar (1979) não verificaram numericamente a solução de 4-vórtices para canal helicoidal de secção semi-circular, cuja parede recta correspondia à parede interior da curva. Outra observação importante foi a de que para esta geometria, a variação da curvatura não afecta significativamente o escoamento, sendo caracterizado apenas por Dn . Mais tarde, Masliyah (1980) estudou o mesmo tipo de geometria com diferença na posição da parede recta, que desta vez

correspondente à parede exterior da curva. Neste caso, verificou a formação do padrão com 4-vórtices. Mostrou ainda que, para as mesmas condições de escoamento, o valor de Dn de transição do escoamento secundário (de 1 para 2 pares de vórtices), para esta secção semi-circular ($Dn = 105$), está mais próximo do valor para secção rectangular ($Dn = 100$) do que para secção circular. No mesmo estudo, não observaram transição do escoamento para a secção circular, mas verificaram para a secção semi-circular com parede recta no interior da curva ($Dn > 250$). Nandakumar & Masliyah (1982) compararam o escoamento em canais curvos de secção circular e semi-circular e verificaram que a solução de quatro vórtices é mais fácil de obter quando a parede exterior da curva é recta, confirmando os resultados de Masliyah (1980). De Vriend (1981a) estudou o efeito das paredes interior e exterior considerando canal de secção rectangular. Os resultados apresentados mostraram que, mesmo para $d \gg h$, as paredes têm importância considerável na redistribuição da velocidade, argumentando que a negligência destas paredes leva a resultados limitados. Nandakumar & Masliyah (1982) observaram que a bifurcação da solução de dois vórtices para soluções de dois e quatro vórtices, para Dn elevado, existe independentemente da forma da secção transversal.

Sugiyama et al. (1983) e, mais tarde, Fellouah et al. (2006) apresentaram estudos sistemáticos sobre o efeito da razão de aspecto nas alterações do escoamento através de curvas de 180° com secção rectangular. Sugiyama et al. (1983) visualizaram experimentalmente o escoamento secundário numa gama de $0.25 \leq A \leq 2.5$, e Fellouah et al. (2006) estudaram numericamente uma gama mais alargada de razões de aspecto ($0.5 \leq A \leq 12$), e experimentalmente o caso particular com $A = 8$. Em ambos os estudos, verificaram que $Dn_{crítico}$ depende da razão de aspecto, mas a sua variação não é linear. Em geral, $Dn_{crítico}$ apresenta o seu valor mais baixo para $A = 1$; para $A < 1$ o valor de $Dn_{crítico}$ aumenta; mas para $A > 1$ o $Dn_{crítico}$ primeiro aumenta e depois diminui até que se torna constante, para determinado d/R (Sugiyama et al. (1983), Thangam & Hur (1990) e Fellouah et al. (2006a)). Esta variação é justificada pela maior ou menor dominância relativa dos efeitos de confinamento, que as paredes da secção exercem sobre o escoamento, e a resistência à formação do escoamento secundário. Segundo Fellouah et al. (2006a), assumindo Dn e d/R constantes, à medida que A aumenta, estes dois efeitos competem entre si: para $A < 1$ o efeito do confinamento predomina aumentando o Dn de transição; para $1 < A < 4$ o efeito do escoamento secundário prevalece e o Dn de transição aumenta; para $4 < A < 8$ o efeito de não-confinamento domina o escoamento e o Dn de transição diminui; para $A \geq 8$ o efeito de não-confinamento é mais acentuado (onde o efeito das paredes laterais é praticamente negligenciável) e o Dn de transição tende a atingir um valor constante. A partir daí, o valor de Dn de transição passa a ser independente de A . A

variação de $Dn_{crítico}$ com A , descrita por Fellouah et al. (2009), está representada graficamente na Figura 10.2, assim como para outros autores, considerando diferentes razões de curvatura.

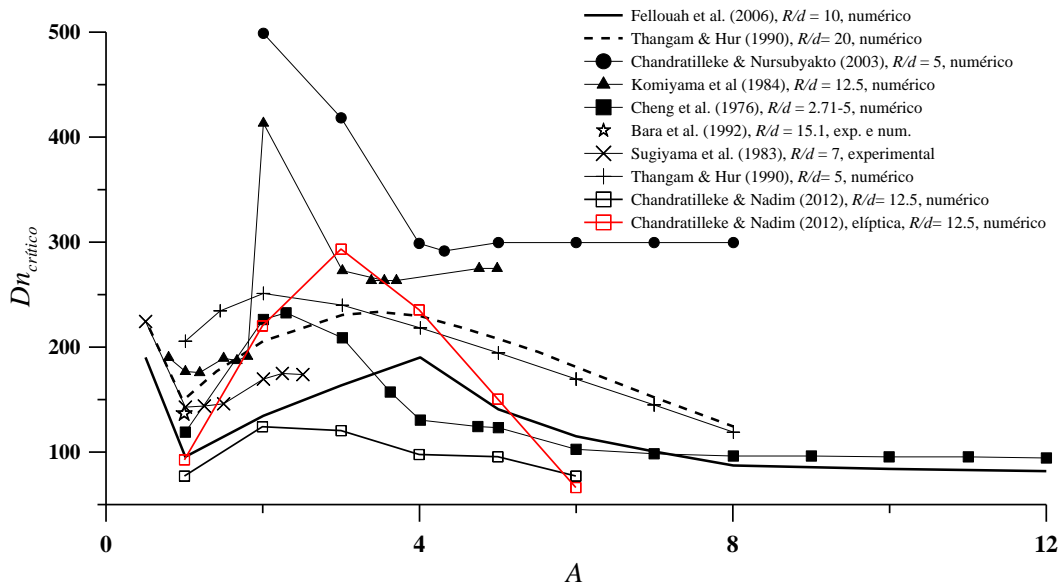


Figura 10.2- Variação de $Dn_{crítico}$ com A , em curvas de secção rectangular com diferentes razões de curvatura (R/d), apresentada por diferentes autores. (adaptado de Fellouah et al. (2006))

As instabilidades de Dean desenvolvidas são significativamente diferentes dependendo de A . De uma forma geral, com o aumento de Dn (para valores moderados), o escoamento secundário desenvolve-se numa estrutura de 2 pares de vórtices para baixas razões de aspecto, e múltiplos pares de vórtices ao longo da parede exterior da curva para razões de aspecto superiores (Sugiyama et al. (1983), Shanthini & Nandakumar (1986), Thangam & Hur (1990), Yanase et al. (2002) e Fellouah et al. (2006a)). Sugiyama et al. (1983), para $0.25 \leq A \leq 2.5$, verificaram a formação de até 3 pares de vórtices; Yanase et al. (2002) consideraram a gama $1 \leq A \leq 12$ e Fellouah et al. (2006) a gama $0.5 \leq A \leq 12$, e observaram que o padrão do escoamento secundário pode apresentar até 12 pares de vórtices; Facão & Oliveira (2005) mostraram padrões de escoamento de até 3 pares de vórtices para $A = 7.14$. Na Figura 10.3 são apresentados alguns padrões de escoamento secundário obtidos experimentalmente por Sugiyama et al. (1983) e Fellouah et al. (2006a) para secção transversal rectangular com diferentes valores de A . Outros padrões de escoamento secundário, em curvas de secção rectangular, são ilustrados nos trabalhos de, por exemplo, Sugiyama et al. (1983), Yanase et al. (2002) e Fellouah et al. (2006a).

Considerando escoamento sem inércia ($Re \cong 0$), Norouzi et al. (2010a) verificaram que em secção transversal rectangular com $A = 0.89077$, a resistência do escoamento é independente da curvatura do canal (Figura 10.4-a), isto é, a resistência do escoamento numa qualquer

curva é igual à resistência do escoamento num canal recto ($f_c/f_s = 1$). No entanto, para $A > 0.89077$ a resistência do escoamento na curva é menor que em canal recto, e para $A < 0.89077$ a resistência do escoamento numa curva é maior que num canal recto, semelhante ao escoamento inercial (Figura 10.4-a).

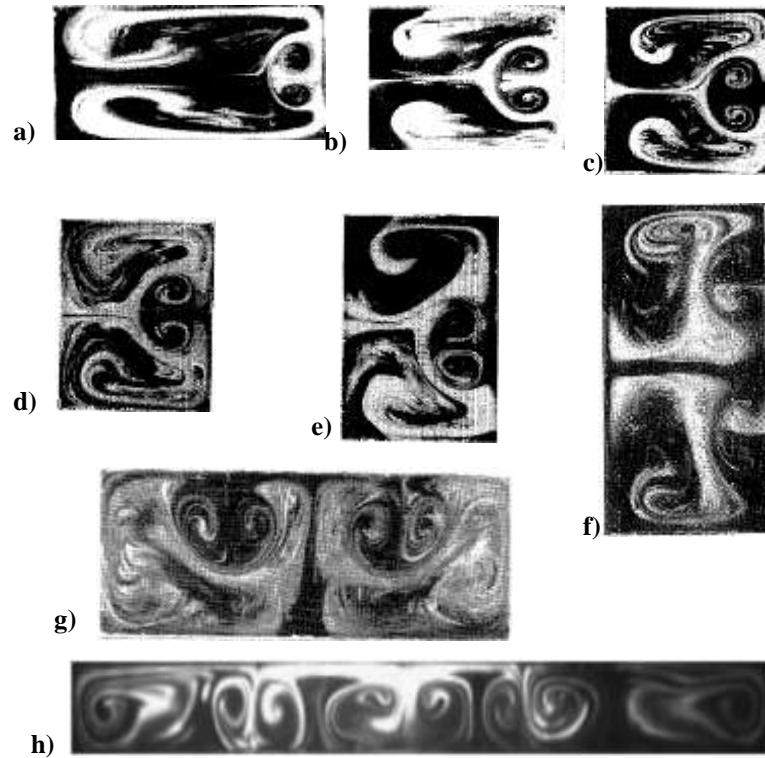


Figura 10.3- Ilustração fotográfica dos resultados experimentais de Sugiyama et al. (1983) e Fellouah et al. (2006): a) $A = 0.5$ e $Dn = 275$; b) $A = 0.75$ e $Dn = 282$; c) $A = 1$ e $Dn = 183$; d) $A = 1.25$ e $Dn = 249$; e) $A = 1.5$ e $Dn = 216$; f) $A = 2$ e $Dn = 180$; g) $A = 2.5$ e $Dn = 279$ (adaptado de Sugiyama et al. (1983)); h) $A = 8$ e $Dn = 200$ (adaptado de Fellouah et al. (2006)).

A secção transversal com forma elíptica, que não apresenta paredes rectas, mostra ser mais eficiente no desenvolvimento do escoamento secundário. Esta eficiência é aumentada quando o lado maior da secção corresponde à parede exterior da curva ($h \gg d$). Truesdell & Adler (1970) verificaram este resultado comparando o escoamento através de canal helicoidal com secção circular e elíptica. Silva et al. (1999) e Chandratilleke & Nadim (2012) compararam numericamente o escoamento através de curva de secção transversal elíptica e rectangular. Chandratilleke & Nadim (2012) concluíram que o desenvolvimento do escoamento secundário é diferente numa e outra secção: na secção elíptica, ao contrário do que ocorre em canais de secção rectangular, as instabilidades de Dean têm origem dentro do escoamento, isto é, dentro do par de vórtices principal, em vez da parede exterior da curva; apresenta regiões de estagnação diferentes; e o Dn de transição (de 1 para 2 ou mais pares

de vórtices) é mais baixo na secção rectangular do que na secção elíptica (Figura 10.2). Chandratilleke & Nadim (2012) verificaram ainda que em escoamento térmico, para Dn reduzido (onde a convecção térmica domina o escoamento), a secção elíptica é mais eficiente na transferência de calor, comparado com a secção rectangular; mas para Dn elevado (onde a força centrífuga domina o escoamento) a situação reverte-se. Por sua vez, Silva et al. (1999) mostraram que o escoamento através de curva com secção elíptica pode ser menos estável que para secção rectangular, para Dn elevado, ao observarem a formação de múltiplos pares de vórtices. O mesmo não foi observado no caso da secção rectangular. Silva et al. (1999) mostraram ainda que o factor de atrito (Figura 10.4-b) aumenta com Dn qualquer que seja a forma da secção transversal, mas só é afectado por A na secção rectangular, sendo tanto maior quanto maior A , apesar da diferença só se fazer observar para $Dn > 150$.

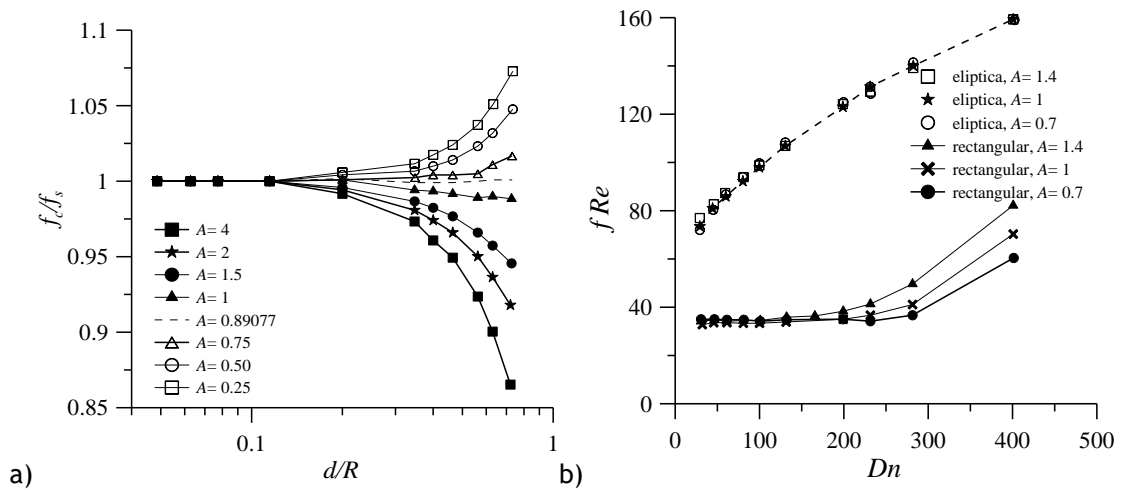


Figura 10.4- a) Variação da razão do factor de atrito (f_c/f_s) com a curvatura, para canal com secção transversal rectangular com diferentes valores de A e $Re \cong 0$. (Adaptado de Norouzi et al. (2010)); b) Variação do factor de atrito modificado (fRe) com o Dn , para curva com secção elíptica e rectangular com diferentes valores de A . (adaptado de Silva et al. (1999)).

Soluções para escoamento em canal com secção transversal triangular foram obtidas numericamente para uma gama elevada de Dn por Collins & Dennis (1976a, 1976b). A forma considerada foi a de um triângulo isósceles cuja parede interior da curva corresponde ao vértice formado pelos lados iguais do triângulo, que, por sua vez, correspondem às paredes laterais (Figura 10.1). Observaram o aparecimento do par de vórtices principal, mas com o aumento de Dn , os vórtices principais diminuem de intensidade e surge um novo par de vórtices nos cantos, formados pela parede exterior da curva e as paredes laterais. Para valores ainda maiores de Dn , a complexidade do escoamento aumenta com a formação de novos pares de vórtices adjacentes aos vórtices adicionais. Este tipo de vórtices, que surgem

no canto, tinha sido já observado por Moffatt (1963), num estudo analítico sobre a formação de vórtices em cantos acentuados.

Os canais curvos com secção anelar são frequentemente utilizados para aumentar a eficiência da transferência de calor e/ou de massa (Kapur et al. (1964), Patil et al. (1982), Garimella et al. (1988), Prasad et al. (1989), Haraburda (1995), Figueiredo & Raimundo (1996)). Humphrey (1978) comparou numericamente as secções transversais circular e anelar, em curvas de 90° . Observou que na presença da parede curva dentro do canal, o padrão de escoamento aumenta em complexidade, com formação de pares de vórtices adicionais, sendo esta complexidade tanto maior quando menor a razão entre raios ($r = r_i/r_o$ onde r_i é o raio interior da secção e r_o é o raio exterior da secção transversal, Figura 10.1). Em continuação do estudo de Humphrey (1978), Choi & Park (1992) consideraram uma gama superior de R/d e r , e verificaram que o padrão típico do escoamento transversal é constituído por 1 par de vórtices em cada metade da secção, para r reduzido. Para r elevado, como o espaço entre as paredes interna e externa da secção transversal diminui, o padrão anterior decompõe-se. Para o mesmo tipo de secção, Nobari et al. (2009) mostrou a complexidade do desenvolvimento do escoamento secundário. A distribuição da velocidade axial segundo o plano de simetria é assimétrica em cada um dos lados da parede interna da secção transversal. Para baixo Re , o escoamento apresenta um padrão de dois vórtices simétricos segundo o plano de simetria: um mais pequeno junto da parede interna da secção e o outro maior junto da parede externa da secção transversal. O aumento de Re leva à formação de novos pares de vórtices com origem na divisão dos vórtices maiores. A complexidade do escoamento através de canal com secção anelar pode ainda ser aumentada se se considerar a excentricidade da parede interna da secção transversal (Figura 10.1). Nesta situação o escoamento é assimétrico na secção transversal, com escoamento secundário mais intenso na região mais larga (Nobari & Mehrabani (2010), Nobari et al. (2012)).

É consensual que qualquer que seja a secção transversal, é possível obter escoamento secundário em qualquer curva, e a intensidade do escoamento secundário é maior para secção transversal cuja parede exterior seja recta. A maior intensidade do escoamento secundário está associada a melhores performances em termos de transferência de calor/massa e mistura, por isso as secções não-circulares com, pelo menos, a parede exterior recta são apontadas como mais eficientes, embora sejam menos comuns.

10.1. Descrição do problema

Para avaliar o efeito da secção transversal sobre o escoamento através de curva, a variação da secção transversal rectangular é feita através do aumento da profundidade do canal, mantendo a largura deste constante. Isto é, a distância entre a parede interior e exterior da curva é constante ($Y=d=1$), enquanto a distância entre as paredes laterais inferior e superior da curva é aumentada ($Z=h \geq 0.5$), aumentando assim a razão de aspecto (

$A = h/d$). A geometria admitida é apresentada na Figura 4.7, com razão de curvatura constante e igual a $R_c = R/d = 7.5$, e a razão de aspecto é variada segundo o intervalo $0.5 \leq A \leq 5$, para o qual o efeito das paredes laterais sobre o escoamento é não negligenciável.

Tabela 10.1- Características das malhas para canal com $R_c = 7.5$ e diferentes razões de aspecto.

Razão de aspecto		$NX \times NY \times NZ$	f_x	f_y	f_z	NCV
$A = 0.5$	Canal entrada	$30 \times 20 \times 20$	0.91168118	1.00000000	1.00000000	96400
	Curva	$181 \times 20 \times 20$	1.00000000	1.00000000	1.00000000	
	Canal saída	$30 \times 20 \times 20$	1.09687467	1.00000000	1.00000000	
$A = 1$	Canal entrada	$30 \times 31 \times 31$	0.91168118	1.00000000	1.00000000	231601
	Curva	$181 \times 31 \times 31$	1.00000000	1.00000000	1.00000000	
	Canal saída	$30 \times 31 \times 31$	1.09687467	1.00000000	1.00000000	
$1 < A \leq 3$	Canal entrada	$30 \times 51 \times 51$	0.91168118	1.00000000	1.00000000	626841
	Curva	$181 \times 51 \times 51$	1.00000000	1.00000000	1.00000000	
	Canal saída	$30 \times 51 \times 51$	1.09687467	1.00000000	1.00000000	
$3 < A \leq 5$	Canal entrada	$30 \times 51 \times 51$	0.89526010	1.00000000	1.00000000	860931
	Curva	$271 \times 51 \times 51$	1.00000000	1.00000000	1.00000000	
	Canal saída	$30 \times 51 \times 51$	1.11699382	1.00000000	1.00000000	

O aumento da razão de aspecto requer um aumento do refinamento da malha para maior precisão. As características das diferentes malhas são resumidas na Tabela 10.1. Para avaliar o efeito da razão de aspecto, a inércia é considerada constante e igual a $Re = 350$, para escoamento newtoniano e viscoelástico. Nestas condições, para escoamento viscoelástico o efeito da elasticidade sobre a evolução do escoamento nas diferentes geometrias é explorado, assim como o efeito dos modelos FENE-CR e FENE-P, e dos parâmetros dos modelos viscoelásticos. As condições iniciais e de fronteira são as descritas no Capítulo 3, como por exemplo, perfil de escoamento completamente desenvolvido à entrada do canal e condição de não-eskorregamento nas paredes.

Neste capítulo, em específico, nas figuras que ilustram os planos da secção transversal, a parede exterior da curva corresponde ao lado superior das figuras, enquanto a parede interior corresponde ao lado inferior. Já as paredes laterais inferior e superior da secção transversal correspondem ao lado direito e esquerdo da figura, respectivamente, salvo quando devidamente referido.

10.2. Resultados

10.2.1. Fluido newtoniano

O efeito da variação da razão de aspecto sobre a distribuição da velocidade axial na secção transversal, para escoamento de fluido newtoniano com $Re = 350$, é ilustrado na

Figura 10.5, em diferentes posições angulares. A Figura 10.5 mostra que, qualquer que seja a razão de aspecto para secção transversal rectangular, a região de velocidade axial máxima, que à entrada da curva se localiza no centro da secção transversal, é deslocada no sentido da parede exterior da curva como resultado da acção da força centrífuga, e aí permanece até ao final da curva. Nestas condições de escoamento, este resultado é verdadeiro excepto quando $A < 1$ ($A = 0.5$ na Figura 10.5), onde a região de velocidade axial máxima não sofre deslocamento. Nos casos onde se verifica a transferência de escoamento no sentido da parede exterior da curva, a distribuição da região de velocidade axial máxima depende consideravelmente da posição angular e da razão de aspecto, para o mesmo valor de inércia. Em particular, para $A = 1.5$ verifica-se a formação de uma indentação acentuada desta região ao longo do plano central, característica do desenvolvimento do par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva, que resulta na transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção transversal ao longo do plano $Z = 0.5$ (Figura 10.5). Para $A = 2$ verifica-se a formação do mesmo tipo de indentação em cada uma das metades da curva, dispostas simetricamente em relação ao plano central e próxima das paredes laterais inferior e superior (Figura 10.5). Já para $A > 2$, não se observa a formação deste tipo de distribuição, para o valor de inércia admitido (Figura 10.5).

Na Figura 10.6 é ilustrada a transferência de quantidade de movimento que ocorre no plano central, entre as paredes interior e exterior da curva, ao longo do comprimento angular. A Figura 10.6 mostra que independentemente do valor da razão de aspecto, a evolução segue as características gerais de escoamento em desenvolvimento através de canal curvo.

Para a curvatura considerada, o deslocamento máximo da velocidade axial no sentido da parede exterior ocorre aproximadamente entre as posições angulares $30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$, independentemente da razão de aspecto, excepto para $A > 2$ (Figura 10.6-a e Figura 10.6-b). Quando $A = 5$, por exemplo, este deslocamento ocorre apenas para $\theta > 90^\circ$ (Figura 10.6-d). Na segunda metade da curva, a transferência de quantidade de movimento de volta ao centro da secção transversal ocorre para todos os casos, mas a variação da magnitude da velocidade axial máxima com a razão de aspecto não é linear. Para o mesmo valor de inércia, a transferência de quantidade de movimento é maior para a geometria com $A = 1.5$, comparativamente às geometrias com $A < 1.5$ e $A > 1.5$.

As Figura 10.5 e Figura 10.6 mostram que a distância entre as paredes laterais exerce um efeito significativo de confinamento sobre o escoamento determinante na distribuição da velocidade axial e, por isso, no desenvolvimento do padrão de escoamento secundário. Estes resultados são confirmados na Figura 10.7, onde é ilustrada a evolução do padrão de escoamento para os casos apresentados nas figuras anteriores.

A Figura 10.7 mostra que a evolução do padrão de escoamento transversal depende consideravelmente da razão de aspecto. Quando $A = 0.5$, a redução do tamanho das paredes interior e exterior da curva, comparativamente às paredes laterais superior e inferior, tem

como consequência o aumento significativo do confinamento do escoamento na secção: a velocidade axial distribui-se uniformemente na secção transversal (Figura 10.5); e o escoamento secundário é constituído apenas pelo par de vórtices principal resultante da força centrífuga gerada pela curvatura (Figura 10.7).

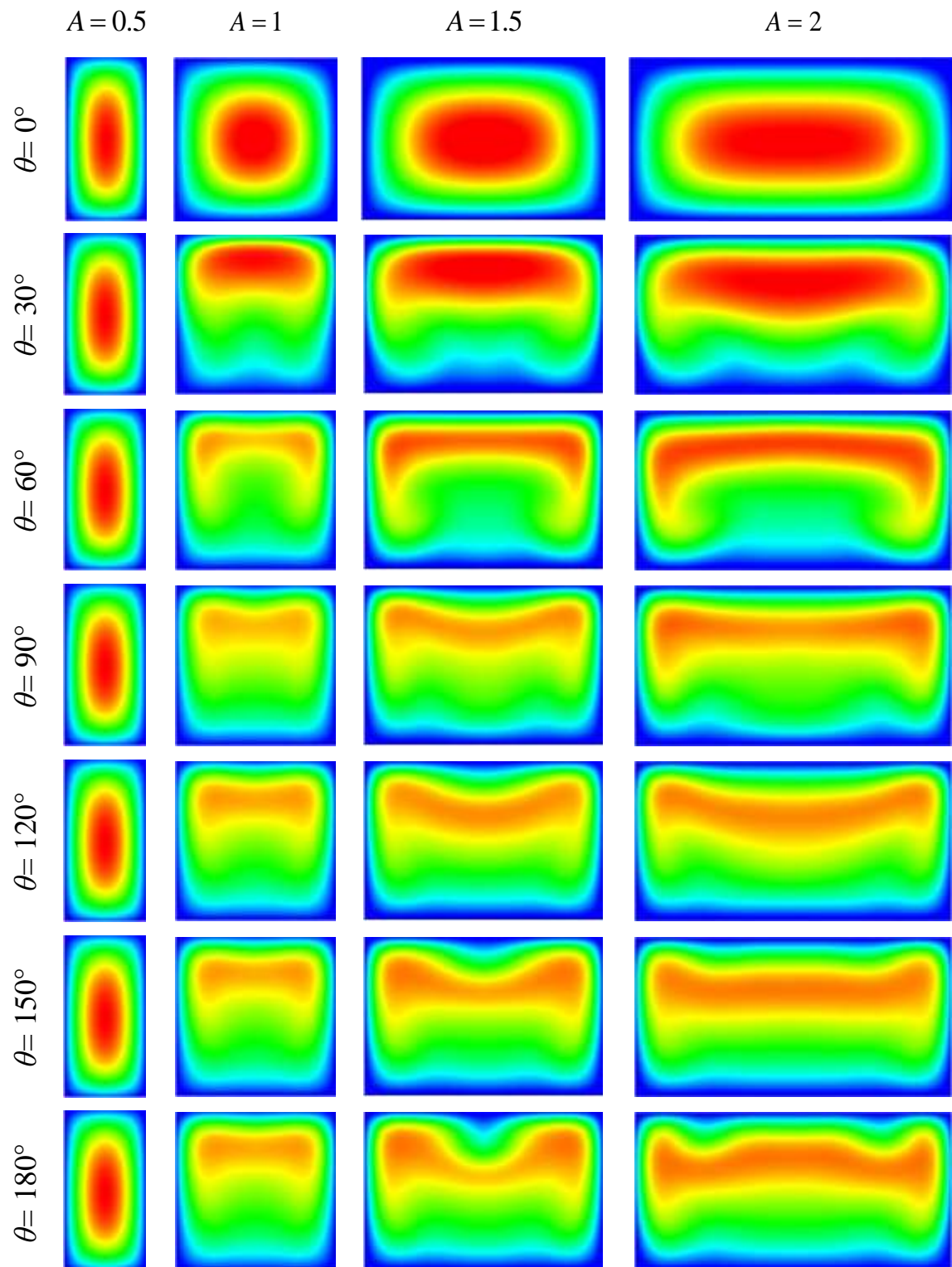


Figura 10.5- (continuação).

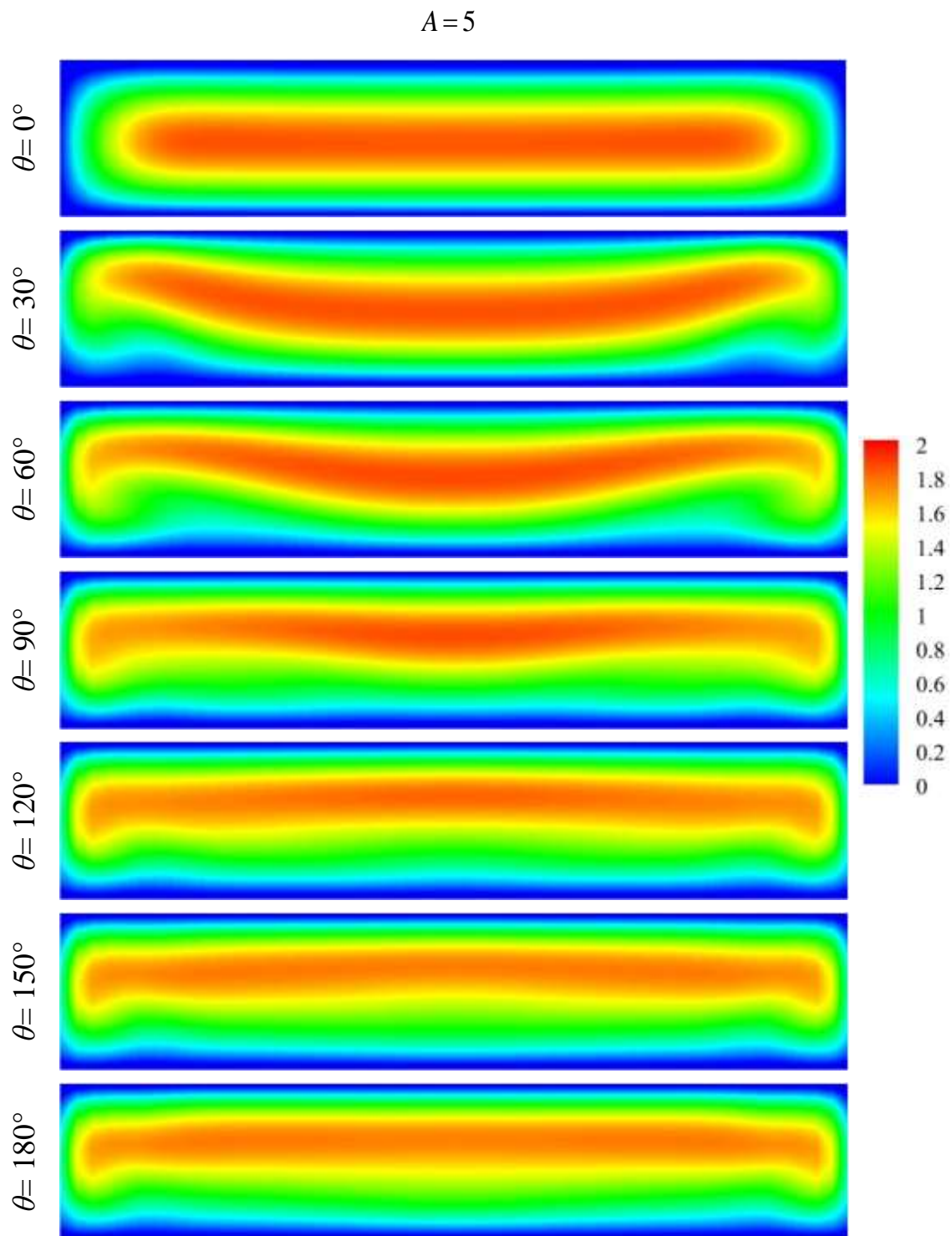


Figura 10.5- Evolução da distribuição de U ao longo da curva, para diferentes valores de A . Fluido newtoniano com $Re = 350$.

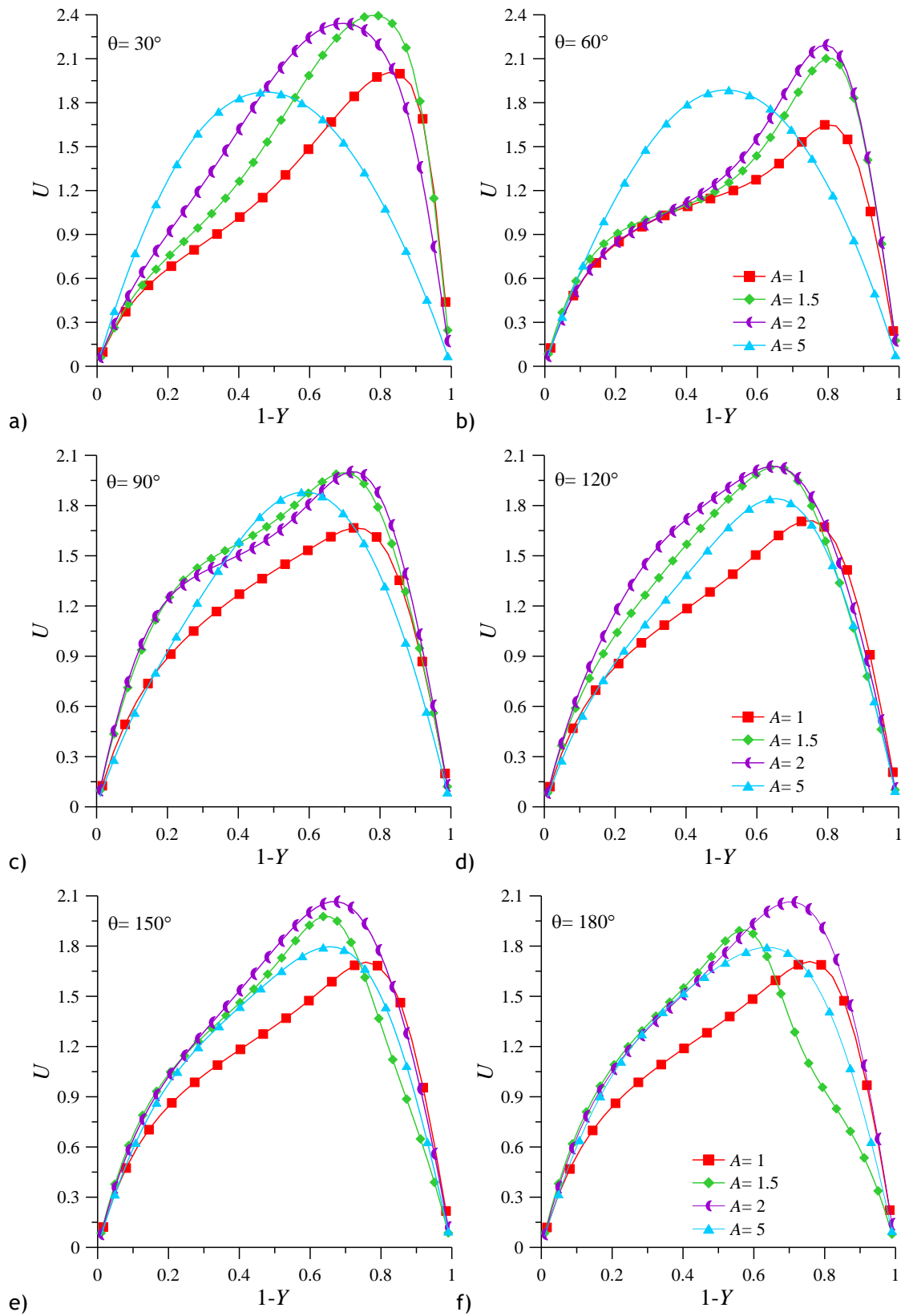


Figura 10.6- Variação da distribuição de U com A , no plano $Z = 0.5$, em diferentes posições angulares: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° . Fluido newtoniano com $Re = 350$.

Este comportamento tem como principal resultado o aumento do valor de Re necessário para que o par adicional de vórtices surja junto da parede exterior da curva. Para esta geometria, o par adicional de vórtices não se desenvolve mesmo para Re tão elevado quanto $Re = 583$ (Figura 10.8). Sugiyama et al. (1983) e Fellouah et al. (2006a, 2006b) verificaram experimental e numericamente o desenvolvimento do par adicional de vórtices para $Re = 777$ e para $Re = 822$, considerando curvas com $R_c = 8$ e $R_c = 10$, respectivamente.

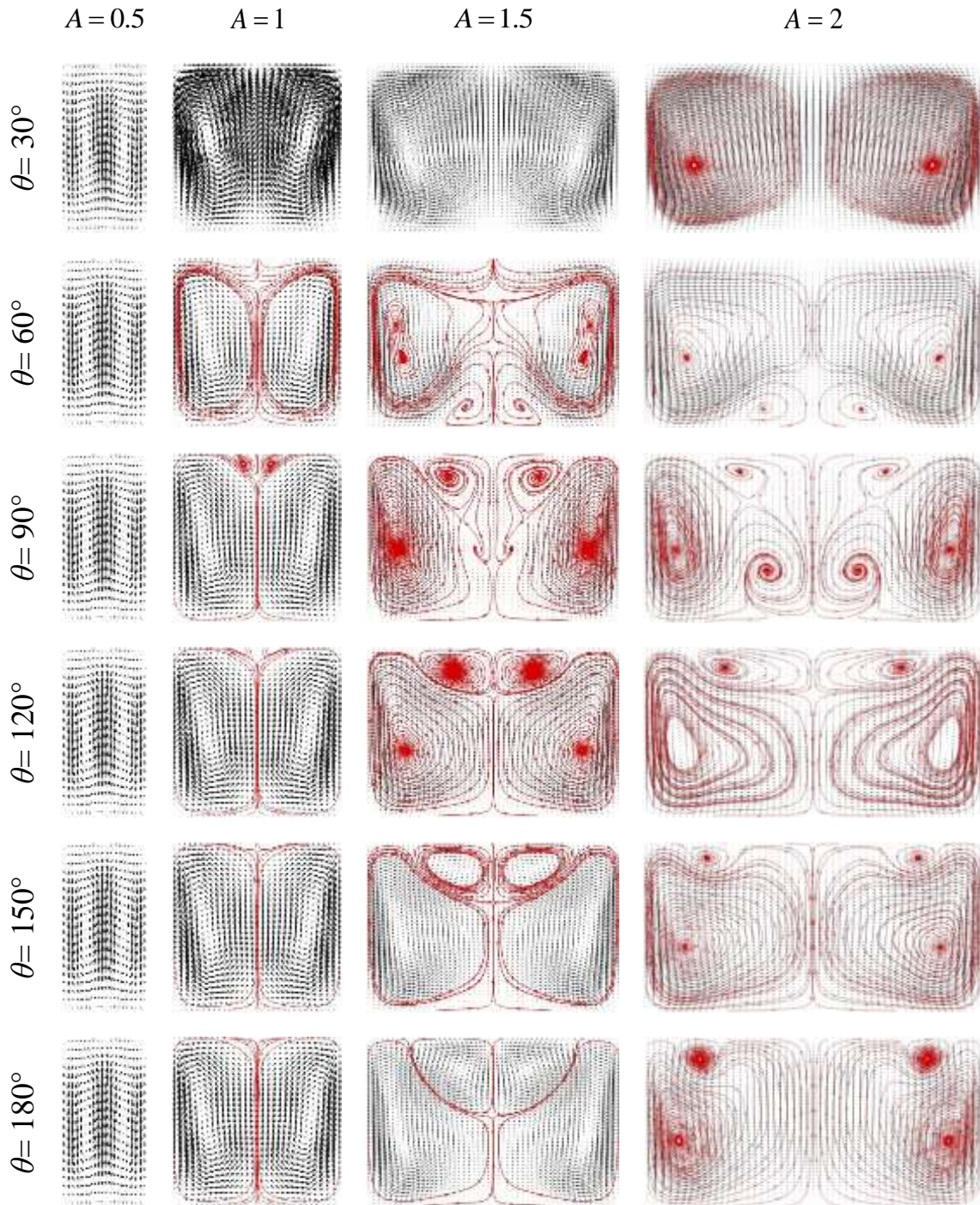


Figura 10.7- (continuação).

$$A=5$$

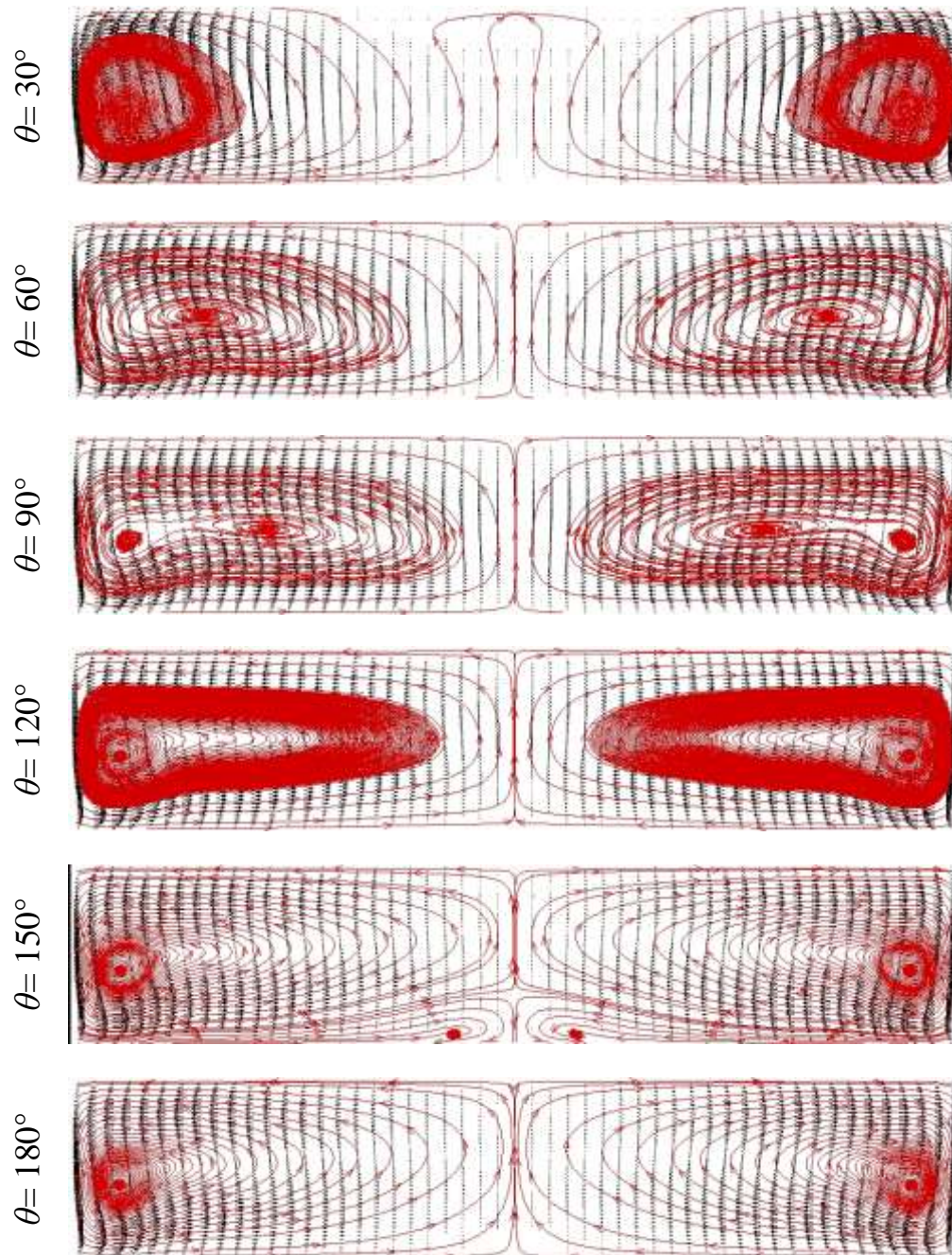


Figura 10.7- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo da curva, para diferentes valores de A . Fluido newtoniano com $Re = 350$.

O aumento da distância entre as paredes laterais, com o aumento da razão de aspecto para $A=1$, resulta numa ligeira diminuição do confinamento do escoamento. Como consequência, a distribuição do escoamento axial deixa de ser uniforme. Para compensar a concentração de velocidade axial máxima junto da parede exterior da curva, surge uma região de reversão do escoamento nesta região ($A=1$ na Figura 10.7).

Para razão de aspecto superior ($A = 1.5$), este comportamento é mais acentuado. Quando $A = 1.5$, apesar da diminuição do efeito de confinamento do escoamento secundário, produzido pelo aumento das paredes interior e exterior da curva, o efeito das paredes laterais é ainda significativo. Como resultado da combinação destes efeitos com o efeito da inércia, o desenvolvimento do par adicional de vórtices é antecipado e intensificado, comparativamente ao caso $A = 1$. Assim, tanto para $A = 1$ como para $A = 1.5$ o par adicional de vórtices surge em torno da posição $\theta = 90^\circ$, mas para $A = 1.5$ o par adicional de vórtices persiste até ao final da curva (Figura 10.7).

A Figura 10.7 mostra ainda que para $A = 1.5$ o desenvolvimento do escoamento secundário é mais complexo, comparativamente ao caso $A = 1$. Quando o escoamento entra na curva, imediatamente se desenvolve o par principal de vórtices com circulação característica do escoamento secundário em curvas. A jusante, desenvolvem-se duas regiões de reversão de escoamento: uma região junto da parede interior da curva, com formação de um par de vórtices simétricos; e uma região mais reduzida de reversão de escoamento junto da parede exterior da curva, sem formação de par adicional de vórtices ($\theta = 60^\circ$, Figura 10.7). O desenvolvimento destas regiões reduz, consequentemente, o tamanho dos vórtices principais, em particular ao longo do plano central. Entre $60^\circ < \theta \leq 90^\circ$, o par adicional de vórtices desenvolve-se na região de reversão junto da parede exterior da curva, e o par de vórtices junto da parede interior da curva tende a desaparecer. Na segunda metade da curva, o par adicional de vórtices persistente e aumenta em tamanho até ao final da curva, resultando na indentação acentuada da região axial máxima, registada na Figura 10.5, e na intensificação da transferência de quantidade de movimento no sentido do centro da secção transversal, observada na Figura 10.6, para $A = 1.5$.

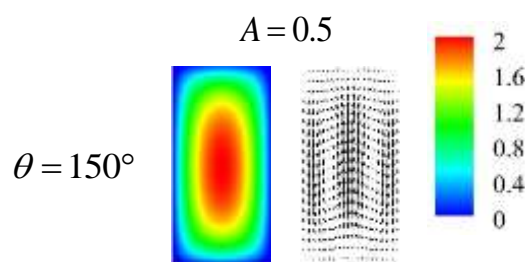


Figura 10.8- Distribuição de U e padrão de escoamento secundário, na posição $\theta = 150^\circ$, para $A = 0.5$. Fluido newtoniano com $Re = 583$.

Aumentando a razão de aspecto para $A = 2$, o desenvolvimento do escoamento transversal na primeira metade da curva ($\theta \leq 90^\circ$) é semelhante ao escoamento desenvolvido na geometria com $A = 1.5$ (Figura 10.7). Na segunda metade da curva ($\theta > 90^\circ$), os vórtices adicionais junto da parede exterior da curva aumentam em tamanho, mas não até ao final da curva. Para $\theta > 120^\circ$ (Figura 10.7), os vórtices adicionais junto da parede exterior da curva

diminuem consideravelmente em tamanho, são separados e deslocados no sentido das paredes laterais. Este comportamento é o resultado da combinação do efeito de diminuição do confinamento, devido ao aumento das paredes exterior e interior da curva, e do efeito da força centrífuga, devido à inércia. Onde o primeiro favorece a acção do segundo, resultando no aumento do escoamento transversal no sentido da parede exterior da curva ao longo do plano central. O novo padrão do escoamento secundário (Figura 10.7) resulta na nova configuração da distribuição da velocidade axial máxima, cuja indentação deixa de ocorrer no plano central da secção transversal (Figura 10.5).

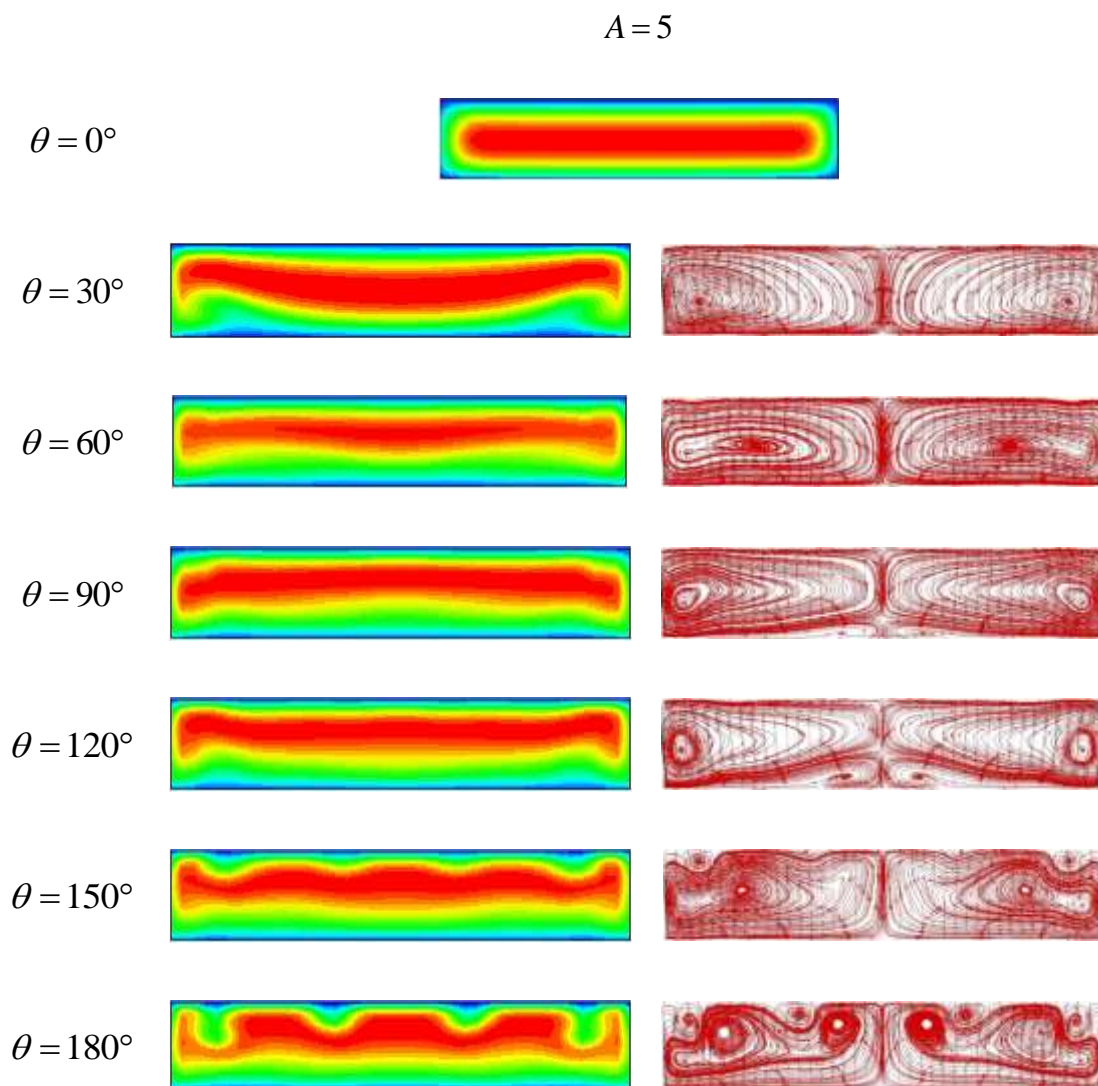


Figura 10.9- Evolução da distribuição de U e do padrão do escoamento secundário, ao longo da curva, para $A = 5$. Fluido newtoniano com $Re = 600$.

O aumento do comprimento das paredes interior e exterior, para razão de aspecto $A = 5$ (Figura 10.7), resulta numa diminuição significativa do efeito de confinamento exercido pelas paredes laterais sobre o escoamento secundário. O escoamento passa a ter maior liberdade

para se distribuir na secção transversal, e o desenvolvimento do par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva é retardado, aumentando o Re de transição (Figura 10.7). Por esse motivo, para $Re = 350$ o escoamento não desenvolve vórtices adicionais junto da parede exterior (Figura 10.7). Na Figura 10.9, onde é ilustrada a distribuição da velocidade axial e do padrão de escoamento secundário ao longo da curva com $A = 5$, observa-se que aumentando a inércia para $Re = 600$, por exemplo, surgem múltiplos pares adicionais de vórtices no final da curva, que se distribuem ao longo da parede exterior da curva. Também para $A = 5$ se observa o aparecimento do par de vórtices na parede interior da curva, durante o desenvolvimento do escoamento, independentemente do valor de Re . Este par de vórtices não persiste no comprimento total da curva.

A variação da distribuição da componente transversal V da velocidade no plano central com a razão de aspecto é ilustrada na Figura 10.10 para diferentes posições angulares. No início da curva ($\theta \leq 30^\circ$, Figura 10.10-a), independentemente da razão de aspecto, desenvolve-se escoamento secundário com sentido da parede exterior da curva (sinal negativo), e a intensidade deste escoamento é tanto maior quanto menor a razão de aspecto. A jusante (Figura 10.10-b), a magnitude absoluta de V diminui para todas as razões de aspecto. Nos casos onde $A > 1$ mas $A < 5$, a magnitude de V aumenta no sentido positivo junto da parede interior da curva, de acordo com o desenvolvimento do par de vórtices nesta região, ilustrado na Figura 10.7. Este comportamento é observado também junto da parede exterior da curva, mas em muito menor extensão, coincidente com o desenvolvimento da região de reversão sem desenvolvimento de vórtices nesta zona ($\theta = 60^\circ$ na Figura 10.7). Aos $\theta = 90^\circ$ (Figura 10.10-c), para $A = 1.5$ a magnitude de V aumenta e passa a ser positiva junto da parede exterior, enquanto junto da parede interior da curva aumenta no sentido negativo. Isto é, o par de vórtices junto da parede interior da curva desaparece, mas o par de vórtices junto da parede exterior aumenta em tamanho ($\theta = 90^\circ$ na Figura 10.7). Contudo, para $A = 2$ (Figura 10.10-c) a magnitude de V aumenta em todo o plano central no sentido positivo como consequência da intensificação dos dois pares adicionais de vórtices junto das paredes interior e exterior da curva ($\theta = 90^\circ$ na Figura 10.7). Para a mesma razão de aspecto, quando $\theta = 120^\circ$ o par de vórtices junto da parede interior da curva desaparece e o sinal de V passa a negativo nessa região (Figura 10.10-d). Para $\theta > 120^\circ$, o sinal de V passa a negativo em toda a extensão do plano central independentemente de A , excepto quando $A = 1.5$. Nesta geometria a magnitude de V aumenta consideravelmente no sentido positivo junto da parede exterior da curva, com o aumento do par adicional de vórtices nesta região, tal como verificado na Figura 10.7. Na geometria com $A = 5$ observa-se uma ligeira reversão do escoamento junto da parede interior da curva apenas em torno da posição $\theta = 150^\circ$, que vai de encontro ao desenvolvimento de um par de vórtices nessa região (Figura 10.7 e Figura 10.10-e).

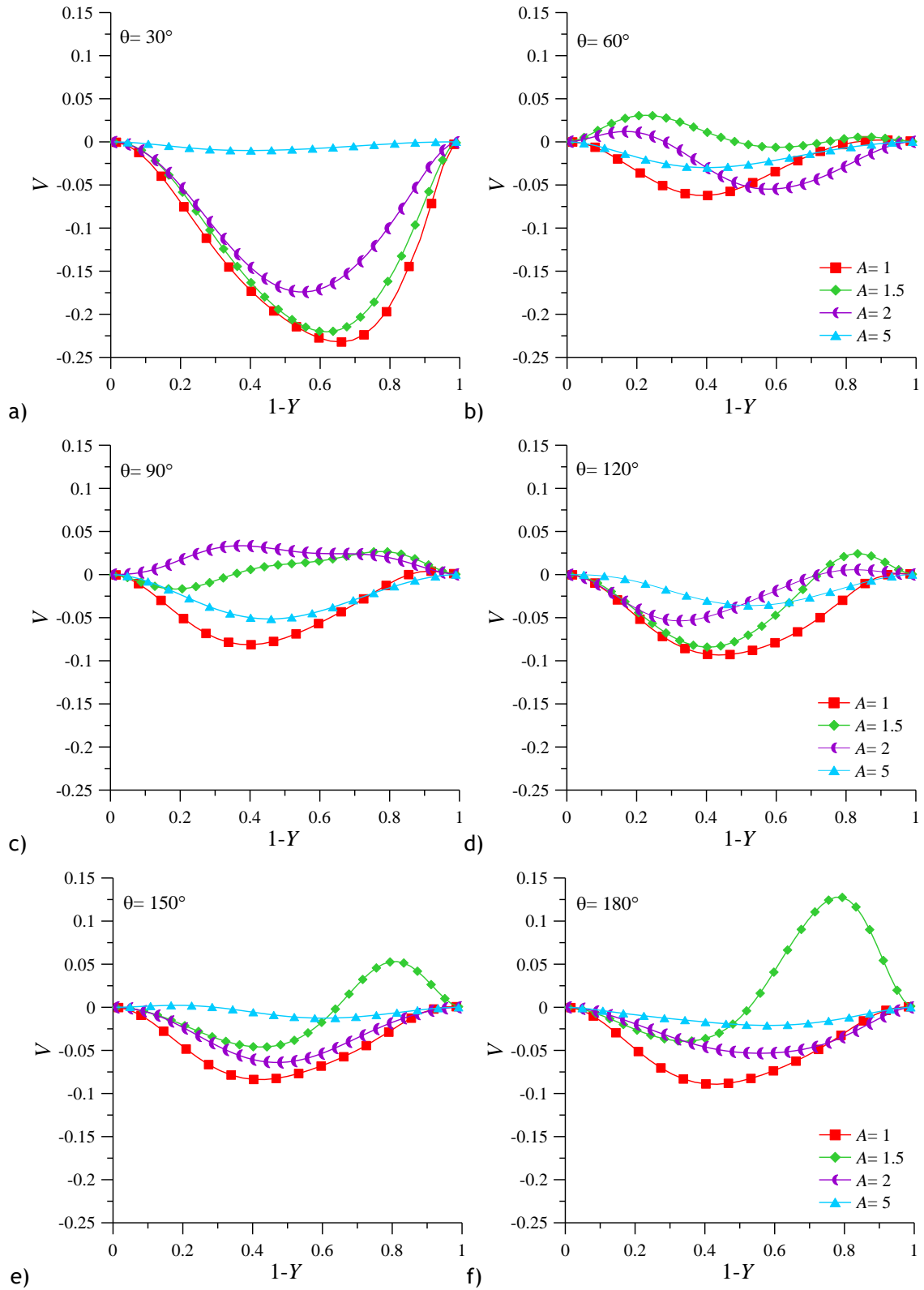


Figura 10.10- Variação da distribuição de V com A , no plano $Z = 0.50$ em diferentes posições angulares: a) $\theta = 30^\circ$; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° ; e) 150° ; f) 180° . Fluido newtoniano com $Re = 350$.

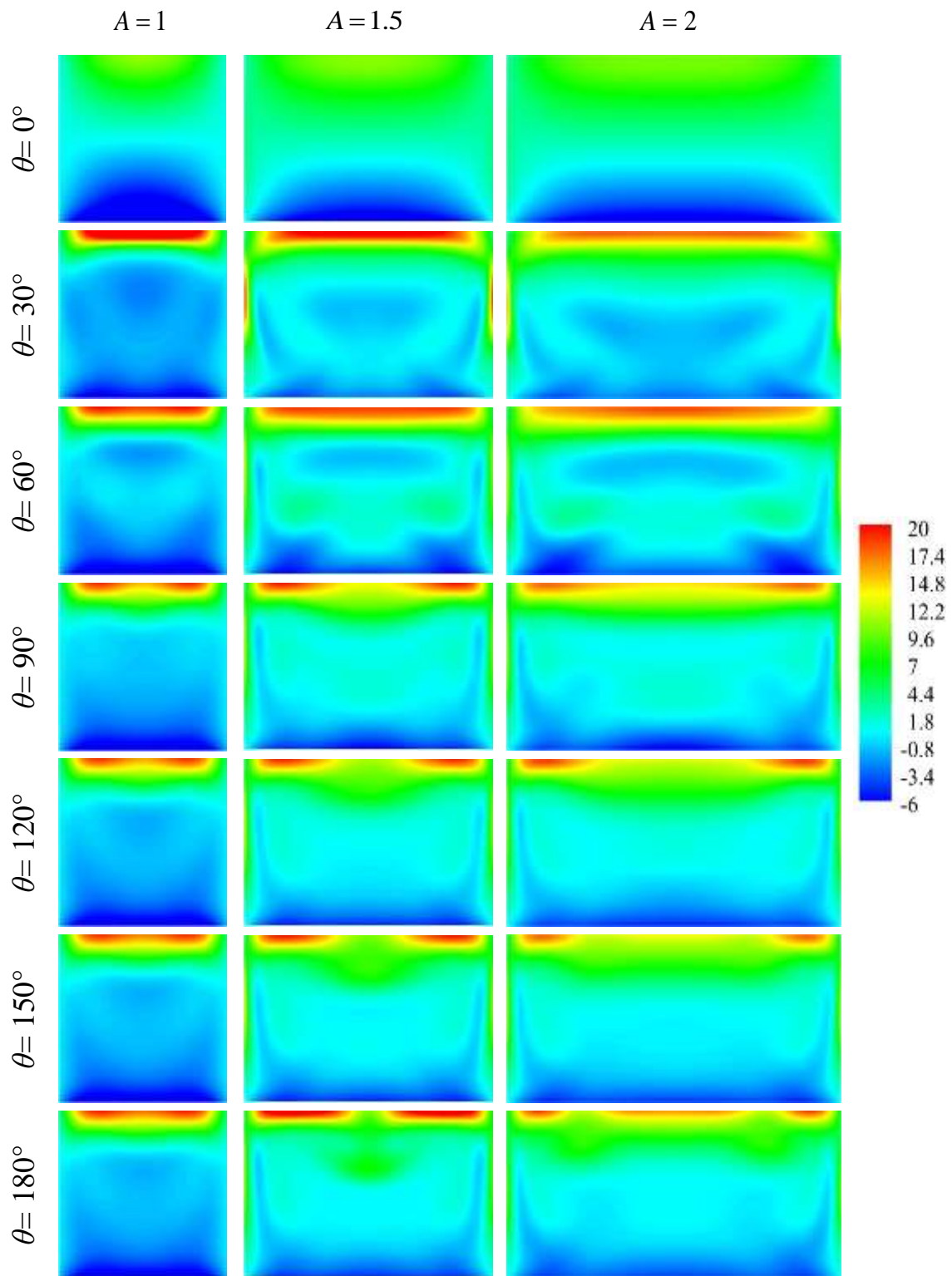


Figura 10.11- Evolução da distribuição de τ_{xy} ao longo da curva, para diferentes valores de A . Fluido newtoniano com $Re = 350$.

É importante salientar que, por si só, os perfis da componente transversal da velocidade ao longo do plano central não descrevem a estrutura do escoamento transversal. Por

exemplo, embora para $A=1$ e $A=2$ o perfil de V apresente sinal negativo em todo o plano na posição $\theta=150^\circ$, este comportamento tem origem diferente nos dois casos. Para $A=1$ a região de reversão desenvolvida junto da parede exterior da curva desaparece, enquanto para $A=2$ os vórtices adicionais são deslocados para junto das paredes laterais, longe do plano central.

Em termos da variação da tensão de corte (τ_{xy}) com a razão de aspecto, observa-se na Figura 10.11 que a entrada do escoamento na curva resulta numa concentração de τ_{xy} máxima junto da parede exterior da curva, em todo o comprimento angular da curva, qualquer que seja o valor de A . Independentemente da razão de aspecto, a tensão de corte apresenta valor máximo para $\theta \leq 30^\circ$ (Figura 10.11), e diminui ligeiramente a jusante. Porém, o desenvolvimento dos pares de vórtices adicionais (Figura 10.7) determina a distribuição da região de τ_{xy} máxima na segunda metade da curva (Figura 10.11): para $A=1$ e $A=1.5$ esta região divide-se em duas partes, sendo a divisão mais acentuada quando $A=1.5$, devido à maior intensidade dos vórtices adicionais nesta geometria; para $A=2$ a região divide-se primeiro em duas partes com o desenvolvimento do par adicional de vórtices, mas passa a ser máximo em 3 zonas distintas ao longo da parede exterior, quando o par adicional de vórtices se desloca no sentido das paredes laterais (Figura 10.7 e Figura 10.11).

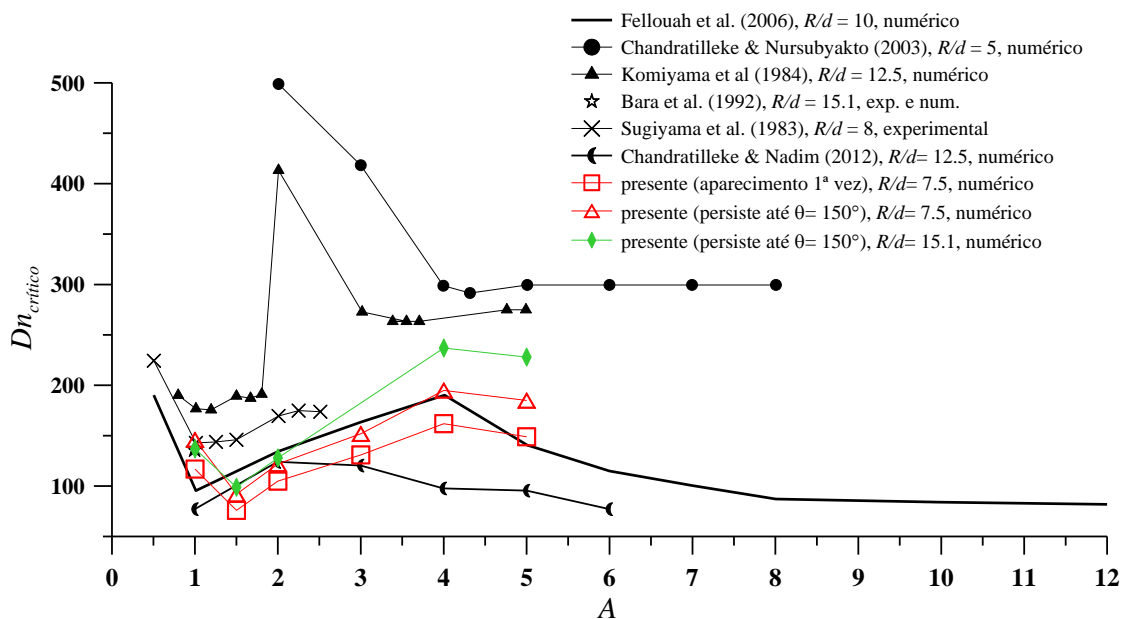


Figura 10.12- Variação de $Dn_{critico}$ com A . Comparação entre resultados obtidos por vários autores, para diferentes geometrias com secção transversal rectangular.

A Figura 10.12 resume a variação do $Dn_{critico}$ com a razão de aspecto para fluido newtoniano, onde são comparados os resultados obtidos neste trabalho e os resultados publicados por diferentes autores. A Figura 10.12 mostra que existem diferenças

consideráveis entre estes valores. A discrepância entre os resultados tem origem nos diferentes métodos utilizados, na definição de valor “crítico”, nas várias geometrias (razão de curvatura) e condições de escoamento consideradas. Por exemplo, os padrões de escoamento secundário ilustrados nas Figura 10.7 e Figura 10.8 vão de encontro aos resultados experimentais de Sugiyama et al. (1983). Contudo, os valores de transição sugeridos por Sugiyama et al. (1983) são superiores. Estas diferenças resultam quer do facto de, no caso experimental, a transição só ser detectada quando a intensidade dos vórtices é suficientemente elevada para serem visualizados, quer por terem utilizado canal com razão de curvatura ligeiramente superior ($R_c = 8$). As diferenças resultam também do escoamento presente ser de desenvolvimento, enquanto os resultados obtidos pelos diferentes autores foram determinados para escoamentos completamente desenvolvidos no espaço. Como o escoamento não se desenvolve completamente no comprimento angular da curva considerada, a variação de $Dn_{crítico}$ é obtida assumindo duas condições separadamente: 1) o valor de Dn para o qual o par adicional de vórtices surge pela primeira vez, mas desaparece ao fim de uma determinada distância angular; e 2) o valor de Dn para o qual o par adicional de vórtices surge e persiste até ao final da curva.

Assim, a Figura 10.12 mostra que, apesar das diferenças entre os resultados, a linha de variação de A vs. $Dn_{crítico}$ é análoga. Ou seja, existe um valor de A onde a combinação dos efeitos de confinamento (produzido pelas paredes do canal) e da força centrífuga (produzido pela inércia e curvatura), exercidos sobre o escoamento, resulta no valor mínimo de $Dn_{crítico}$ necessário para o aparecimento do par adicional de vórtices (Figura 10.12). Este valor de A não é consensual, mas de uma forma geral está compreendido no intervalo $1 \leq A < 2$. Nas geometrias consideradas neste trabalho, os resultados mostram que para $R/d = 7.5$ e $R/d = 15.1$ este valor de A é independente da curvatura, com o mínimo de $Dn_{crítico}$ a ocorrer quando $A = 1.5$ (Figura 10.12). Para valores de A superiores e inferiores o $Dn_{crítico}$ aumenta. Estas conclusões foram também obtidas experimentalmente por Sugiyama et al. (1983).

10.2.2. Fluido viscoelástico

Considerando agora fluido viscoelástico, o efeito da razão de aspecto sobre o escoamento é analisado para diferentes valores de elasticidade e parâmetros dos modelos viscoelásticos. A evolução da distribuição da velocidade axial e da componente transversal V da velocidade com o aumento da razão de aspecto, no plano central em diferentes posições angulares é analisada em seguida. Para isso, é considerado o modelo viscoelástico FENE-CR com $Re = 350$, $L^2 = 100$, e diferentes valores de elasticidade e parâmetro de retardamento, na Figura 10.13 e Figura 10.14, respectivamente. Tal como no caso newtoniano ilustrado na Figura 10.6

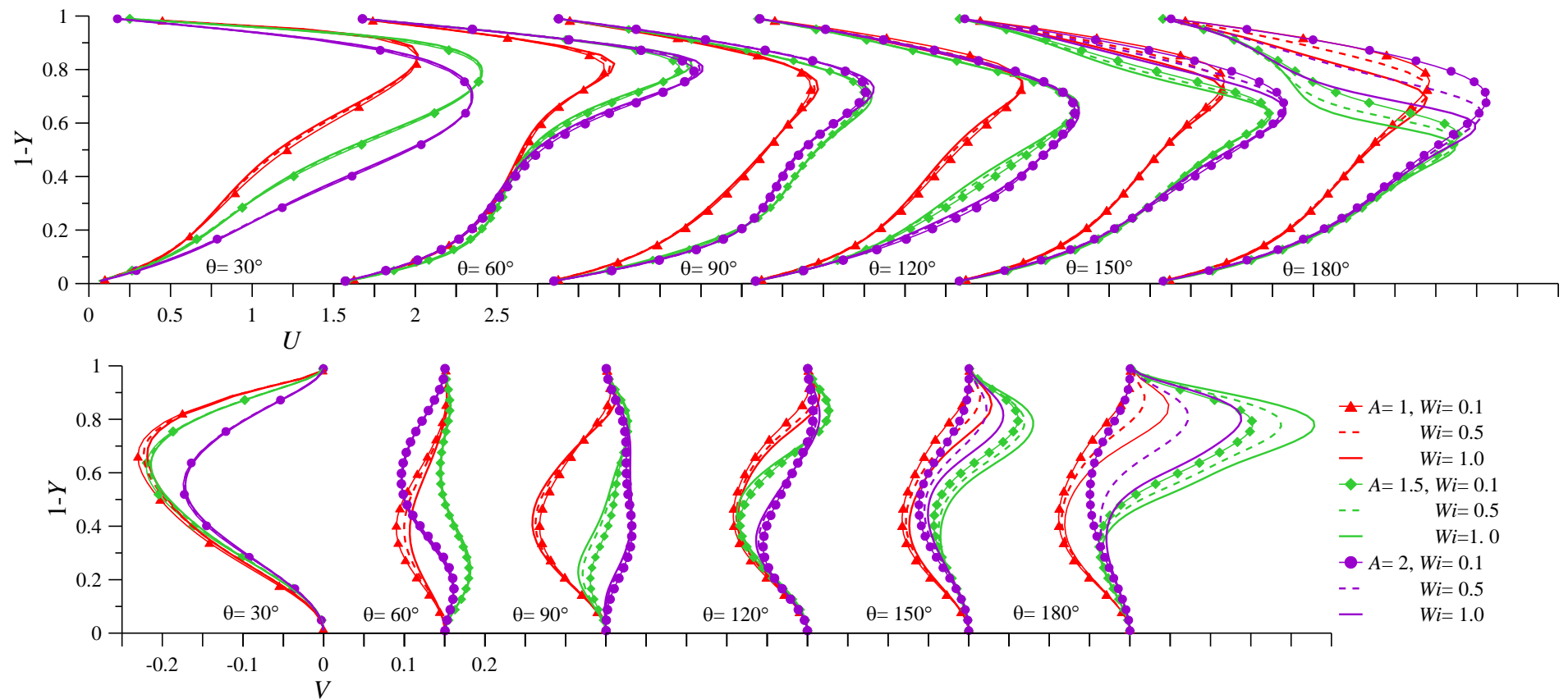


Figura 10.13- Variação da distribuição de U e de V com A , ao longo da curva no plano $Z = 0.50$. Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$, $L^2 = 100$ e diferentes valores de Wi .

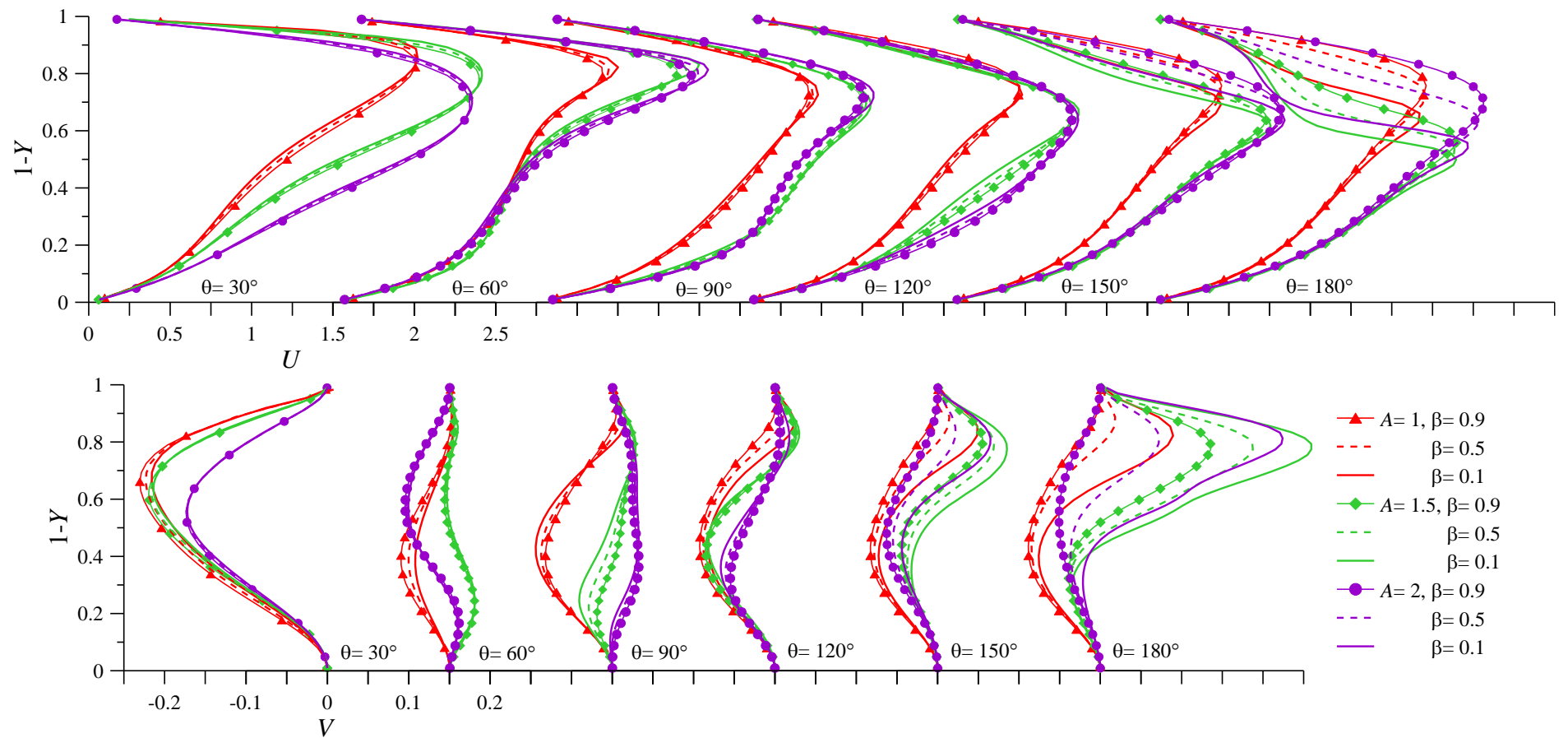


Figura 10.14- Variação da distribuição de U e de V com A , ao longo da curva, no plano $Z = 0.50$. Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $Wi = 0.50$, $L^2 = 100$ e diferentes valores de β .

a distribuição de U e de V depende consideravelmente da razão de aspecto, mas em todos os casos o desenvolvimento do escoamento segue a evolução característica do escoamento através de curvas (Figura 10.13 e Figura 10.14).

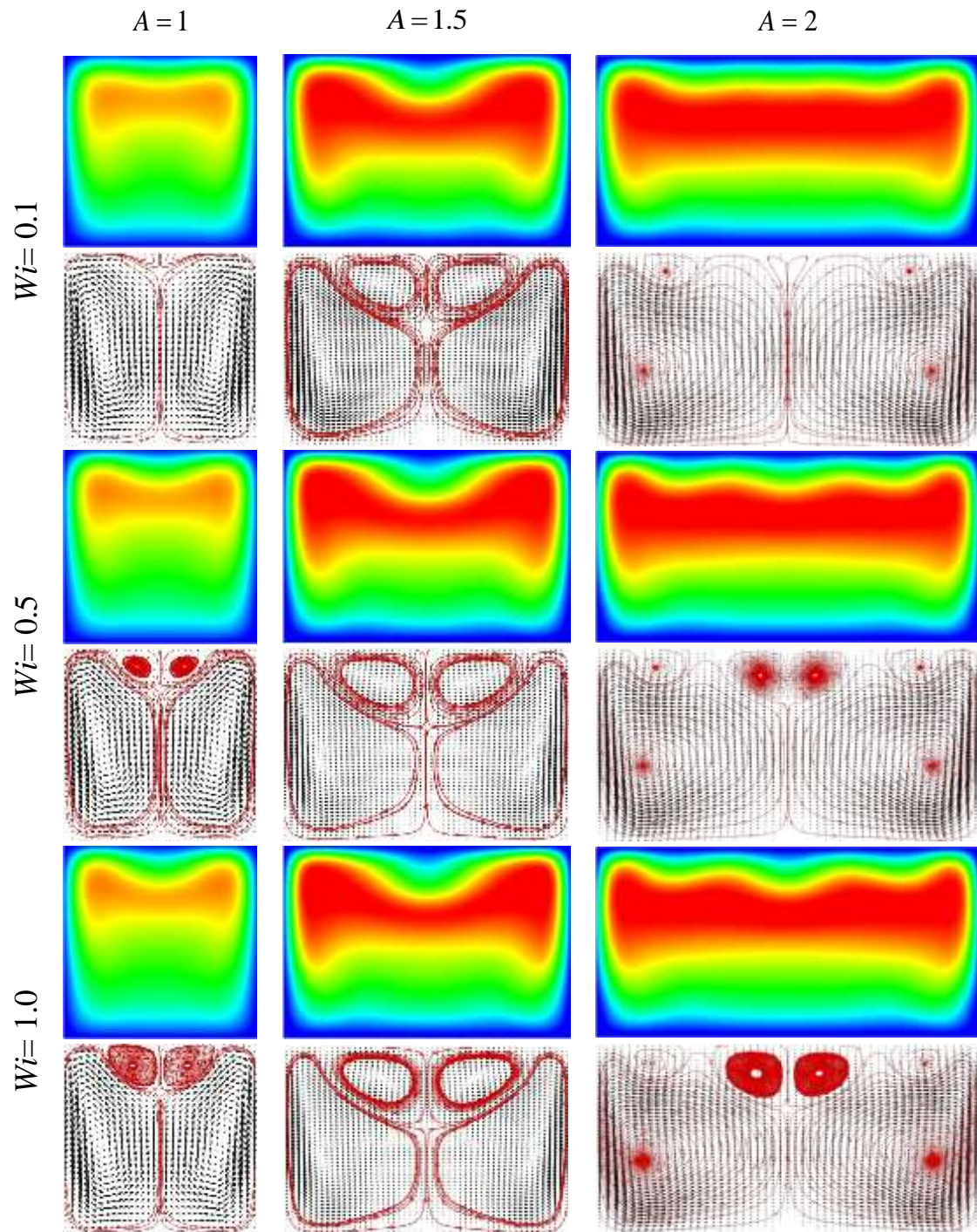


Figura 10.15- (continuação).

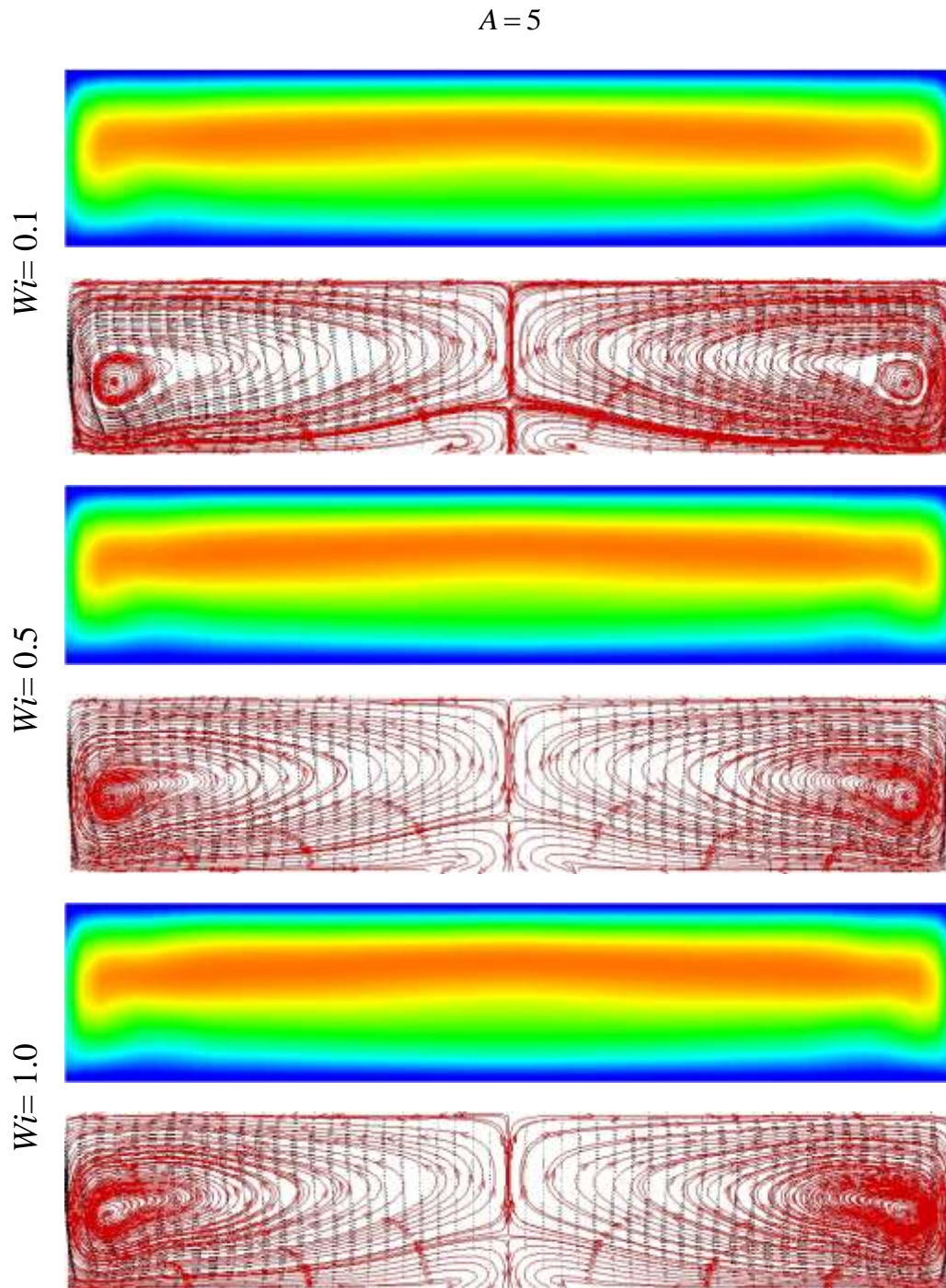


Figura 10.15- Variação da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário com Wi , para diferentes valores de A . Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$, $L^2 = 100$, na posição $\theta = 150^\circ$.

A Figura 10.13 e Figura 10.14 mostram que na primeira metade da curva, o desenvolvimento de U depende quase unicamente de A . Na segunda metade da curva, passa a depender quer de A quer de Wi e de β , respectivamente, em que a transferência de quantidade de movimento de volta ao centro da secção transversal aumenta em todos os

valores de A com o aumento da elasticidade e diminuição do parâmetro de retardamento, sendo particularmente intenso quando $A = 1.5$.

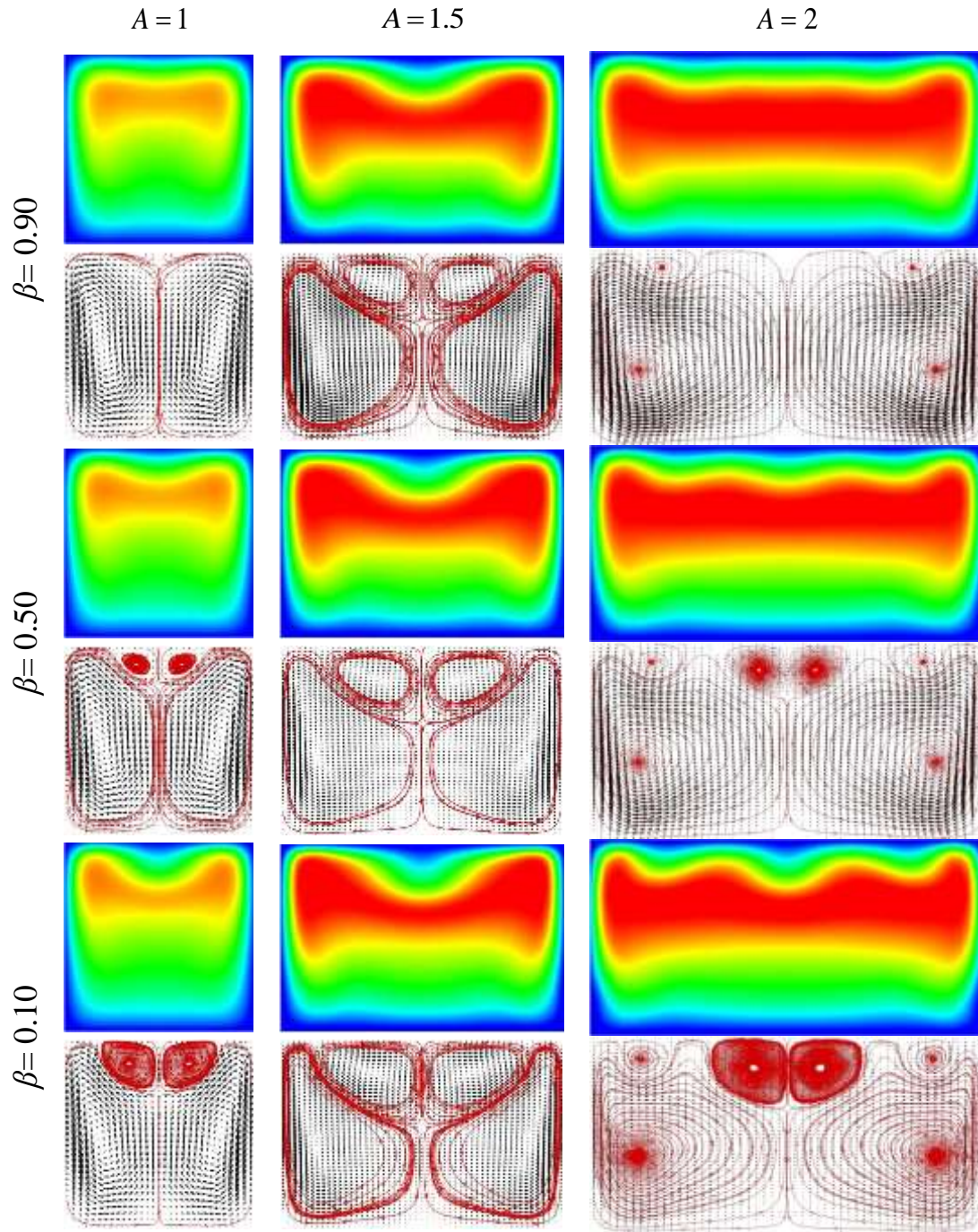


Figura 10.16- Variação da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário com β , para diferentes valores de A . Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $Wi = 0.50$, $L^2 = 100$, na posição $\theta = 150^\circ$.

A distribuição da componente V no plano central, para $\theta < 90^\circ$, é afectada apenas pelo parâmetro geométrico, excepto quando $A=1$ onde se observa um efeito reduzido da elasticidade. Para $\theta \geq 90^\circ$, tanto o parâmetro geométrico como os parâmetros viscoelásticos

afectam a distribuição de V . Assim, no início da curva ($\theta = 30^\circ$), a magnitude absoluta de V é tanto maior quanto menor o valor de A . A jusante, a magnitude de V diminui consideravelmente e todo o plano central. Além disso, enquanto para $A=1$ apenas se verifica mudança de sinal junto da parede exterior da curva, que é acentuado pelo aumento de Wi e de β , nos casos com $A>1$ a distribuição de V é mais complexa. Quando $A>1$, verifica-se, para $\theta = 60^\circ$, uma mudança de sinal de V para positivo junto da parede interior da curva, e o mesmo comportamento é observado na parede exterior para $\theta = 90^\circ$, indicando o desenvolvimento de regiões de reversão do sentido de escoamento secundário. Porém, o desenvolvimento da região de reversão de escoamento junto da parede interior da curva depende apenas do parâmetro geométrico. A jusante, V passa novamente a negativo junto da parede interior da curva, mas permanece positivo junto da parede exterior da curva. Este comportamento é acentuado com o aumento da elasticidade e a diminuição do parâmetro de retardamento, e quanto mais a jusante a posição angular, sendo mais intenso quando $A=1.5$. Além disso, a reversão do sentido de escoamento transversal junto da parede exterior da curva ocorre qualquer que seja o valor de β admitindo $Wi=0.5$, em todas as geometrias (Figura 10.14). Já nas geometrias com $A=1$ e $A=2$ o mesmo só se verifica quando $Wi>0.1$ admitindo $\beta=0.5$, enquanto para $A=1.5$ é observado para todos os valores de Wi (Figura 10.13). Estes resultados são confirmados na Figura 10.15 e Figura 10.16, onde é ilustra a evolução do padrão de escoamento transversal com o aumento de Wi e de β , respectivamente.

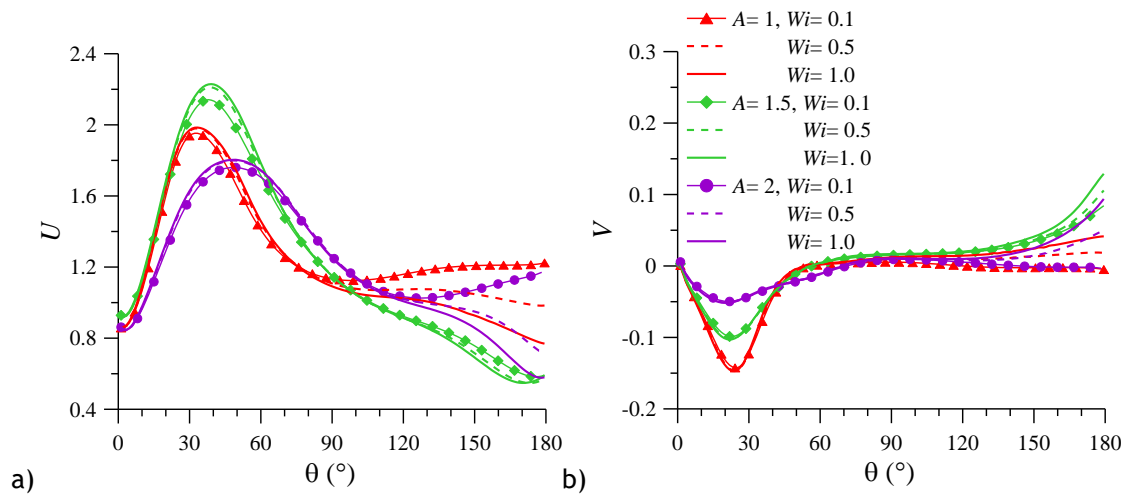


Figura 10.17- Variação da evolução de: a) U e b) V com Wi , para diferentes valores de A , ao longo da curva no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$. Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$, $L^2 = 100$.

A distribuição de U e os padrões de escoamento, ilustrados na Figura 10.15 e Figura 10.16, são extraídos da posição angular $\theta = 150^\circ$, o que significa que os pares adicionais identificados persistem até ao final do comprimento angular da curva. Na geometria com

$A = 1$ o par adicional de vórtices surge com o aumento da elasticidade, para valores $Wi > 0.1$ quando $\beta = 0.5$ (Figura 10.15), e com a diminuição do parâmetro de retardamento, para valores $\beta < 0.9$ quando $Wi = 0.5$ (Figura 10.16). Para $A = 1.5$, verifica-se a formação do par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva, qualquer que seja o valor de Wi e β . Quando $A = 2$, observa-se o desenvolvimento de um par adicional de vórtices para $Wi = 0.1$, que se localiza junto das paredes laterais da secção transversal, tal como no caso newtoniano (Figura 10.7). Porém, com o aumento de Wi e a diminuição de β , um segundo par adicional de vórtices surge junto da parede exterior, localizado simetricamente ao longo do plano central, perfazendo um total de três pares de vórtices na secção transversal ($A = 2$ na Figura 10.15 e Figura 10.16). Quando $A = 5$, não se verifica o desenvolvimento do par adicional de vórtices, na parede exterior da curva, com o aumento da Wi e diminuição de β . Para $Re = 350$, independentemente do valor de Wi e de β , o padrão de escoamento secundário é constituído apenas pelo par de vórtices principal. Todavia, na posição $\theta = 150^\circ$, a região de reversão do escoamento junto da parede interior da curva persiste em todos os casos (Figura 10.15). A Figura 10.15 e Figura 10.16 mostram ainda que, quando surgem vórtices adicionais junto da parede exterior da curva, o aumento de Wi e a diminuição de β aumenta estes vórtices em tamanho e intensidade. Este comportamento é responsável pelo aumento significativo da transferência de quantidade de movimento da velocidade axial, no sentido do centro da secção transversal, e pelo desenvolvimento do pico da componente transversal da velocidade junto da parede exterior da curva, ilustrado na Figura 10.13 e Figura 10.14.

Na Figura 10.17 é comparada a evolução local da velocidade axial e da componente transversal V da velocidade, ao longo da curva junto da parede exterior. O aumento inicial de U local é maior para a razão de aspecto $A = 1.5$, seguido de $A = 1$ e $A = 2$, mostrando que o deslocamento da região de velocidade axial máxima no sentido da parede exterior da curva por acção da força centrífuga é mais efectiva para $A = 1.5$ (Figura 10.17-a). Contudo, o aumento de U é praticamente independente de Wi , qualquer que seja o valor de A , mas tende a ser maior para Wi mais elevado. Na segunda metade da curva, a diminuição local de U , devido à transferência de quantidade de movimento de volta ao centro da secção transversal, é maior para $A = 1.5$, comparativamente às restantes razões de aspecto, e é menor no caso $A = 1$. Além disso, em todos os casos simulados, a diminuição local de U é tanto maior quanto maior o valor da elasticidade. O efeito de Wi é, no entanto, maior nos casos onde $A \neq 1.5$. Este comportamento deve-se ao facto de, mesmo para o caso newtoniano, o par adicional de vórtices para $Re = 250$ apresentar elevada intensidade quando $A = 1.5$ e, por isso, o efeito do aumento da elasticidade é mais reduzido neste caso. Na Figura 10.18, onde é comparada a distribuição da helicidade (H) no caso de $A = 1.5$ para os modelos newtoniano e FENE-CR com diferentes valores de elasticidade, confirmam este

resultado. Na região do par adicional de vórtices, H é já elevada no caso newtoniano e aumenta apenas ligeiramente com o aumento da elasticidade no modelo FENE-CR. A Figura 10.17 mostra ainda que o desenvolvimento local de V , no início da curva, é independente da elasticidade, mas a magnitude de V é tanto maior quanto menor o valor de A . No final da curva, a componente transversal V da velocidade, aumenta em magnitude com a elasticidade, qualquer que seja a razão de aspecto, mas tende ser maior para $A=1.5$, indicando um aumento local da intensidade do escoamento secundário para estes casos (Figura 10.17-b).

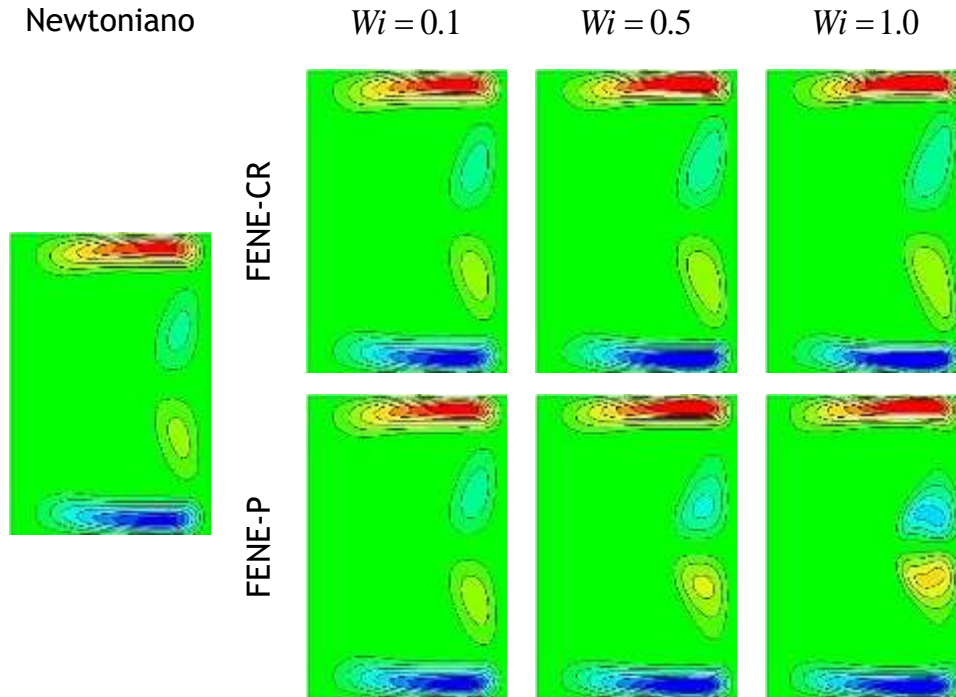


Figura 10.18- Variação da distribuição de H com Wi , para $A=1.5$. Comparação entre os modelos newtoniano, FENE-P e FENE-CR com $Re=350$, $\beta=0.50$, $L^2=100$, na posição $\theta=150^\circ$. (NOTA: lado direito = parede exterior; lado esquerdo = parede interior)

A evolução das componentes da tensão (τ_{xy} , τ_{xx} e τ_{yy}) e da primeira diferença de tensões normais (N_1) com a razão de aspecto, são comparadas na Figura 10.19 para fluido viscoelástico FENE-CR com $Re=350$, $L^2=100$, $\beta=0.50$ e diferentes valores de elasticidade, no centro da secção transversal. O desenvolvimento do pico de tensão característico do escoamento em curvas depende da elasticidade e da razão de aspecto. A magnitude absoluta de τ_{xy} é tanto maior quanto maior a elasticidade, é maior para $A=1.5$, mas é menor para $A=2$ (Figura 10.19-a). A jusante, τ_{xy} diminui em todos os casos (Figura 10.19-a), e no final da curva, τ_{xy} depende do parâmetro geométrico, mas para $A=1.5$ depende também de Wi (Figura 10.19-a). O aumento inicial de τ_{xx} e τ_{yy} (Figura 10.19-c e

Figura 10.19-d, respectivamente), depende tanto da razão de aspecto como da elasticidade: τ_{xx} é tanto maior quanto maior a elasticidade, é sempre maior para $A = 1.5$, mas é sempre menor para $A = 1$ (Figura 10.19-c); τ_{yy} é tanto maior quanto maior a elasticidade em todas as geometrias, mas é tanto maior quanto menor a razão de aspecto, para as mesmas condições de escoamento (Figura 10.19-d). A jusante, τ_{xx} e τ_{yy} diminuem em todos os casos, mas a variação da sua magnitude com Wi e A não é linear: τ_{xx} aumenta com o aumento de Wi (Figura 10.19-c), mas τ_{yy} depende em maior medida de A do que de Wi . A Figura 10.19-b mostra que N_1 é dominada pela tensão normal τ_{xx} qualquer que seja a razão de aspecto, e, por esse motivo, a sua magnitude varia da mesma forma que τ_{xx} .

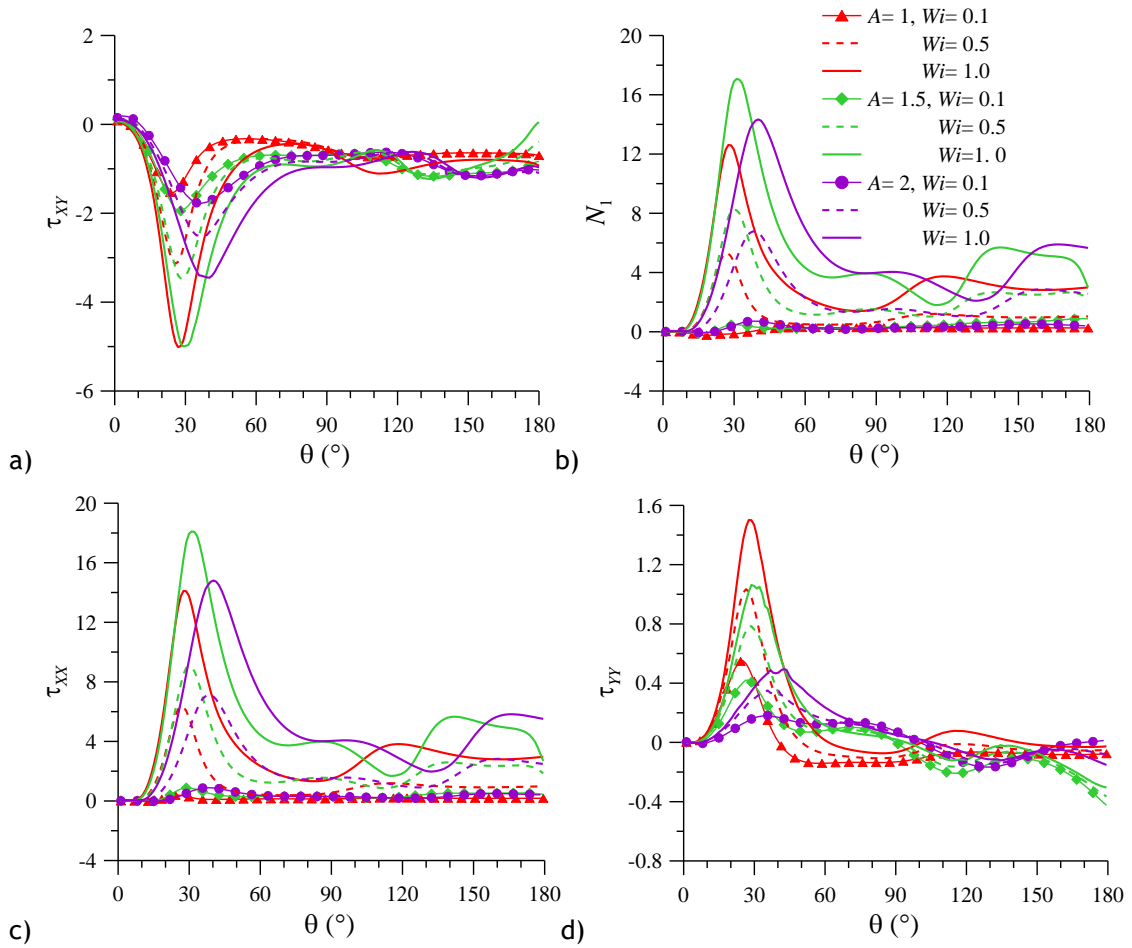


Figura 10.19- Variação da evolução de: a) τ_{xy} , b) N_1 , c) τ_{xx} , d) τ_{yy} com Wi , para diferentes valores de A , ao longo da curva no ponto $(1-Y, Z) = (0.50, 0.50)$. Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

A evolução da pressão relativa à pressão de entrada na curva (ΔP_c) é ilustrada na Figura 10.20, para diferentes valores de razão de aspecto e de elasticidade, para os mesmos casos

anteriores. A Figura 10.20 indica que a variação da pressão ao longo da curva segue a linha de evolução característica do escoamento em curvas, e descrita nos capítulos anteriores, qualquer que seja o valor da razão de aspecto. A evolução de ΔP_c depende quase unicamente do parâmetro geométrico, em que a queda de pressão é tanto maior quanto menor A , independentemente do valor da elasticidade. Porém, a queda de pressão é ligeiramente maior quanto maior Wi , para todos os valores de A .

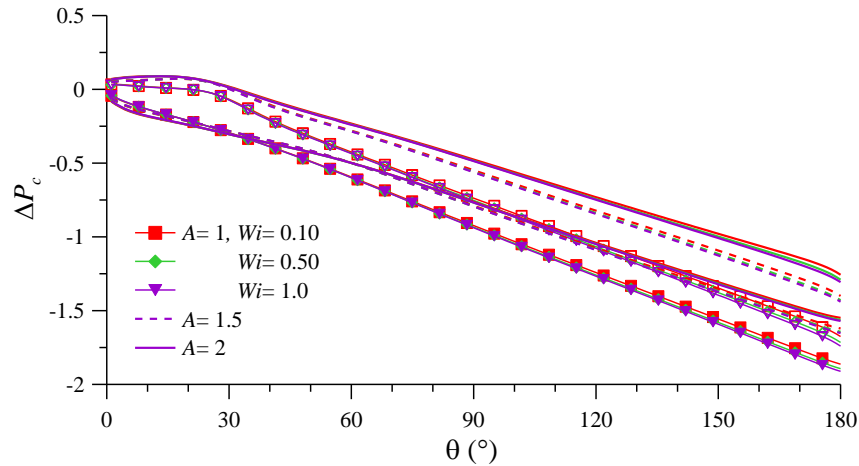


Figura 10.20- Variação da evolução de ΔP_c com Wi , para diferentes valores de A , ao longo da curva junto das paredes interior e exterior da curva. Fluido FENE-CR com $Re = 350$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

10.2.2.1. Efeito do modelo viscoelástico: FENE-CR e FENE-P

Assumindo as mesmas condições de escoamento, mas agora considerando o modelo viscoelástico FENE-P, a Figura 10.21 pode ser comparada com a Figura 10.15 do modelo viscoelástico FENE-CR. Para $A \leq 1.5$ tanto a distribuição de U como o padrão de escoamento transversal são semelhantes nos dois modelos viscoelásticos com o aumento da elasticidade. Contudo, quando $A = 2$, a diferença entre os dois modelos é considerável, em particular para Wi elevado: quando $Wi = 0.1$ o escoamento desenvolve um par adicional de vórtices do mesmo tipo observado para fluido FENE-CR com $Wi = 0.1$ (Figura 10.15) e newtoniano (Figura 10.7); quando $Wi > 0.1$, o modelo FENE-P (Figura 10.21) apresenta o desenvolvimento do segundo par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva, tal como no caso FENE-CR (Figura 10.15); todavia, no modelo FENE-P, o posterior aumento da elasticidade para $Wi > 0.5$ tem como consequência o desaparecimento do primeiro par adicional de vórtices, localizado junto das paredes laterais quando $Wi \leq 0.5$. O primeiro par adicional de vórtices é aglutinado pelo segundo par adicional de vórtices, que aumenta em tamanho e agora se estende ao longo da parede exterior da curva. A distribuição da helicidade, resultante da variação do modelo reológico ilustrada na Figura 10.23, vem confirmar este resultado. Quando $Wi = 1.00$, a helicidade junto da parede exterior da curva estende-se ao longo da

parede no caso FENE-P, enquanto no caso FENE-CR e newtoniano é limitada aos centros dos vórtices adicionais. A Figura 10.21 mostra ainda que, para as condições de escoamento consideradas, também para fluido FENE-P o escoamento através de curva com $A=5$ não desenvolve vórtices adicionais junto da parede exterior a curva. Além disso, e tal como para fluido FENE-CR (Figura 10.15), também no modelo FENE-P se verifica o desenvolvimento de uma região de reversão do escoamento junto da parede interior da curva (Figura 10.21).

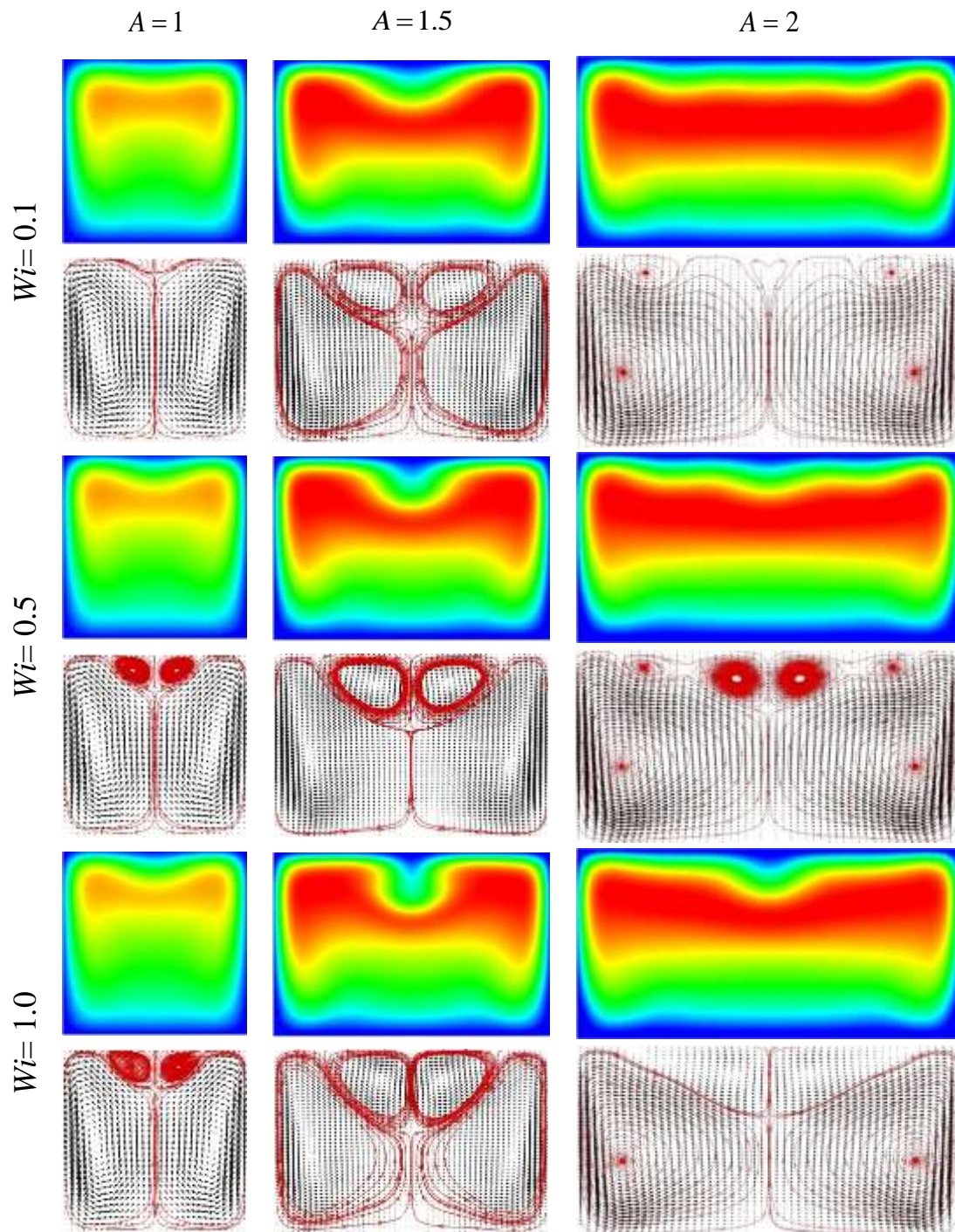


Figura 10.21- (continuação).

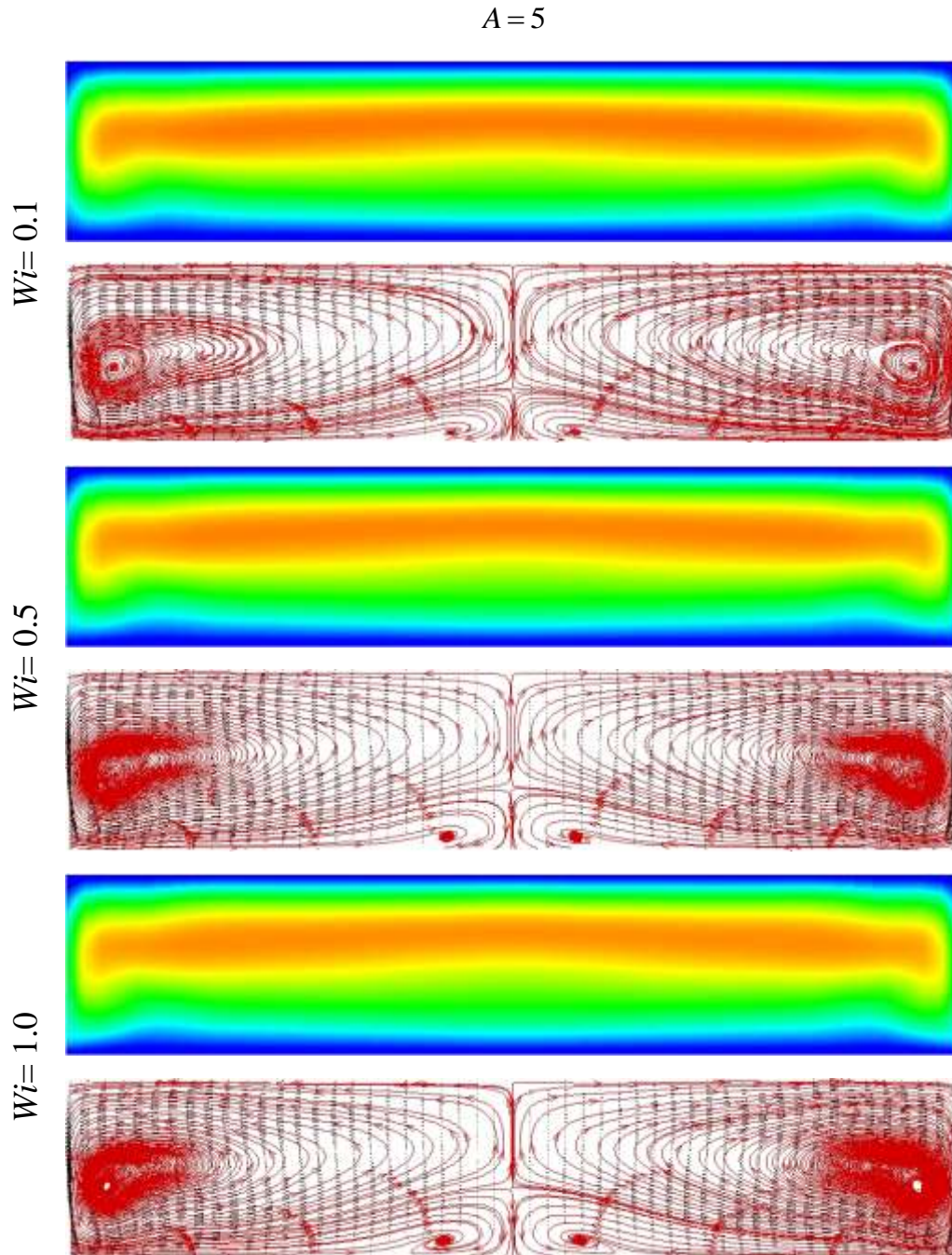


Figura 10.21- Variação da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário com Wi , para diferentes valores de A . Fluido FENE-P com $Re = 350$, $\beta = 0.50$, $L^2 = 100$, na posição $\theta = 150^\circ$.

Os perfis de U e V dos modelos FENE-P e FENE-CR para diferentes razões de aspecto, são comparados na Figura 10.22, na posição angular $\theta = 150^\circ$, considerando diferentes valores de Wi . A Figura 10.22-a mostra que para $Wi = 0.1$ não existem diferenças entre os modelos quer na direcção axial quer na direcção transversal, e o escoamento depende apenas de A , sendo U tanto maior quanto maior A . Com o aumento da elasticidade (Figura 10.22-b e Figura 10.22-c), surgem diferenças entre os modelos viscoelásticos, em que a magnitude de

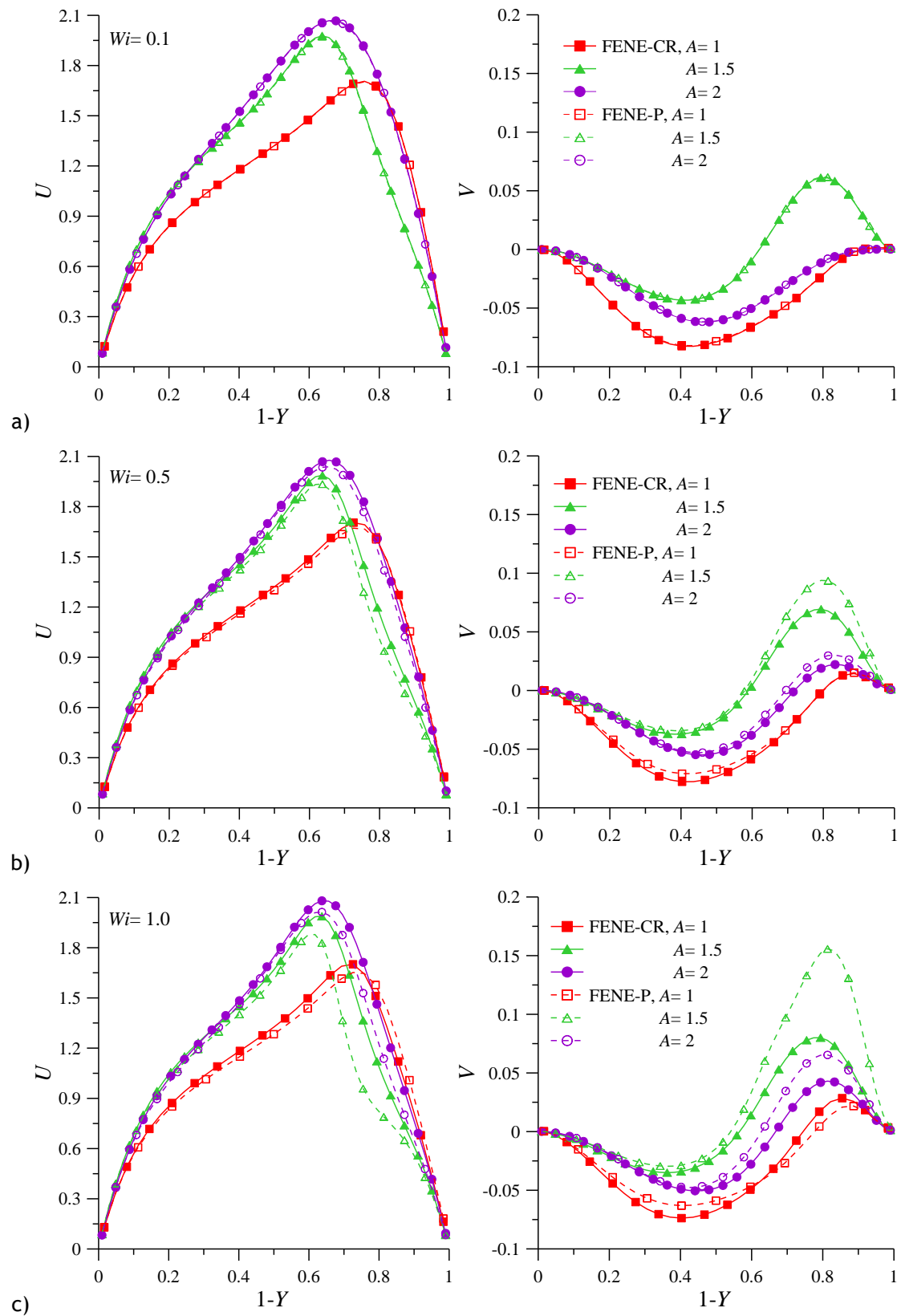


Figura 10.22- Variação da distribuição de U (esquerda) e de V (direita) com A , no plano $Z = 0.50$ da posição angular $\theta = 150^\circ$. Comparação entre FENE-CR e FENE-P com $Re = 350$, $\beta = 0.50$, $L^2 = 100$ e: a) $Wi = 0.10$, b) $Wi = 0.50$, c) $Wi = 1.00$.

U diminui com a diminuição de A nos dois modelos viscoelásticos, mas é sempre menor para o modelo FENE-P, para o qual a transferência de quantidade de movimento de volta ao centro da secção é maior. A magnitude de V aumenta no sentido positivo junto da parede exterior da curva, mas mantém-se praticamente inalterada junto da parede interior da curva, em todos os casos considerados. Para $Wi = 0.1$, V é independente do modelo, mas para $Wi > 0.1$ a magnitude de V junto da parede exterior da curva é sempre maior no caso FENE-P comparativamente ao caso FENE-CR, excepto para $A = 1$. Estes resultados mostram que, para $A > 1$, o escoamento secundário local é mais intenso para o modelo FENE-P, quando a elasticidade é suficientemente elevada.

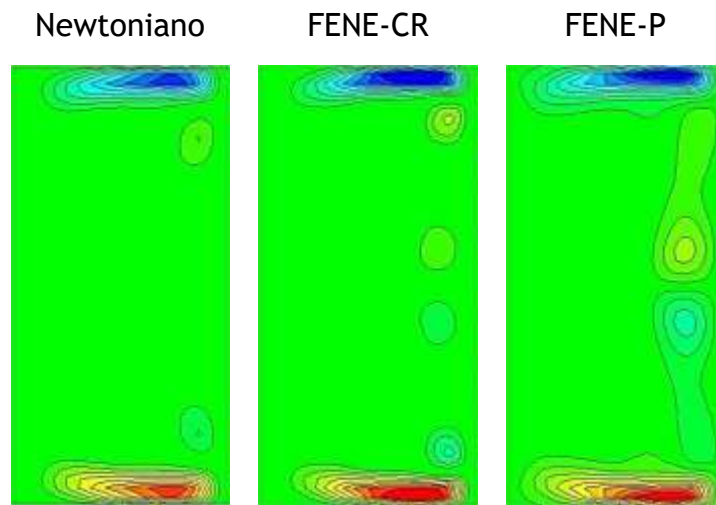


Figura 10.23- Distribuição de H para $A = 2$, na posição $\theta = 150^\circ$. Comparação entre os modelos newtoniano, FENE-P e FENE-CR com $Re = 350$, $Wi = 1.00$, $\beta = 0.50$, $L^2 = 100$. (NOTA: lado direito = parede exterior; lado esquerdo = parede interior)

A variação do $Dn_{crítico}$ com A , para escoamentos de fluido viscoelástico é resumida na Figura 10.24. Os resultados obtidos para escoamento de fluido FENE-CR com $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$ para diferentes valores de elasticidade são comparados com os resultados apresentados por Fellouah et al. (2010) para os modelos de fluido lei de potência (inelástico). Tal como no caso newtoniano (Figura 10.12), também nos casos viscoelásticos se verifica que existe uma linha de evolução análoga para os diferentes modelos constitutivos, indicando que o parâmetro geométrico (neste caso, a razão de aspecto) é determinante na evolução do escoamento. Em todos os casos, o $Dn_{crítico}$ de transição é mínimo quando a razão de aspecto assume valor próximo da unidade. Nos casos considerados neste trabalho, o $Dn_{crítico}$ é mínimo quando $A=1.5$, independentemente das condições de escoamento, semelhante ao verificado para o modelo newtoniano ilustrado na Figura 10.12. Além disso, o valor de $Dn_{crítico}$ é menor para o modelo FENE-CR comparativamente ao modelo newtoniano, e é tanto menor quanto

maior a elasticidade. Nos casos apresentados por Fellouah et al. (2010) o valor de $Dn_{crítico}$ é mínimo quando $A=1$, mas também quando $A \geq 8$, independentemente do modelo viscoelástico.

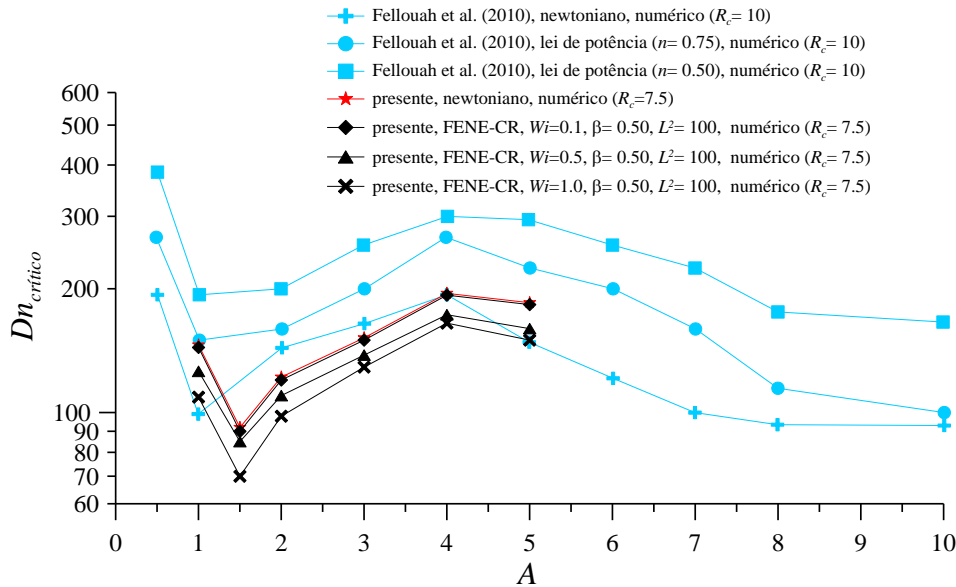


Figura 10.24- Variação de $Dn_{crítico}$ com A , para canais com secção transversal rectangular. Comparação entre resultados para diferentes modelos de fluido viscoelástico obtidos por diferentes autores.

10.3. Conclusões

A variação do comprimento das paredes interior e exterior da curva, relativamente ao comprimento das paredes laterais inferior e superior da secção transversal, resultam em alterações significativas no desenvolvimento e padrão do escoamento. A combinação dos efeitos de confinamento do escoamento, produzido pelas paredes do canal, da força centrífuga, produzido pela inércia, e do modelo reológico do fluido dá origem a complexidades do padrão de escoamento secundário difíceis de prever. Por este motivo, o valor de $Dn_{crítico}$ de transição não varia linearmente com a razão de aspecto.

Os resultados mostram que quando a geometria apresenta uma razão de aspecto $A = 1.5$, os vórtices adicionais do escoamento transversal surgem em condições mais débeis e o valor de $Dn_{crítico}$ necessário para que ocorra a transição é mínimo independentemente das condições de escoamento e do fluido considerado. Para razões de aspecto superiores e inferiores a $A = 1.5$, o valor de $Dn_{crítico}$ de transição aumenta. Quando $A < 1.5$, o efeito de confinamento das paredes da secção transversal sobre o escoamento é elevado e sobrepõe-se à influência dos parâmetros de escoamento, sendo necessário, por exemplo, maior inércia para que o escoamento desenvolva pares adicionais de vórtices. Por outro lado, para razões de aspecto mais elevadas ($A > 1.5$), o efeito de confinamento produzido pelas paredes

laterais é reduzido e a região de escoamento axial máximo tem maior liberdade para se redistribuir ao longo da parede exterior da curva. Nestes casos são também necessárias condições de escoamento mais intensas (por exemplo, maior inércia) para aumentar a complexidade da estrutura do escoamento secundário.

O desenvolvimento do escoamento, na primeira metade da curva, depende principalmente da razão de aspecto, enquanto na segunda metade da curva passa também a depender de outros parâmetros como, a elasticidade, o parâmetro de retardamento e modelo de fluido.

Os pares adicionais de vórtices surgem mais rapidamente nos casos viscoelásticos comparativamente ao caso newtoniano, independentemente da razão de aspecto. Nos modelos de fluido viscoelástico, tanto o aumento da elasticidade como a diminuição do parâmetro de retardamento e a presença de propriedades fluidificantes resultam: na antecipação do desenvolvimento de instabilidades secundárias; no aumento da intensidade do escoamento secundário; e numa maior complexidade do padrão de escoamento secundário através do desenvolvimento de múltiplos pares adicionais de vórtices. Nas condições de escoamento consideradas, o padrão de escoamento depende também do modelo viscoelástico, em particular quando a razão de aspecto é elevada (por exemplo, $A = 2$).

De uma forma geral, o aumento da razão de aspecto resulta no aumento do número de pares adicionais de vórtices desenvolvidos ao longo da parede exterior da curva. Para as mesmas condições de escoamento, quando $A \leq 1.5$ o escoamento secundário desenvolve até dois pares de vórtices. Quando $A = 2$ o escoamento poderá desenvolver até três pares, mas pode desenvolver até cinco pares de vórtices quando considerado $A = 5$.

Quando a razão de aspecto é $A > 1$, o desenvolvimento do escoamento é mais complexo, comparativamente ao desenvolvimento do escoamento em curva com $A = 1$. No início da curva, antes do aparecimento da região de reversão de escoamento junto da parede exterior da curva (e, conseqüentemente, do aparecimento do par adicional de vórtices), surge uma região de reversão do sentido do escoamento transversal junto da parede interior da curva. Para A mais elevado, esta região pode persistir até ao final da curva (por exemplo, $A = 5$). Este comportamento é observado em todas as condições de escoamento e modelos de fluido.

Capítulo 11.

Escoamento viscoelástico sem inércia e com inércia reduzida

Em escoamentos de fluido newtoniano sem inércia através de canal curvo, o escoamento secundário não é gerado e, por isso, é sempre estável. Isto acontece porque a baixa velocidade a que decorre o escoamento ($Re \approx 0$), torna os efeitos da inércia e da força centrífuga negligenciáveis, em comparação às forças viscosas. Contudo, no caso de fluidos não-newtonianos, o escoamento sem inércia em canais curvos pode gerar escoamento transversal. As propriedades elásticas dos fluidos não-newtonianos, que resultam da primeira e segunda diferença de tensões normais, são capazes de gerar escoamento secundário. Na ausência de inércia, tanto a primeira como a segunda diferença de tensões normais influenciam o gradiente de pressão na secção transversal. Tal como acontece no escoamento com inércia, em geral, também no escoamento sem inércia a primeira diferença de tensões normais favorece a formação de escoamento transversal, enquanto a segunda diferença de tensões normais actua em oposição.

A existência de instabilidades puramente elásticas, em escoamentos do tipo Taylor-Couette e de Taylor-Dean, para fluido Oldroyd-B, foi mostrada por Muller et al. (1989) e por Joo & Shaqfeh (1991, 1992a, 1992b), respectivamente. O escoamento tipo Taylor-Couette é análogo ao escoamento em curvas e, por isso, os resultados de um tipo podem ser qualitativamente extrapolados para o outro tipo de escoamento. Assim, Muller et al. (1989), ao verificarem a existência de escoamento secundário de origem puramente elástica em escoamento do tipo Taylor-Couette, sugeriram que o escoamento viscoelástico sem inércia através de uma curva também poderá apresentar instabilidades puramente elásticas. Numa série de trabalhos de referência, Joo & Shaqfeh (1991, 1992a e 1992b) estudaram analiticamente a estabilidade linear do escoamento sem inércia, considerando escoamento do tipo Taylor-Dean (cujas forças motrizes são uma combinação do gradiente de pressão e da rotação do cilindro). Os resultados revelaram igualmente a existência de instabilidades puramente elásticas.

No escoamento sem inércia de fluido viscoelástico em canal curvo, segundo Fan et al. (2001) e Norouzi et al. (2011), o gradiente de pressão transversal é equilibrado pela primeira diferença de tensões normais na região central do escoamento, na ausência da segunda diferença de tensões normais. Este equilíbrio existe na região do centro do escoamento, mas na vizinhança da parede interior da curva o valor da tensão axial é elevado, gerando escoamento secundário. Os vórtices gerados devido à primeira diferença de tensões normais,

em escoamento sem inércia de fluido viscoelástico, são do mesmo tipo gerado pela força centrífuga em escoamento inercial. Por outro lado, a segunda diferença de tensões normais tem efeito negligenciável na distribuição da velocidade axial, mas tem grande influência na distribuição do gradiente de pressão. A segunda diferença de tensões normais negativa resulta, geralmente, na diminuição do gradiente de pressão transversal e na diminuição da intensidade do escoamento secundário, devido à diminuição da tensão normal axial. Pelo teorema de Giesekus sobre o escoamento sem inércia de um fluido de 2ª ordem, quando a segunda diferença de tensões normais negativa tende para 50% da primeira diferença de tensões normais, o escoamento secundário desaparece. Todavia, para valores de segunda diferença de tensões normais superiores, na direcção negativa, o escoamento secundário é gerado com direcção oposta à do escoamento secundário gerado pela força centrífuga. Assim, no caso de fluido de 2ª ordem, quando o efeito da primeira diferença de tensões normais é dominante, leva ao aumento da intensidade do escoamento secundário. Mas quando a segunda diferença de tensões normais é dominante (tal como no caso do fluido de Reiner-Rivlin, em que a primeira diferença de tensões normais é nula), o escoamento secundário é gerado, mas os vórtices têm sentido de rotação oposto ao dos vórtices gerados pela primeira diferença de tensões normais.

Para fluido Oldroyd-B, Joo & Shaqfeh (1991, 1992a, 1992b) mostraram analiticamente que as instabilidades geradas em escoamento sem inércia são estacionárias, em contraste com as instabilidades oscilatória elástica que ocorrem no escoamento Taylor-Couette, mostrado por Larson et al. (1990). Joo & Shaqfeh (1992a) mostraram ainda que as instabilidades têm modo estacionário quando o gradiente de pressão é dominante, e tem modo oscilatório quando a tensão de corte gerada pela rotação do cilindro é dominante. Além disso, a direcção do gradiente de pressão aplicado controla as características da instabilidade: quando é aplicado no sentido da rotação desestabiliza o escoamento, enquanto se a direcção for contrária ao sentido de rotação tem efeito estabilizador do escoamento. O mesmo foi verificado por Joo & Shaqfeh (1994), para fluidos de Boger. Pires & Sequeira (2011), considerando fluido Oldroyd-B generalizado, confirmaram que a viscoelasticidade promove o escoamento secundário caracterizado por 2 vórtices de contra-rotação, que é estável e é do tipo newtoniano inercial. Não verificaram nenhuma diferença significativa na natureza do escoamento quando os parâmetros Wi e curvatura são variados, mas observaram diferenças significativas no valor da função corrente e da tensão de corte na parede. Fazendo variar o índice n do modelo da lei de potência verificaram que, para valores de n reduzidos ($n \ll 0$), o escoamento secundário evolui para valores diferentes de zero e é caracterizado por dois pares de vórtices; à medida que n aumenta em valor absoluto o tamanho deste par de vórtices diminui e observa-se a formação de novo par de vórtices inicialmente fracos e alongados, que depois se intensificam à medida que n aumenta. Em contraste, o escoamento secundário original diminui de intensidade e desaparece quando n atinge um valor crítico. A orientação

do novo par de vórtices e o sinal da função corrente são opostos, sugerindo a transição para um regime diferente. Este comportamento é independente de Wi e de d/R .

Bowen et al. (1991) observaram que, em escoamento sem inércia, de fluidos SOF e UCM, a elasticidade produz escoamento secundário qualitativamente semelhante ao produzido pela inércia na ausência de elasticidade, tal como verificado para outros modelos de fluidos não-newtonianos. Além disso, quando Wi é elevado, a intensidade do escoamento secundário, em comparação com o escoamento principal, é considerável e pode afectar o caudal. Mostraram ainda que, nas mesmas condições de gradiente de pressão, o caudal de escoamento sem inércia de um fluido viscoelástico através de curva com secção circular, pode exceder o caudal em um canal recto equivalente. Considerando fluido viscoelástico Oldroyd-B, Robertson & Muller (1996) verificaram analiticamente os mesmos resultados de Bowen et al. (1991). Concluíram que, para $Re \approx 0$ e fluido Oldroyd-B, a diminuição do caudal em curva, relativamente a canal recto, diminui e depois aumenta à medida que Wi e η_p aumentam. Robertson & Muller (1996) mostraram ainda que, ao contrário da secção circular, na secção anelar existem diferenças acentuadas entre o escoamento sem inércia com elasticidade e o escoamento com inércia sem elasticidade. Esta diferença é mais acentuada para razões de raio (r) reduzidas devido às tensões geradas na parede interior da secção.

Norouzi et al. (2010a, 2011 e 2012) estudaram analítica e numericamente o escoamento sem inércia através de canal curvo de secção rectangular, considerando fluidos viscoelásticos SOF e CEF. Analisaram a influência dos coeficientes da primeira e segunda diferença de tensões normais e os efeitos geométricos sobre o escoamento e a formação de instabilidades. Concluíram que, tal como no caso inercial e para outros modelos viscoelásticos, a primeira diferença de tensões normais causa um aumento na intensidade do escoamento secundário, enquanto a segunda diferença de tensões normais diminui a intensidade. Verificaram ainda que o efeito das diferenças de tensões normais sobre o escoamento secundário é fortemente dependente da curvatura e da secção transversal do canal. Desta forma, o factor de atrito (e a intensidade do escoamento secundário) é independente da geometria para $d/R \leq 0.1$ qualquer que seja o valor de A , e assim se mantém para $A = 0.89077$ qualquer que seja o valor de d/R . No entanto, o factor de atrito aumenta com o aumento de $d/R > 0.1$ para $A < 0.89077$, e diminui com o aumento de d/R para $A > 0.89077$. Este comportamento é qualitativamente semelhante ao do fluido newtoniano inercial para as mesmas condições de escoamento (representado anteriormente na Figura 10.4-a do Capítulo 10).

11.1. Descrição do problema

Neste capítulo será comparado o escoamento com inércia reduzida e sem inércia, de fluidos viscoelásticos tipo FENE, através de curva com secção rectangular. Neste tipo de escoamento, onde o efeito da inércia é consideravelmente reduzido ou nulo, as alterações que ocorrem no escoamento são devidas exclusivamente, ou quase, aos efeitos viscoelásticos.

No escoamento com inércia reduzida, considera-se número de Reynolds constante e igual a $Re = 25$, enquanto no escoamento sem inércia é admitido $Re \approx 0$. Os modelos reológicos viscoelásticos FENE-P e FENE-CR são comparados assumindo $Wi = 5.00$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$. A geometria considerada é apresentada na Figura 4.7, com razão de curvatura igual a $R_c = R/d = 7.5$ e razão de aspecto $A = 1$. As características da geometria e da malha estão resumidas na Tabela 7.1 e Tabela 7.2, apresentadas anteriormente no Capítulo 7. As condições de entrada e de fronteira são as descritas no Capítulo 3, tais como, por exemplo, perfil de escoamento completamente desenvolvido à entrada e condições de não-eskorregamento nas paredes.

11.2. Resultados

Joo & Shaqfeh (1992), verificaram que o escoamento sem inércia de fluido Oldroyd-B passa a ser instável quando $De_{crítico} = 18.59$. Neste trabalho, o número de Weissenberg foi sucessivamente aumentado apenas até $Wi = 15$, uma vez que para valores superiores, as condições de convergência deixam de ser cumpridas para a malha computacional considerada. Assim, a comparação entre os dois tipos de escoamento será realizada admitindo $Wi = 5.00$, onde o escoamento é estável.

A evolução local das componentes da velocidade e tensão ao longo da curva são ilustradas nas Figura 11.1 e Figura 11.2, respectivamente, junto da parede interior e exterior da curva ($(1-Y, Z) = (0.88, 0.50)$ e $(1-Y, Z) = (0.12, 0.50)$, respectivamente). A evolução da velocidade axial local (Figura 11.1-a) mostra que junto da parede exterior da curva, em ambos os escoamentos com e sem inércia, esta componente diminui à entrada da curva ($\theta < 5^\circ$). A jusante, enquanto no escoamento com inércia a velocidade axial aumenta antes de atingir valor constante e superior ao valor local de entrada, no escoamento sem inércia o valor constante é rapidamente atingido e é menor do que o valor de entrada. Por outro lado, junto da parede interior da curva o oposto é observado (Figura 11.1-a). Estes resultados indicam que à entrada da curva ocorre deslocamento da componente axial no sentido da parede interior da curva em ambos os escoamentos. Contudo, enquanto na ausência de inércia o escoamento axial permanece ligeiramente deslocado no sentido da parede interior da curva, no escoamento inercial o efeito da força centrífuga impõe-se e o escoamento axial é posteriormente deslocado no sentido da parede exterior da curva. Este movimento do escoamento axial no sentido da parede interior da curva foi também verificado, por exemplo, por Zhang et al. (2006) para fluido Oldroyd-B, Norouzi et al. (2010a) para fluido de 2ª ordem e Norouzi et al. (2012) para fluido CEF, em escoamento sem inércia. A Figura 11.1-a mostra ainda que, na parede exterior da curva, a magnitude de U é maior para o escoamento com inércia independentemente do modelo, mas é sempre maior para o modelo FENE-P. Já na parede interior da curva a magnitude de U é menor para os casos onde se verifica um

aumento mais acentuado de U na parede exterior quando $Re = 25$, mas é maior no modelo FENE-P para escoamento sem inércia (Figura 11.1-a).

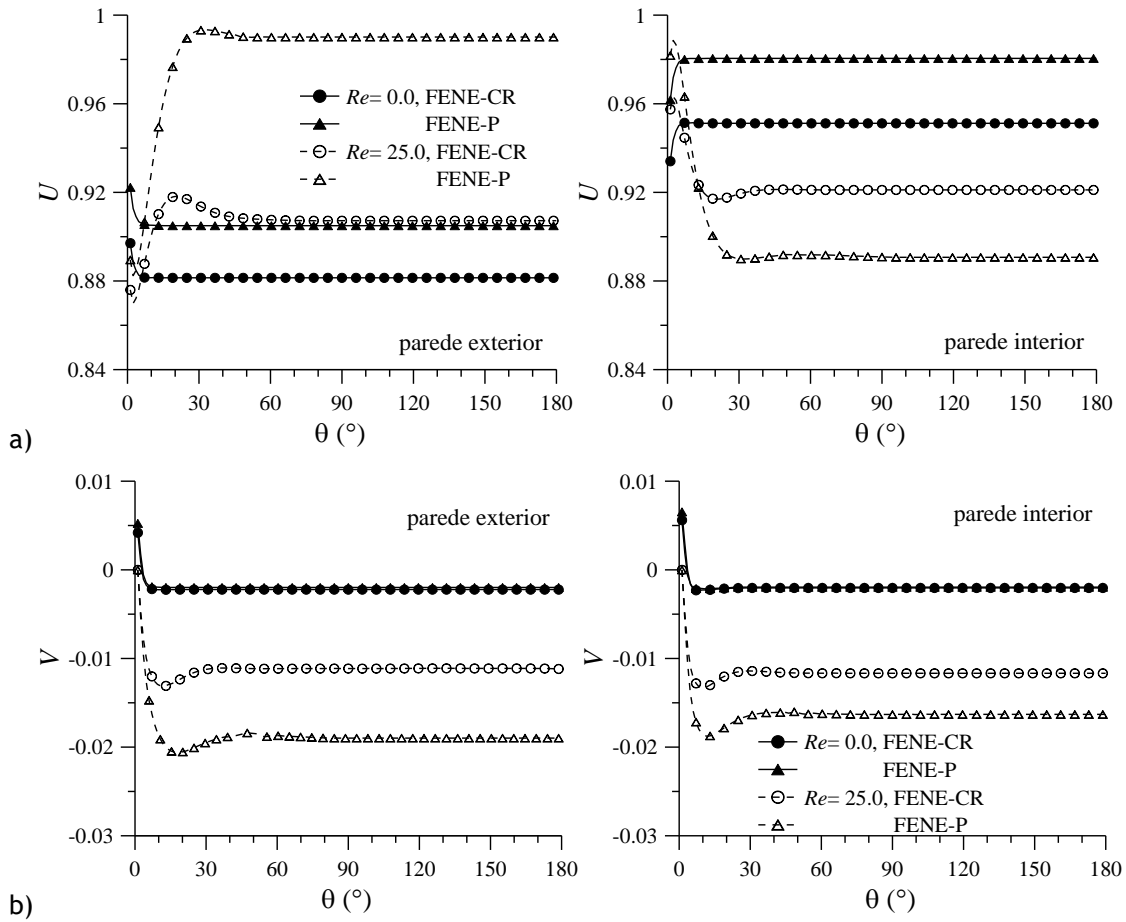


Figura 11.1- Variação da evolução de: a) U e b) V com $Re = 25$ e $Re \approx 0$ ao longo da curva, junto da parede exterior $((1-Y, Z) = (0.88, 0.50))$ e interior da curva $((1-Y, Z) = (0.12, 0.50))$. Comparação entre fluido FENE-CR e FENE-P com $Wi = 5.00$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

A componente transversal V da velocidade (Figura 11.1-b) aumenta no sentido negativo, tanto na parede interior como na exterior da curva em todos os casos, com o desenvolvimento do escoamento secundário. Este aumento é maior para escoamento com inércia comparativamente ao escoamento sem inércia, mas é maior para o modelo FENE-P no primeiro caso e independente do modelo viscoelástico no segundo. Nas condições de escoamento ilustradas na Figura 11.1-b, comparativamente ao escoamento com inércia de fluido FENE-P, a magnitude de V diminui cerca de 50% no escoamento com inércia de fluido FENE-CR, e mais de 75% no escoamento sem inércia.

A magnitude local da componente normal axial da tensão τ_{XX} (Figura 11.2-a) é consideravelmente maior para o escoamento sem inércia em ambas as paredes, e depende do modelo viscoelástico. No escoamento sem inércia, este comportamento deve-se unicamente

às propriedades viscoelásticas do modelo reológico, embora seja também detectado no escoamento inercial (Figura 11.2-a). No modelo FENE-P, nas regiões de tensão elevada, a viscosidade diminui e, conseqüentemente, a magnitude de τ_{XX} na parede é menor, independentemente da presença ou não de inércia. Já no modelo FENE-CR, que não apresenta fluidificação da viscosidade, a magnitude de τ_{XX} nas regiões de elevada tensão é sempre superior (Figura 11.2-a). A Figura 11.2-a mostra ainda que, τ_{XX} na parede interior aumenta ligeiramente enquanto na parede exterior diminui, sendo esta diferença maior no escoamento sem inércia devido ao deslocamento do escoamento axial no sentido da parede interior da curva observado na Figura 11.1-a.

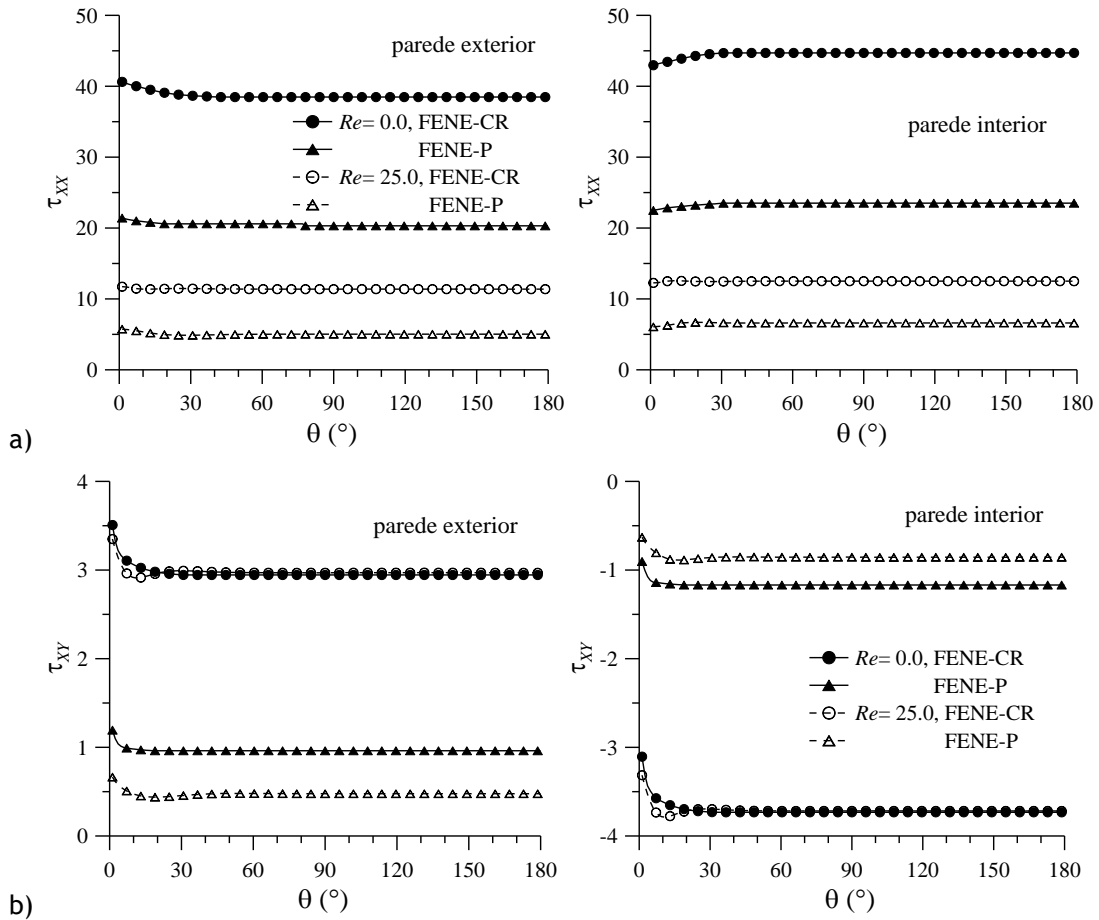


Figura 11.2- Variação da evolução de: a) τ_{XX} e b) τ_{XY} com $Re = 25$ e $Re \approx 0$ ao longo da curva, junto da parede exterior ($(1-Y, Z) = (0.88, 0.50)$) e interior da curva ($(1-Y, Z) = (0.12, 0.50)$). Comparação entre fluido FENE-CR e FENE-P com $Wi = 5.00$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

Na ausência de inércia, a diferença em magnitude de τ_{XX} nas paredes resulta no aumento do gradiente de pressão transversal (dp/dY , Figura 11.3) adverso nas mesmas regiões, mas no escoamento inercial o oposto é observado. Assim, no caso do escoamento viscoelástico

inercial tanto a elevada tensão normal axial como a inércia reduzida nas paredes da secção promovem o escoamento secundário. Já no escoamento viscoelástico sem inércia, é a combinação da elevada tensão normal axial nas paredes e da curvatura da linha de corrente que promove o escoamento secundário. Por outras palavras, no escoamento viscoelástico sem inércia, o gradiente de pressão é essencialmente equilibrado pela tensão normal axial reduzida na região central da secção transversal. Mas, nas paredes da secção não consegue competir com a concentração de tensão normal axial elevada. É a diferença de magnitude destas componentes na secção que dita o sentido de circulação do escoamento transversal. Por esse motivo, no escoamento sem inércia, a viscoelasticidade promove o escoamento secundário na mesma direcção que a do escoamento secundário inercial, apesar do gradiente de pressão transversal adverso (Figura 11.3).

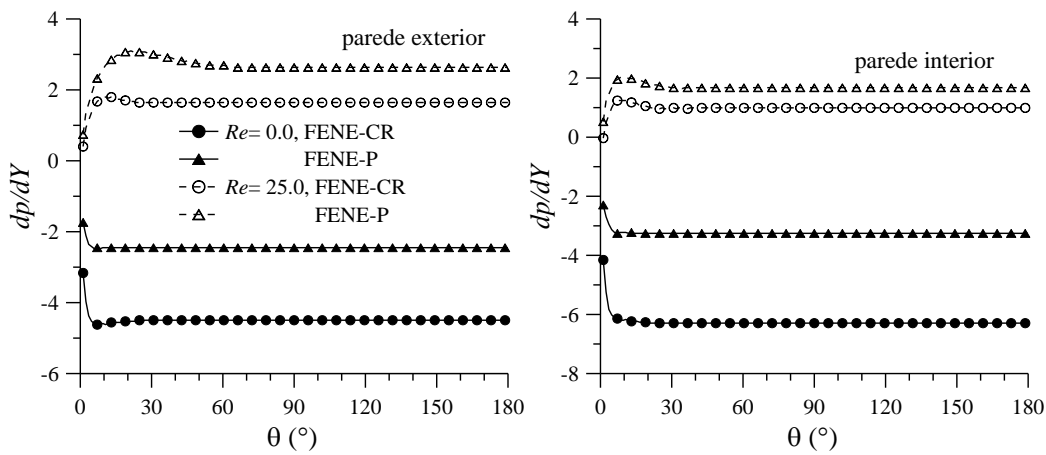


Figura 11.3- Variação da evolução de dp/dY com $Re = 25$ e $Re \approx 0$ ao longo da curva, junto da parede exterior $((1-Y, Z) = (0.88, 0.50))$ e interior da curva $((1-Y, Z) = (0.12, 0.50))$. Comparação entre fluido FENE-CR e FENE-P com $Wi = 5.00$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

O mecanismo de desenvolvimento do escoamento secundário na ausência de inércia foi descrito também por diferentes autores considerando outros modelos reológicos e geometrias (por exemplo, Zhang et al. (2006), Norouzi et al. (2010a) e Norouzi et al. (2012)). Diferentes autores mostraram ainda que, também no escoamento sem inércia, a estrutura do escoamento secundário pode apresentar complexidades para além da estrutura aqui identificada e constituída apenas por um par de vórtices, dependendo da geometria (em particular, da secção transversal), do modelo viscoelástico e das condições de escoamento (Norouzi et al. (2012), Chen et al. (2006), Joo & Shaqfeh (1994)).

Por sua vez, a magnitude local da tensão de corte τ_{XY} (Figura 11.2-b), depende em maior medida do modelo viscoelástico comparativamente à presença ou não de forças inerciais. Desta forma, as propriedades fluidificantes do modelo FENE-P afectam a magnitude de τ_{XY} junto às paredes, onde esta componente da tensão é máxima, diminuindo a sua magnitude

comparativamente ao modelo FENE-CR, independentemente das condições de escoamento (Figura 11.2-b). Além disso, no modelo FENE-P, a presença de forças inerciais resulta numa diminuição da magnitude de τ_{XY} que não se verifica no modelo FENE-CR. Em todos os casos considerados, a magnitude absoluta local de τ_{XY} , ao entrar na curva, diminui ligeiramente na parede exterior, mas aumenta na parede interior da curva (Figura 11.2-b).

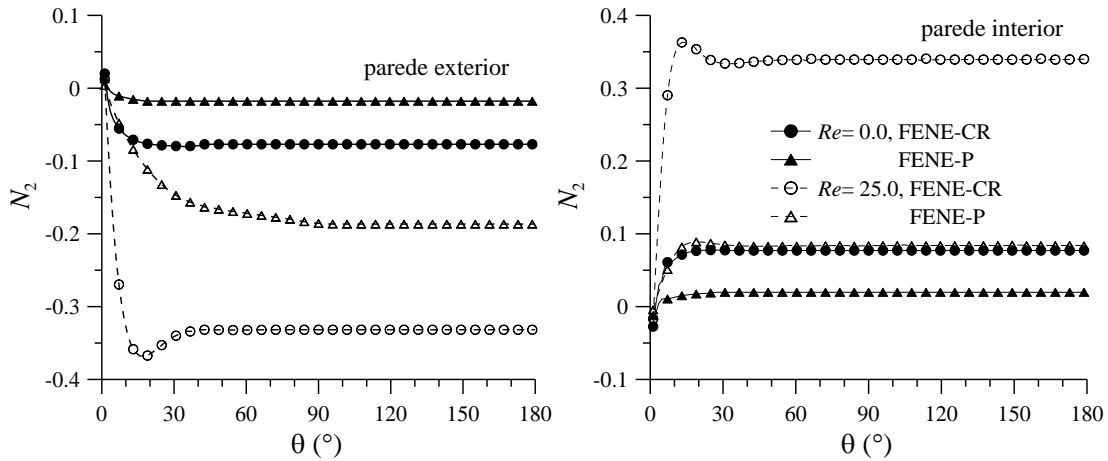


Figura 11.4- Variação da evolução de N_2 com $Re = 25$ e $Re \approx 0$ ao longo da curva, junto da parede exterior $((1-Y, Z) = (0.88, 0.50))$ e interior da curva $((1-Y, Z) = (0.12, 0.50))$. Comparação entre fluido FENE-CR e FENE-P com $Wi = 5.00$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

A primeira diferença de tensões normais (N_1) é dominada pela elevada tensão normal axial (τ_{XX}) e, por isso, segue a mesma evolução desta componente da tensão ilustrada na Figura 11.2-a. Já a evolução da segunda diferença de tensões normais, que é ilustrada na Figura 11.4, depende das menos significativas componentes normais da tensão τ_{YY} e τ_{ZZ} . A magnitude de N_2 é sempre superior para o escoamento com inércia, mas é menor quando considerado o modelo FENE-P. A Figura 11.4 mostra ainda que N_2 apresenta sinal oposto nas paredes, caracterizando a parede exterior da curva como uma região de supressão do escoamento secundário, e a parede interior da curva como região de promoção do escoamento secundário. A magnitude reduzida de N_2 comparativamente a N_1 resulta no desenvolvimento de escoamento secundário em curvas mesmo na ausência de inércia. Estes resultados vêm confirmar ainda que o escoamento secundário na ausência de inércia apresenta a mesma estrutura que o caso inercial, uma vez que os parâmetros viscoelásticos actuam na mesma direcção da inércia, em oposição à segunda diferença de tensões normais negativa, que actua de forma a suprimir o escoamento secundário.

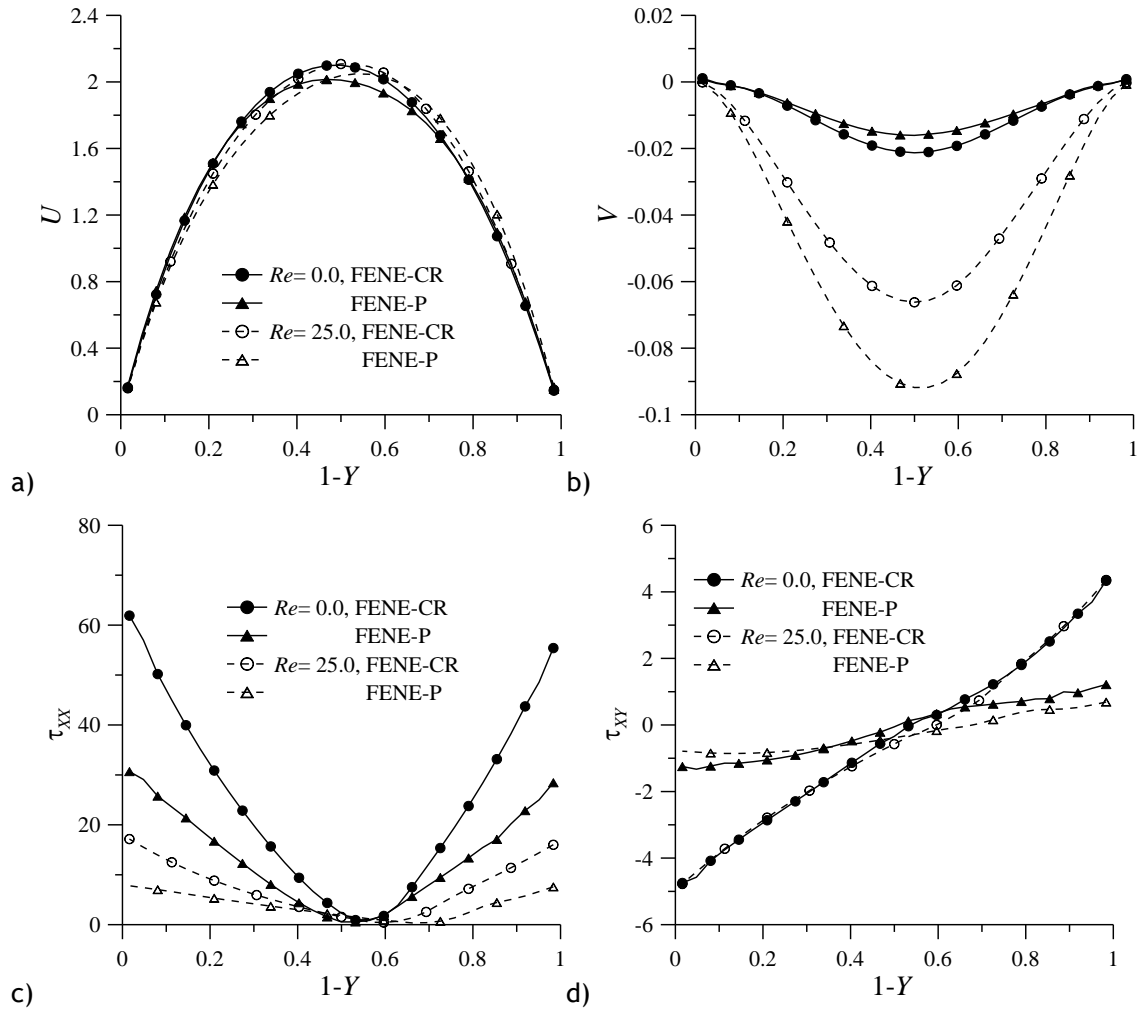


Figura 11.5- Variação da distribuição de: a) U , b) V , c) τ_{xx} , d) τ_{xy} com $Re=25$ e $Re \approx 0$, no plano $Z = 0.50$ da posição $\theta = 90^\circ$. Comparação entre fluido FENE-CR e FENE-P com $Wi = 5.00$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

A Figura 11.5 e Figura 11.6 ilustram a distribuição das componentes da velocidade e tensão na posição angular $\theta = 90^\circ$. Nestas figuras é comparado o efeito de existência ou não de inércia para os modelos FENE-P e FENE-CR, ao longo do plano central (Figura 11.5) e do plano médio (Figura 11.6). A Figura 11.5-a vem confirmar que o perfil de velocidade axial desloca-se ligeiramente no sentido da parede exterior da curva para $Re=25$ nos dois modelos viscoelásticos, enquanto para $Re \approx 0$ o deslocamento ocorre no sentido da parede interior. Entre as paredes laterais da secção transversal não se verifica qualquer deslocamento (Figura 11.6-a). Além disso, independentemente do valor de Re , a magnitude da velocidade axial é sempre menor para o caso FENE-P comparativamente ao caso FENE-CR, na região central da secção transversal (Figura 11.5-a e Figura 11.6-a). A distribuição da componente transversal da velocidade V vem confirma o desenvolvimento de escoamento secundário, independentemente de Re e do modelo de fluido viscoelástico (Figura 11.5-b e Figura 11.6-

b). A distribuição é semelhante em todos os casos, mas a magnitude de V depende quer de Re quer do modelo viscoelástico (Figura 11.5-b e Figura 11.6-b): V é consideravelmente maior para $Re = 25$ do que para $Re \approx 0$; mas, enquanto para $Re = 25$ a magnitude de V é maior no modelo FENE-P, para $Re \approx 0$ o oposto é observado (Figura 11.5-b e Figura 11.6-b). Por outras palavras, na presença de inércia as propriedades fluidificantes actuam no sentido da intensificação do escoamento secundário, enquanto na ausência de forças inerciais o oposto é verificado.

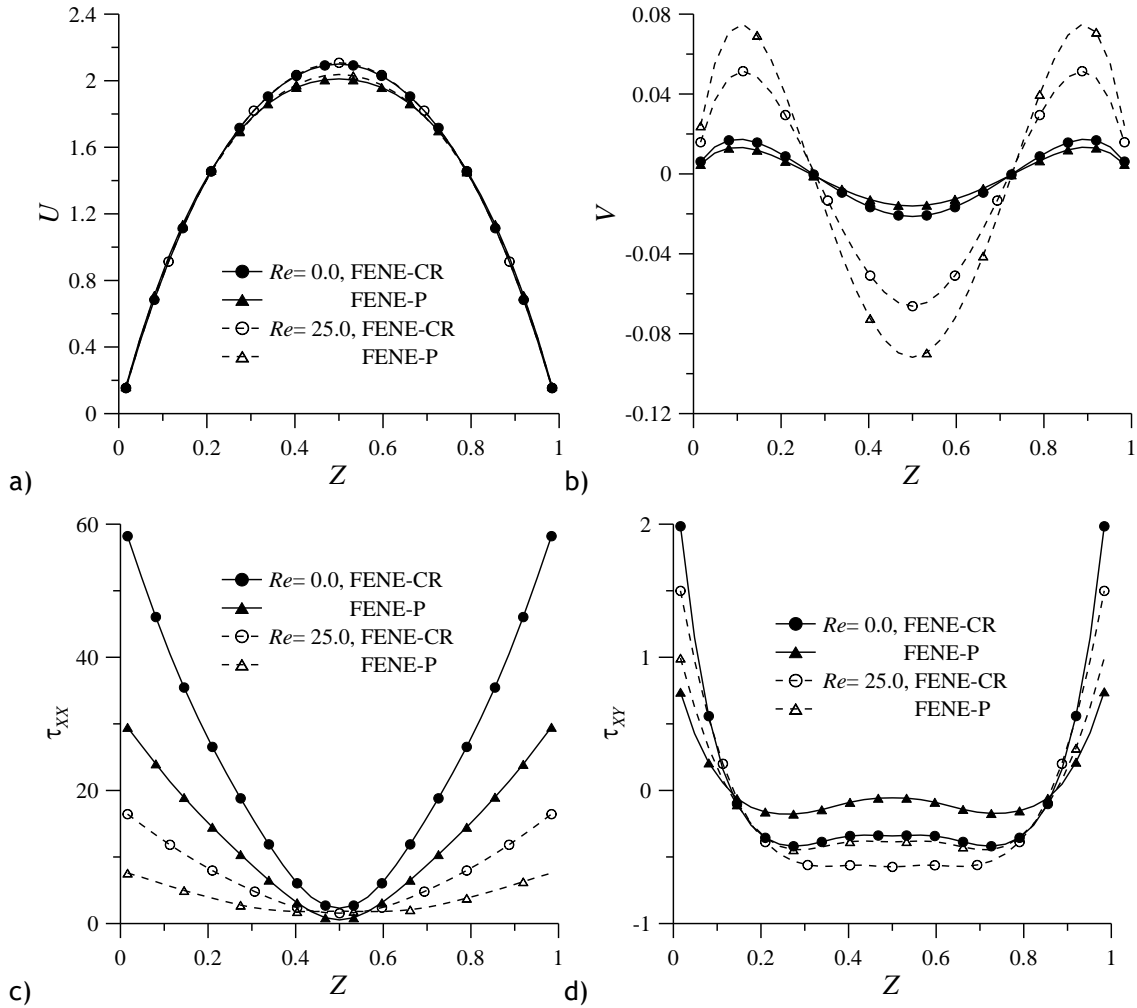


Figura 11.6- Variação da distribuição de: a) U , b) V , c) τ_{xx} , d) τ_{xy} com $Re = 25$ e $Re \approx 0$, no plano $1 - Y = 0.50$ da posição $\theta = 90^\circ$. Comparação entre fluido FENE-CR e FENE-P com $Wi = 5.00$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

A distribuição da componente normal da tensão τ_{xx} , ilustrada na Figura 11.5-c e Figura 11.6-c, é máxima nas paredes da secção transversal quer na presença quer na ausência de forças inerciais. A magnitude de τ_{xx} é maior quando o escoamento não tem inércia e diminui consideravelmente para $Re = 25$. No entanto, independentemente das condições de

escoamento, τ_{xx} é sempre superior no caso FENE-CR comparativamente ao caso FENE-P, devido ao carácter fluidificante da viscosidade no segundo caso. A magnitude da tensão de corte τ_{xy} é menor para o modelo FENE-P nas paredes da secção transversal, em particular junto às paredes interior e exterior da curva, onde é máxima, mas é praticamente independente da magnitude das forças inerciais (Figura 11.5-d e Figura 11.6-d).

Na Figura 11.7 é comparada a evolução da vorticidade (ω) junto da parede lateral superior da curva e a distribuição no plano médio, para os mesmos casos anteriores. Localmente, ω aumenta em todos os casos, sendo sempre maior na presença de inércia (Figura 11.7-a). Além disso, enquanto na presença de inércia ω é maior no caso FENE-P, na ausência de inércia o oposto é observado (Figura 11.7-a), de acordo com a intensidade do escoamento secundário ilustrada nas (Figura 11.5-b e Figura 11.6-b). O mesmo comportamento é observado em todo o plano central (Figura 11.7-b).

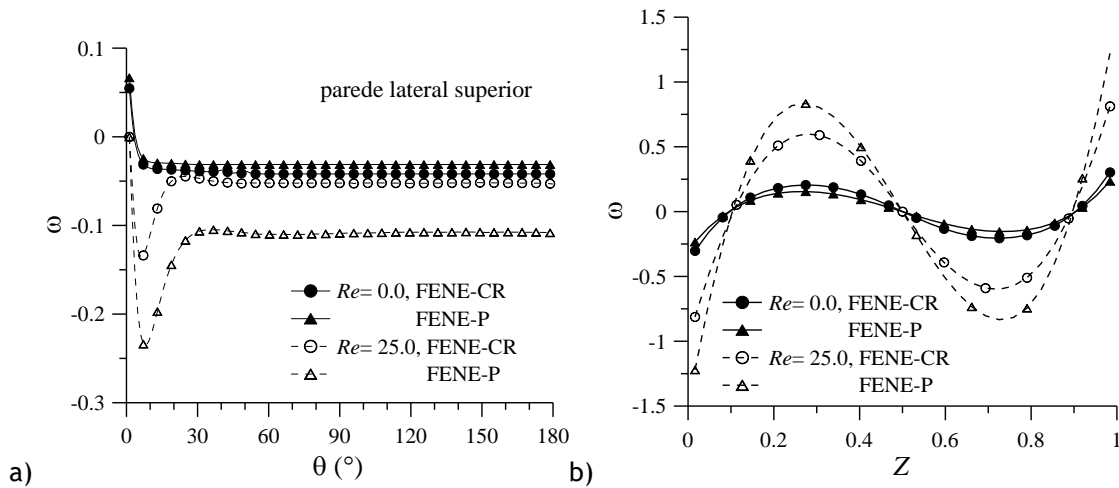


Figura 11.7- Comparação de ω entre os modelos FENE-CR e FENE-P com $Wi=5.00$, $\beta=0.50$ e $L^2=100$, para $Re=25$ e $Re \approx 0$: a) evolução ao longo do canal junto da parede lateral superior da secção $((1-Y, Z) = (0.50, 0.88))$; b) distribuição no plano $1-Y=0.50$ da posição $\theta=90^\circ$.

11.3. Conclusões

O escoamento de fluido viscoelástico através de curva com secção quadrada, quer na ausência de inércia quer na presença de inércia reduzida, desenvolve escoamento secundário. A estrutura do escoamento transversal é semelhante nos dois casos, apesar do mecanismo de desenvolvimento do escoamento secundário ser diferente: no escoamento inercial, a inércia e o gradiente de pressão, estabelecido essencialmente pela força centrífuga, são as principais forças motrizes do escoamento secundário; na ausência de inércia, a principal responsável pela formação do escoamento secundário é a tensão normal axial elevada nas paredes. O escoamento secundário desenvolvido é constituído por apenas um par de vórtices simétricos com rotação contrária, cuja direcção e sentido de circulação é semelhante à do escoamento

inercial. Além disso, independentemente das condições de escoamento, os parâmetros viscoelásticos actuam sobre o escoamento no mesmo sentido que a inércia, e, por isso, o desenvolvimento do escoamento secundário é sempre favorecido e é análogo ao do escoamento inercial. As propriedades fluidificantes do modelo FENE-P intensificam o escoamento secundário na presença de inércia reduzida, mas na ausência de inércia o oposto é observado.

O escoamento com inércia reduzida difere do escoamento com inércia elevada no facto de não desenvolver pares adicionais de vórtices, mesmo para elevada elasticidade. Já o escoamento sem inércia difere do escoamento com inércia reduzida na evolução da velocidade axial, em que no primeiro caso o máximo da velocidade axial é deslocado no sentido da parede interior, enquanto no segundo caso é deslocado no sentido da parede exterior.

Capítulo 12.

Escoamento variável no tempo

O estudo do escoamento da aorta é uma das principais motivações da investigação sobre escoamentos variáveis no tempo em curvas. Por esse motivo, a maior parte dos estudos sobre escoamento não estacionário em curvas é do tipo pulsante/oscilante em regime laminar, quer para a condição completamente desenvolvido quer para a condição em desenvolvimento. Apesar deste interesse, as conclusões são obtidas com menos sucesso nos casos transientes do que nos casos estacionários.

As instabilidades temporais do escoamento em curvas podem surgir de diferentes formas quer por imposição de perturbações periódicas/oscilantes à entrada quer pelo simples aumento de, por exemplo, a inércia. Considerando o aumento da inércia, o escoamento em curvas, tal como em canais rectos, mantém-se em regime permanente até um determinado Re crítico. A partir deste ponto, no caso do escoamento em canal recto ocorre uma transição, relativamente abrupta e bem definida, para regime turbulento. Para se chegar a um escoamento turbulento numa curva é necessário maior inércia, porque a resistência do escoamento deixa de ser proporcional à velocidade, ao contrário do que acontece em canal recto (Taylor (1929)). Nestas geometrias, o aumento do Re produz vibrações/oscilações no escoamento, mantendo o movimento secundário helicoidal característico na secção transversal, numa gama alargada de Re . Por apresentar, na secção transversal, uma estrutura definida constituída por vórtices (Su & Friedrich (1994)), o escoamento é não-estacionário, sem que seja turbulento (Bolinder & Sundén (1995)).

Em curvas, qualquer que seja o valor de Dn , o escoamento secundário variável é causado pelo mesmo mecanismo (Su & Friedrich (1994)). Em termos da redistribuição da velocidade axial, a velocidade máxima é empurrada, primeiramente, na direcção da parede exterior da curva e o máximo da velocidade diminui; continuando a aumentar Dn o máximo da velocidade tende a retroceder para a posição central (Berger et al. (1983), De Vriend (1981a, 1981b)). Por outro lado, considerando a estrutura do escoamento transversal, o aumento de Dn para valores elevados, dá origem a vórtices adicionais que aparecem e desaparecem e/ou que se movimentam na secção transversal ao longo do tempo e/ou do espaço. Estas instabilidades concentram-se, em primeiro lugar, junto da parede exterior da curva (parede côncava, região desestabilizadora), enquanto junto da parede interior da curva (parede convexa, região estabilizadora) o escoamento mantém-se estável e com velocidade mais reduzida (Su & Friedrich (1994)). Aumentando ainda mais a inércia, estas vibrações/oscilações aumentam de intensidade, propagam-se na secção transversal até que, finalmente atingem

um estado de turbulência. Surge assim uma região de flutuação irregular, onde a transição do estado laminar para o estado turbulento é suave e progressiva, aumentando a complexidade da estrutura do escoamento secundário (Baylis (1971), Ito (1987), Su & Friedrich (1994)). Nesta região de transição não se verifica, no entanto, um aumento significativo da resistência ao escoamento (Taylor (1929)).

Taylor (1929) foi o primeiro a verificar que o escoamento num canal curvo pode exhibir instabilidades temporais de natureza não-turbulenta. Esta conclusão foi tirada através da observação experimental da trajectória de tinta injectada. Tarbell & Samuels (1973) reportaram pela primeira vez oscilação da solução numérica do escoamento para $Re > 220$. No entanto, os autores não verificaram se as oscilações eram de natureza física ou numérica.

Masliyah (1980) verificou experimentalmente que o escoamento se torna variável para $Dn > 150$, considerando canal helicoidal de secção semi-circular com parede exterior da curva recta. Sankar et al. (1988) verificaram numericamente o desenvolvimento de soluções oscilatórias assimétricas relativamente ao plano central, com periodicidade na direcção axial. Estas observações foram realizadas para curvas em espiral com secção rectangular, numa gama de $Dn > 125$, para $R/d = 100$, e numa gama de $Dn > 300$, para $R/d = 10$. Observaram ainda que o aumento de Dn resulta num aumento destas oscilações, mas a diminuição de R/d tem o efeito contrário. Ao contrário de Tarbell & Samuels (1973), Sankar et al. (1988) defendem que as soluções obtidas não são artefactos numéricos. As oscilações dos vórtices do escoamento secundário em curvas foi posteriormente observada experimentalmente e obtida numericamente por diferentes autores (Finlay et al. (1988), Sugiyama et al. (1991), Matsson & Alfredsson (1992), Ligrani et al. (1992), entre outros).

A classificação do tipo de movimento que as instabilidades temporais em curvas apresentam foi feita por Finlay et al. (1988). Para valores de Re acima do valor de $Re_{crítico}$ (valor de Re correspondente ao aparecimento dos vórtices adicionais), em escoamento através de curva com secção rectangular, verificaram o desenvolvimento de dois tipos de movimentos dos vórtices adicionais: vórtices com movimento de ondulação (*undulating*) e com movimento de torção (*twisting*). Para elevada razão de aspecto (A), os vórtices desenvolvem primeiro movimentos de ondulação quando $Re > 1.776Re_{crítico}$, e para Re mais elevado ($Re > 2.186Re_{crítico}$) os vórtices apresentam movimento de torção. Posteriormente, Matsson & Alfredsson (1992) apresentaram os valores experimentais de $Dn > 1.3Dn_{crítico}$ e $Dn > 1.96Dn_{crítico}$ para cada um dos movimentos, respectivamente, considerando $d/R = 0.026$; e Ligrani et al. (1992), assumindo $d/R = 0.011$, apresentaram os valores experimentais de $1.1Re_{crítico} < Re < 3.4Re_{crítico}$ e $3.5Re_{crítico} < Re < 5.4Re_{crítico}$, também para cada um dos movimentos, respectivamente. Ligrani & Niver (1988) e Longest (1989) visualizaram experimentalmente estes movimentos, considerando curva de 180° com secção rectangular ($A = 40$). Observaram ainda que o escoamento é constituído por vórtices bem

definidos que apresentam outros movimentos para além dos movimentos de ondulação e torção, até então descritos. Visualizaram oscilação complexas de combinação dos dois modos anteriores e de outros mais difíceis de descrever, assim como o aparecimento e desaparecimento de alguns pares de vórtices. Concluíram que estes movimentos têm um papel importante na transição do escoamento laminar para turbulento. Considerando secção transversal mais reduzida ($A = 2$), Sugiyama et al. (1991) verificaram numericamente que, com o aumento do gradiente de pressão aplicado à entrada, o padrão de escoamento começa a flutuar periodicamente: os dois pares de vórtices estacionários transitam para padrões assimétricos de 1 e 2 pares de vórtices ou para múltiplos pares de vórtices que podem ser simétricos ou assimétricos. Mais tarde, Matsson & Alfredsson (1992) defenderam que os padrões temporais resultam da interacção dos pares de vórtices existentes, onde um par de vórtices emerge e imerge dos vórtices vizinhos, e estes dos anteriores. Esta conclusão é verificada experimentalmente por Ligrani et al. (1994) que descrevem novos fenómenos transientes: 2 eventos de divisão (vórtices emergem do escoamento junto da parede côncava; e divisão resultante do desenvolvimento abrupto de dois pares de vórtices a partir de um único par), e 4 eventos de fusão (aglutinação de um par de vórtices mais pequeno por um par de vórtices maior de forma que os vórtices com o mesmo sinal de vorticidade se fundem; cancelamento dos vórtices adjacentes com sinais opostos de vorticidade em dois pares adjacentes; varrimento do par de vórtices para dentro do par vizinho; e colapso do par de vórtices no escoamento junto da parede côncava).

As alterações do escoamento secundário não-estacionário variam também com a posição na curva e na secção transversal (Arnal et al. (1992), Mees et al. (1996b, 1996c), Belaidi et al. (1992)). Num trabalho numérico e experimental, Arnal et al. (1992) mostraram que as instabilidades temporais surgem, em particular, nos últimos 60° de uma curva com 180° e concentram-se junto à parede exterior da curva: ao longo dos primeiros 90° , a velocidade mantém-se estacionária; entre os 90° e os 135° , desenvolvem-se flutuações na velocidade axial na região da parede exterior da curva que persistem até ao final da curva, enquanto na região da parede interior da curva estas flutuações não são observadas. Ademais, a amplitude destas flutuações depende da distância à parede exterior da curva: nas posições mais junto à parede exterior da curva as oscilações são amortecidas pelas forças viscosas da região que são mais fortes, e numa posição mais afastada o efeito estabilizador das forças viscosas diminui e a amplitude das flutuações aumenta. Em canais de secção quadrada (Mees et al. (1996b, 1996c)) as oscilações do escoamento secundário ocorrem no par de vórtices adicional junto à parede exterior da curva e o par de vórtices principal permanece estacionário, mas o ponto de estagnação entre os dois pares de vórtices não se altera. As oscilações do padrão de escoamento são tão mais frequentes quanto maior Dn e quanto menor R/d (Mees et al. (1996b)).

Porém, em curva de 90° a situação é diferente. Belaidi et al. (1992) investigaram experimentalmente o problema e verificaram que o aumento de Dn produz instabilidades

transientes também ao longo da parede interior da curva. A posição angular onde estas instabilidades ocorrem depende de Re , enquanto a frequência das instabilidades depende de d/R .

Em escoamento completamente desenvolvidos através de canais curvos, tem surgido grande interesse em procurar perceber a relação entre a estrutura de bifurcação e a estabilidade do escoamento, com o aparecimento de soluções transientes. Yanase & Nishiyama (1988) e Yanase et al. (1989) foram os primeiros a apresentar resultados sobre o desenvolvimento do padrão de escoamento ao longo do tempo das soluções instáveis do diagrama de bifurcação de curva com secção rectangular e circular, respectivamente. Bolinder & Sundén (1995) verificaram que as soluções oscilam no tempo entre as soluções simétricas de 2 e 4 vórtices considerando um valor de Dn para o qual se verifica uma solução estacionária instável. Acrescentaram ainda que, durante a oscilação, a solução de 2 vórtices dura mais tempo, sugerindo que é a solução mais estável. Além disso, considerando a torção da geometria helicoidal, verificaram que o padrão de escoamento oscila entre padrões assimétricos de 2 e 4 vórtices. Em Yanase et al. (2002), fizeram cálculos de evolução no tempo das soluções não-estacionárias com e sem condições de simetria, e verificaram que surgem oscilações periódicas quando considerada condição de simetria, enquanto sem condição de simetria a variação no tempo é aperiódica. Wang & Yang (2004, 2005) verificaram que à medida que Dn aumenta, o escoamento completamente desenvolvido tem uma evolução temporal complexa. Varia desde um estado estacionário com 2 vórtices, para Dn reduzido, até um estado de oscilações periódicas, um estado estável estacionário de 2 vórtices diferente do anterior, oscilações intermitentes e oscilações caóticas, com o aumento de Dn . Recentemente, numa série de estudos sobre escoamento variável completamente desenvolvido em canal curvo de secção rectangular, Mondal e co-autores (Mondal et al. (2007a, 2007c, 2007d, 2008, 2009a, 2009b, 2009c, 2010, 2011, 2013b, 2013, 2013c), Mondal & Islam (2013) e Islam & Mondal (2013)), Yanase et al. (2005a, 2005b) e Rahman & Hye (2013) apresentaram detalhadamente a relação entre as soluções dependentes do tempo e o diagrama de bifurcação das soluções, fazendo variar a geometria (curvatura e secção transversal), temperatura, rotação e inércia. Nesses trabalhos, chegaram à conclusão que apenas existe um ramo do diagrama de bifurcação linearmente estável num intervalo de Dn , enquanto os restantes são linearmente instáveis. Verificaram as alterações no padrão de escoamento e a sua evolução ao longo do tempo, e observaram que nas soluções dependentes do tempo, de um modo geral, o escoamento passa de estacionário a periódico (de oscilações bem definidas), a multi-periódico até atingir um estado caótico, à medida que Dn aumenta. A variação dos restantes parâmetros dá origem a variações temporais do padrão de escoamento menos lineares que no caso da variação de Dn . No entanto é unânime que a transferência de calor e a mistura é maior quando o escoamento tende para uma variação caótica.

12.1. Descrição do problema

A análise da evolução do escoamento através de curva ao longo do tempo terá duas abordagens diferentes neste capítulo. Inicialmente será avaliada a evolução, ao longo do tempo, do escoamento que atinge o estado estacionário. Neste caso, é considerando o modelo newtoniano com $Re \leq 2332$, para as condições assumidas no Capítulo 5. Em seguida, será analisado o escoamento cujo desenvolvimento é dependente do tempo e não atinge estado estacionário, considerando fluido viscoelástico.

Em ambas as abordagens, a geometria admitida é representada genericamente na Figura 4.7, cuja razão de curvatura é $R_c = R/d = 15.1$ e a secção transversal é quadrada ($A = 1$). As características da malha computacional são as mesmas apresentadas anteriormente na Tabela 7.1 e Tabela 7.2. As condições iniciais e de fronteira são idênticas às descritas no Capítulo 3, tais como perfil de escoamento completamente desenvolvido à entrada, condição de não-eskorregamento nas paredes do canal e velocidade e tensões interiores nulos à entrada.

Para que o escoamento newtoniano se torne dependente do tempo (no sentido de regime variável), é necessário um valor de inércia consideravelmente elevado (tal como discutido no Capítulo 4). Porém, para a geometria e malha computacional consideradas neste trabalho, os resultados numéricos deixam de convergir iterativamente para valores de inércia $Re \gg 2332$, antes que se obtenha escoamento dependente do tempo. Mees et al. (1996) verificaram que, para $Re = 1760$, o escoamento de fluido newtoniano passa a depender do tempo quando o comprimento angular da curva é $\theta > 270^\circ$. Porém, em curvas de comprimento angular máximo $\theta = 180^\circ$ o escoamento é estacionário mesmo para $Re = 2332$. Contudo, nos casos viscoelásticos, dependendo das condições de escoamento assumidas, o escoamento torna-se dependente do tempo mesmo para $Re \leq 2332$. Assim, o escoamento não-estacionário é avaliado considerando apenas fluido não-newtoniano com inércia constante e igual a $Re = 2332$, assumindo diferentes valores de elasticidade e parâmetros do modelo viscoelástico FENE-CR variáveis.

Na abordagem do escoamento não-estacionário, o desenvolvimento do escoamento ao longo do tempo será parcialmente caracterizado por gráficos *amplitude vs. frequência*. Os gráficos *amplitude vs. frequência* são aqui obtidos por aplicação da Transformada de Fourier (FFT - Fast Fourier Transform), na região após a fase inicial de desenvolvimento temporal do escoamento, isto é, para $t \geq 100$. Para garantir uma elevada quantidade de pontos e, conseqüentemente, maior precisão neste cálculo, as simulações são realizadas até $t = 500$ considerando um passo no tempo $\Delta t = 0.01$. Recorda-se que o tempo está adimensionalizado com d/U e os cálculos são feitos com iterações em cada Δt .

Neste capítulo, será considerado, em geral, um ponto de monitorização fixo caracterizado pela posição axial $\theta = 150^\circ$ e posição transversal $(1 - Y, Z) = (0.87, 0.57)$, isto é, perto do final da curva e do plano central, junto da parede exterior. Quando em contrário, será devidamente referido.

12.2. Resultados - Escoamento estacionário ao longo do tempo

Para caracterizar o escoamento estacionário ao longo do tempo, consideram-se os mesmos valores de Re admitidos no Capítulo 5. Assim, o escoamento newtoniano com $Re = 486$ atinge naturalmente um estado estacionário (regime permanente), tal como analisado anteriormente no Capítulo 5. A evolução das componentes da velocidade ao longo do tempo, ilustrada na Figura 12.1 em diferentes posições angulares, confirma este resultado.

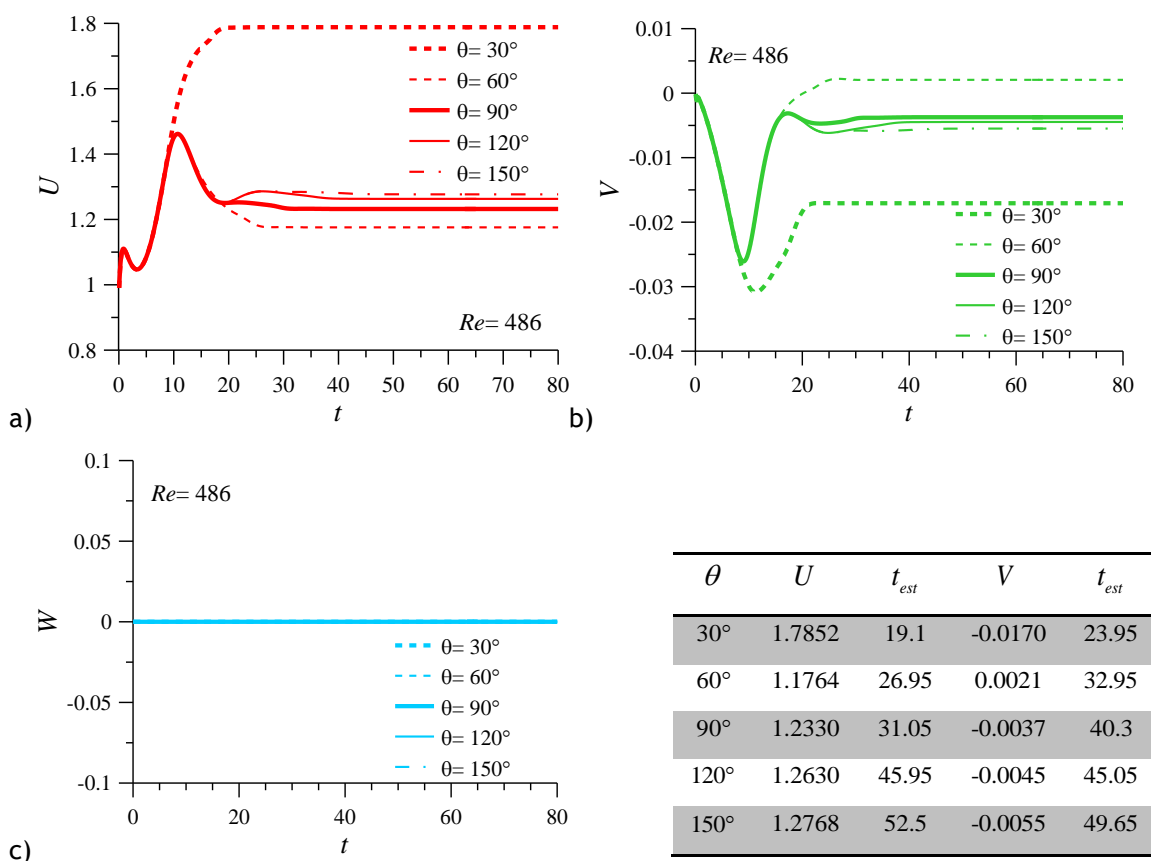


Figura 12.1- Evolução de: a) U , b) V , c) W ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ em diferentes posições angulares. Fluido newtoniano com $Re = 486$. Na tabela, t_{est} corresponde ao valor do tempo a partir do qual o escoamento atinge o estado estacionário (com tolerância $< 5\%$).

A evolução local do escoamento ao longo do tempo (no ponto de coordenadas $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$) na Figura 12.1, mostra que o valor de t a partir do qual o escoamento atinge o estado estacionário depende da posição angular, sendo este valor t_{est} (definido quando a variável está a $< 5\%$ do valor em regime estacionário) tanto maior quanto mais a jusante a posição angular (tabela, Figura 12.1). No início da contagem de t , o desenvolvimento do escoamento axial (dado por U) e do escoamento transversal (dado, por

exemplo, pela componente V) ocorre em simultâneo e não depende de θ quando $t < 10$. O escoamento começa por desenvolver um pico cuja magnitude não depende da posição angular, para $\theta > 30^\circ$ (Figura 12.1). Quando o escoamento atinge o estado completamente desenvolvido a magnitude de U e V passa a depender da posição angular: U e V atingem valor máximo para $\theta = 30^\circ$ e diminuem para valor mínimo aos $\theta = 60^\circ$, mas aumenta ligeiramente nas posições a jusante. A componente V desenvolve-se no sentido negativo, indicando que o escoamento transversal local circula no sentido da parede exterior da curva (Figura 12.1-b). Além disso, a Figura 12.1-c mostra que a componente W é nula e não varia quer no tempo quer na posição angular. Este resultado indica que o padrão de escoamento transversal é simétrico em relação ao plano central ($Z = 0.50$), e o vector velocidade transversal é dominado localmente pela componente V .

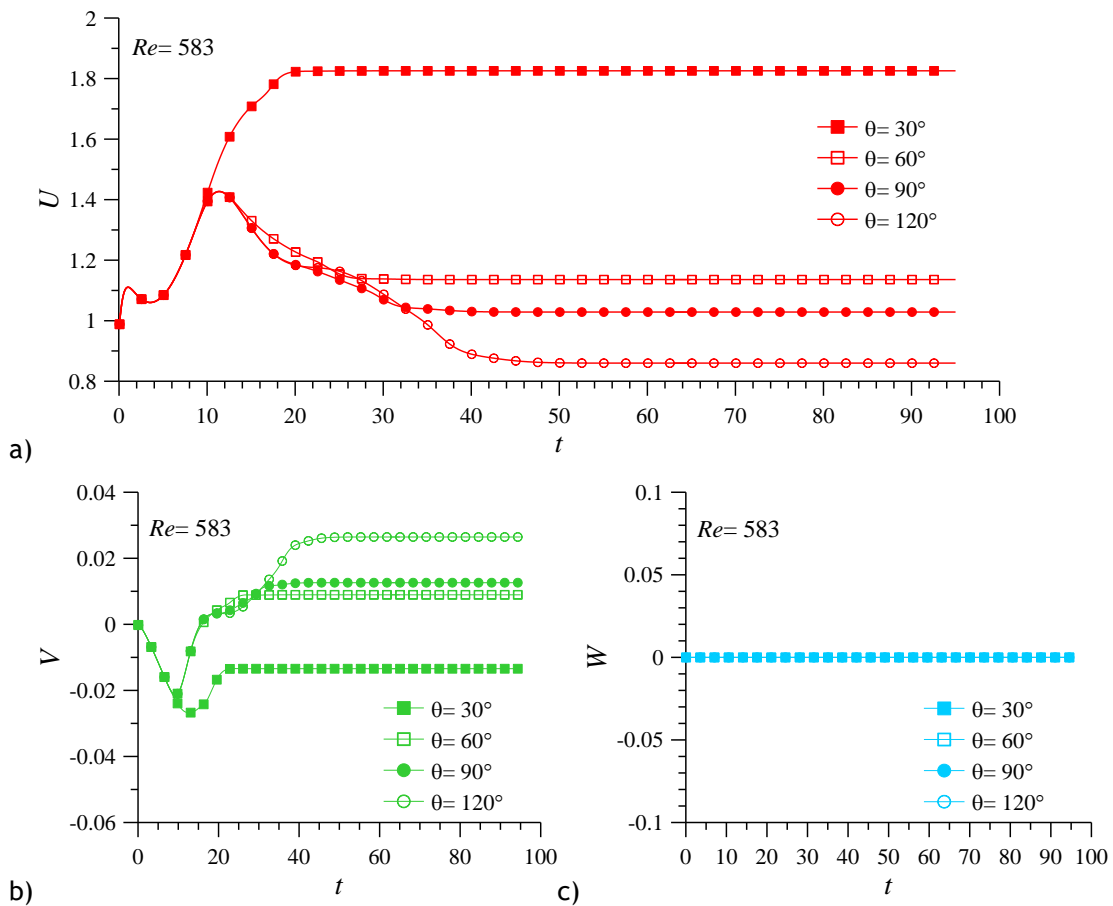


Figura 12.2- Evolução de: a) U , b) V , c) W ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ e θ variável. Fluido newtoniano com $Re = 583$.

O escoamento newtoniano com $Re = 583$ (também estudado anteriormente) atinge também o estado estacionário, tal como se pode verificar nas Figura 12.2 e Figura 12.3, onde é ilustrada a evolução local das componentes da velocidade do escoamento ao longo do tempo. Também para $Re = 583$, a evolução do escoamento ao longo de t é independente da

posição angular para $t < 10$. O valor de t necessário para que o escoamento atinja o estado estacionário aumenta ligeiramente com o aumento de Re , qualquer que seja a posição angular. Todavia, a linha de evolução do escoamento é semelhante ao escoamento com $Re = 486$ (Figura 12.1 e Figura 12.2), excepto para $\theta \geq 60^\circ$, em que a magnitude de V aumenta no sentido positivo. O valor de t para o qual ocorre a mudança de sinal de V é independente da posição angular e ocorre para $t \approx 15.4$ (Figura 12.2 e Figura 12.3). Este aumento de V deve-se ao desenvolvimento local do segundo par de vórtices, sendo a sua magnitude tanto maior quanto mais a jusante a posição angular, e o valor máximo é igual ao seu valor quando atingido o estado estacionário, independentemente da posição angular. A evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do tempo na posição angular $\theta = 150^\circ$ é ilustrada na Figura 12.3. Nesta posição angular, o segundo par de vórtices surge para $t \approx 15.45$, o seu tamanho aumenta ao longo do tempo até que alcança o seu tamanho máximo, e se torna estacionário a partir de $t \approx 61.1$ (Figura 12.3).

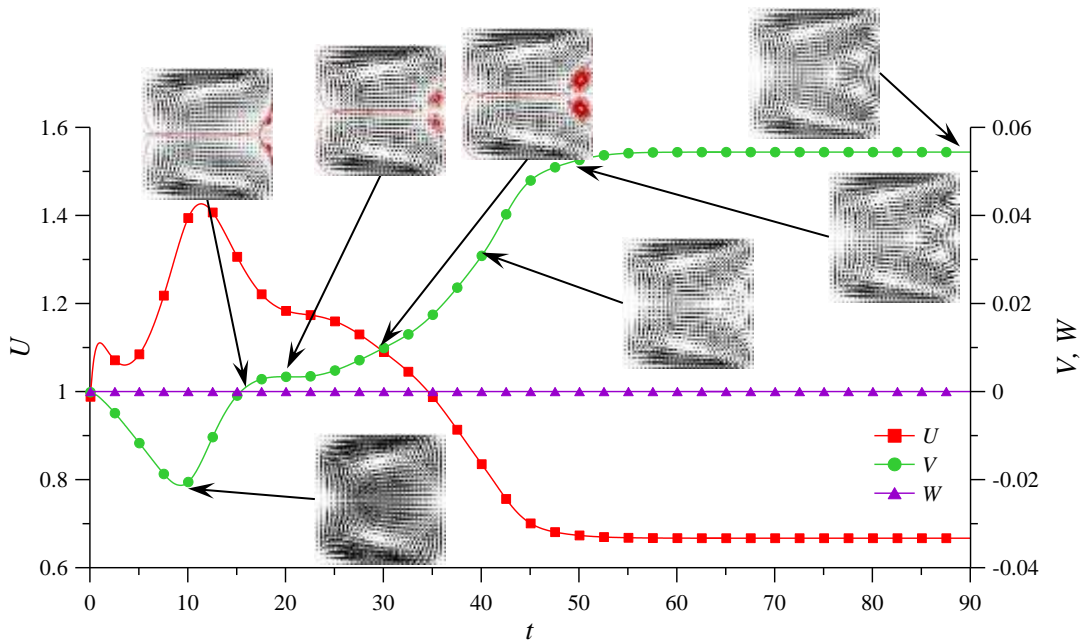


Figura 12.3- Evolução das componentes da velocidade (U , V e W) ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$. Fluido newtoniano com $Re = 583$ na posição angular $\theta = 150^\circ$.

A Figura 12.4 e a Figura 12.5 mostram o mesmo tipo de resultados para números de Reynolds mais elevados, desta vez para escoamento newtoniano com $Re = 1760$ e $Re = 2332$, respectivamente. Verifica-se que em ambos os casos o estado estacionário é também atingido, apesar de apresentar oscilações esporádicas durante o processo. O aumento da inércia resulta em primeiro lugar num aumento do valor de t necessário para que o escoamento atinja o estado estacionário. Porém, qualquer que seja o valor de $Re \leq 2332$, o desenvolvimento inicial do escoamento ($t < 10$) é independente da posição angular (um

regime transiente inicial rápido). Antes do escoamento atingir o estado estacionário, as componentes da velocidade desenvolvem várias oscilações, que aumentam com o aumento da inércia em todas as posições angulares, excepto para $\theta = 30^\circ$ no caso da componente axial (Figura 12.4 e a Figura 12.5). As oscilações locais das componentes da velocidade são o resultado da variação do padrão de escoamento secundário ao longo do tempo. A variação do padrão de escoamento ao longo do tempo para fluido newtoniano com $Re = 2332$, na posição angular $\theta = 150^\circ$, é ilustrada na Figura 12.6, juntamente com a variação das componentes da velocidade correspondentes.

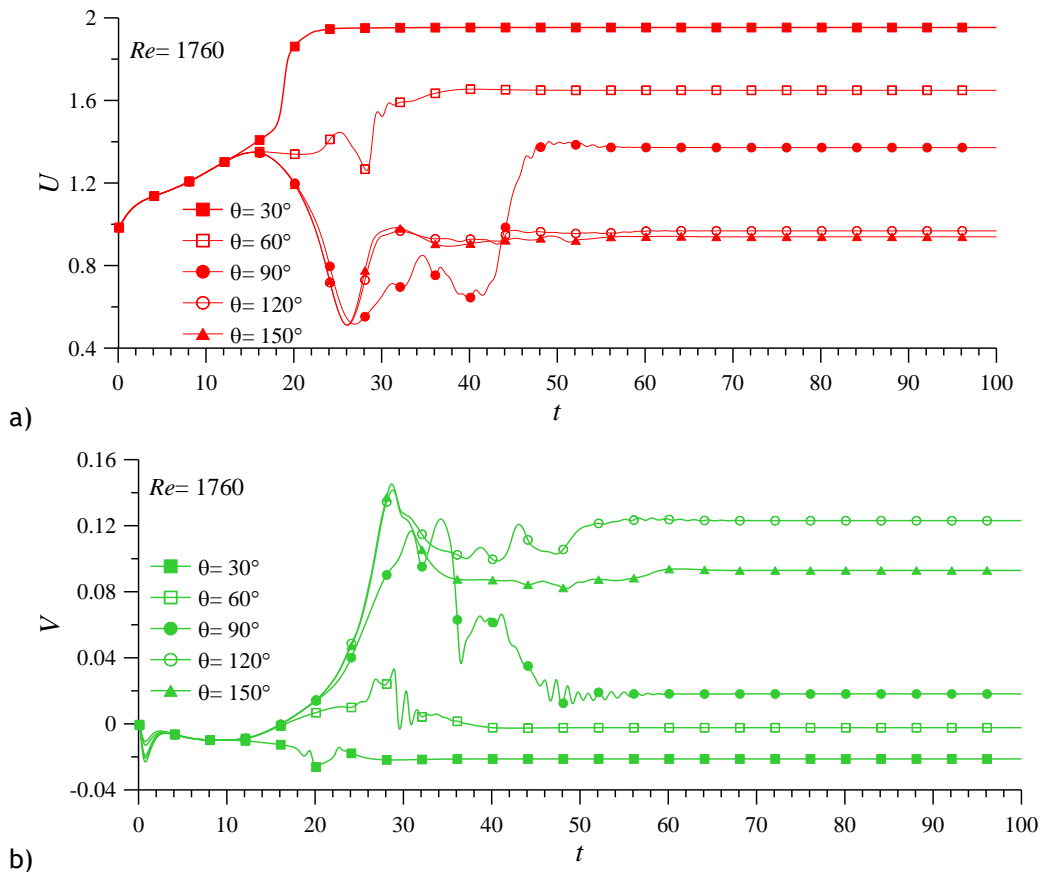


Figura 12.4- Evolução de: a) U , b) V ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.57)$ e θ variável. Fluido newtoniano com $Re = 1760$.

Ao contrário do que acontece para $Re \leq 1760$, em que o escoamento desenvolve o par adicional de vórtices para $t \approx 15.45$ na posição angular $\theta = 150^\circ$, no caso $Re = 2332$ o escoamento passa por diferentes padrões antes de desenvolver o padrão característico de 2 pares de vórtices do escoamento estacionário (Figura 12.6). A Figura 12.6 mostra que, para $Re = 2332$, o padrão de escoamento newtoniano oscila entre padrões de 1 a 3 pares de vórtices. Assim, a escoamento transversal desenvolve primeiro um padrão com um par de vórtices principal. Posteriormente surge um par adicional de vórtices junto da parede exterior. Porém, este par adicional de vórtices é reduzido e ligeiramente deslocado no

sentido das paredes laterais, devido à elevada força centrífuga que aumenta a intensidade do escoamento no sentido da parede exterior da curva ao longo do plano central. Nestas condições, a presença de um par adicional de vórtices junto à parede exterior com sentido de rotação oposto, obriga o escoamento local, mais afastado das paredes laterais da secção transversal, a mudar de direcção. Como resultado, surge um novo par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva, e os dois pares adicionais aumentam em tamanho. Para $t \approx 40$, a intensidade do escoamento transversal local aumenta no sentido positivo e a velocidade axial local diminui. Como consequência, o segundo par adicional de vórtices enfraquece e desaparece, e o primeiro par adicional de vórtices aumenta e passa a dominar a circulação do escoamento transversal junto da parede exterior da curva. Quando o escoamento transversal adquire este padrão característico, rapidamente o escoamento alcança o estado estacionário (Figura 12.6).

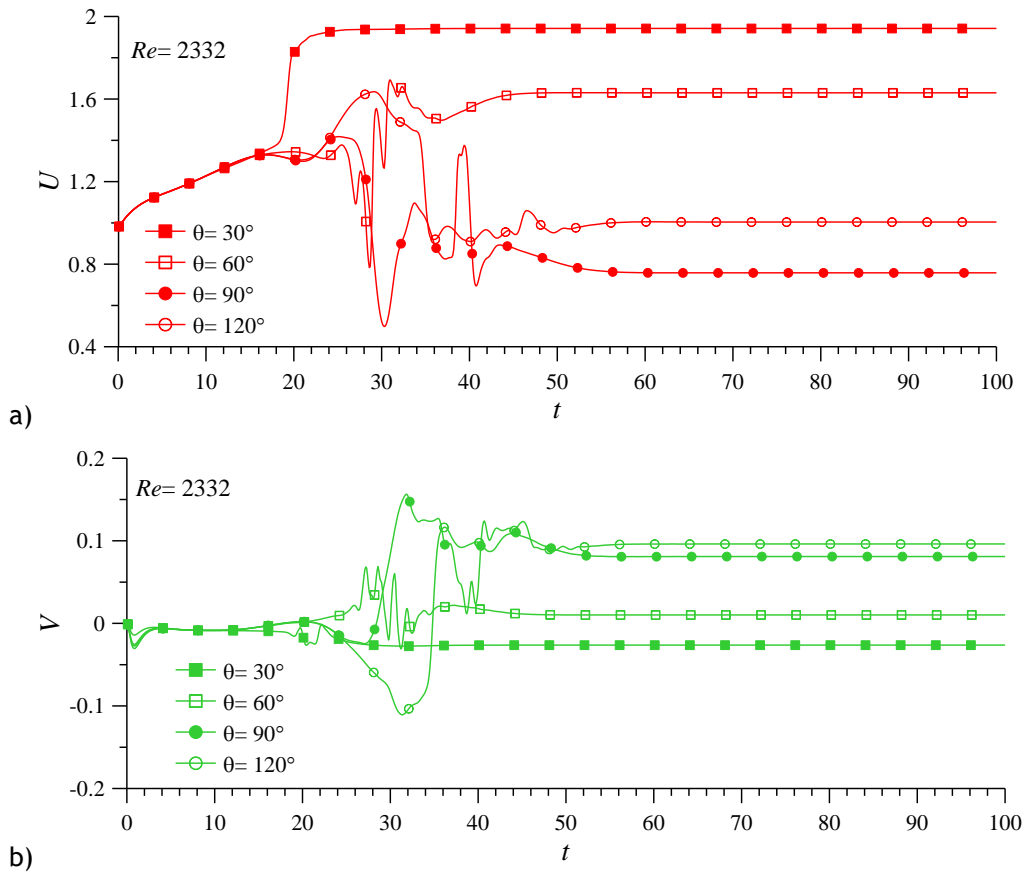


Figura 12.5- Evolução de: a) U , b) V ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.57)$ e θ variável. Fluido newtoniano com $Re = 2332$.

Comparando a evolução do escoamento de fluido newtoniano (Figura 12.6), com a de fluido viscoelástico FENE-CR, com $Re = 2332$, $Wi = 0.10$, $\beta = 0.10$ e $L^2 = 100$ (Figura 12.7), ao longo do tempo na mesma posição angular, o padrão do escoamento secundário é semelhante nos dois casos quando atingido o estado estacionário, mas observam-se algumas

diferenças na evolução deste. No caso viscoelástico (Figura 12.7), onde é considerada elasticidade reduzida ($Wi = 0.10$) mas elevada concentração de polímero ($\beta = 0.10$), o escoamento apresenta maior número de oscilações na evolução das componentes da velocidade durante o desenvolvimento do escoamento, antes deste atingir o estado estacionário. Apesar das diferenças, o tempo necessário para atingir o estado estacionário é apenas ligeiramente superior no caso viscoelástico comparativamente ao caso newtoniano, $t \approx 89.5$ e $t \approx 80.3$, respectivamente. Além disso, em ambos os casos, o padrão de escoamento oscila de forma semelhante entre 1 e 3 pares de vórtices, e quando o escoamento atinge o estado estacionário o padrão é constituído por apenas dois pares de vórtices. Embora o padrão seja similar, a magnitude local das componentes da velocidade é diferente nos dois casos em regime estacionário: no caso newtoniano $(U, V, W) = (0.9687, 0.0850, -0.0213)$ (Figura 12.6) e no caso viscoelástico $(U, V, W) = (1.4227, 0.0190, -0.0312)$ (Figura 12.7).

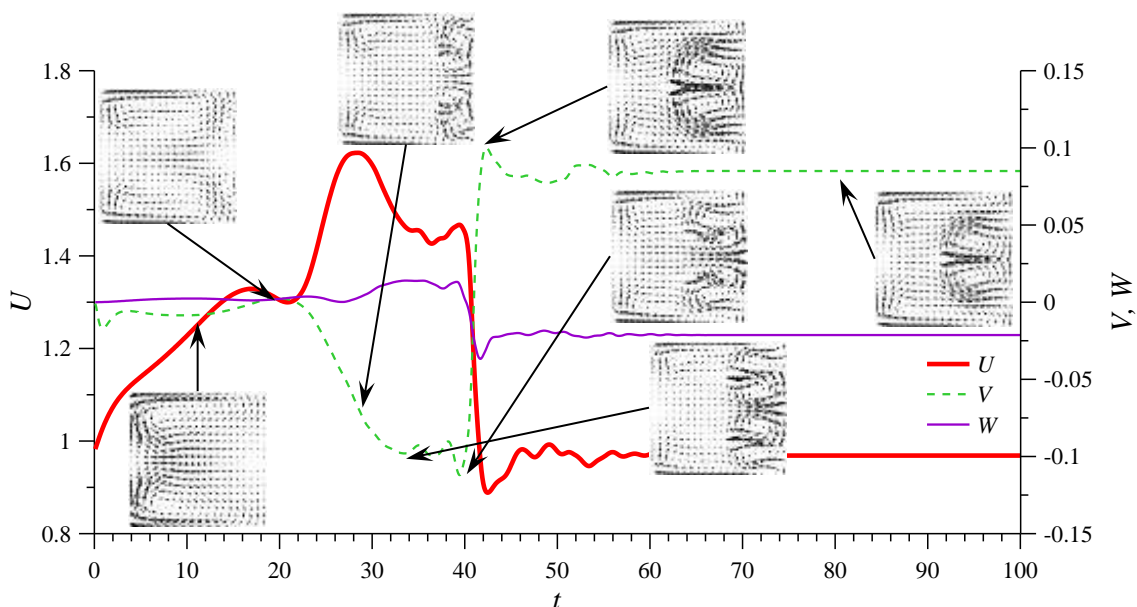


Figura 12.6- Evolução das componentes da velocidade (U , V e W) ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.57)$ da posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 2332$.

12.3. Resultados - Transição para escoamento não estacionário

O escoamento newtoniano é consideravelmente mais estável quando circula em canais curvos comparativamente a canais rectos. Além disso, enquanto o escoamento através de canais rectos sofre uma transição brusca de escoamento laminar para escoamento turbulento, no escoamento através de curvas a mudança é progressiva e desenvolve uma região de

transição, onde o escoamento é não-estacionário, mas não-turbulento. Para que o escoamento newtoniano desenvolva este tipo de escoamento de transição é necessário um valor de inércia elevado. Porém, para as condições de simulação consideradas, o escoamento newtoniano com inércia $Re \gg 2332$ desenvolve instabilidades numéricas e a solução não converge. Já no caso viscoelástico, o escoamento não-estacionário de transição é facilmente obtido com a variação dos parâmetros viscoelásticos assumindo valor de inércia mais reduzido. Desta forma, o escoamento viscoelástico na região de transição é avaliado admitindo inércia constante e igual a $Re = 2332$.

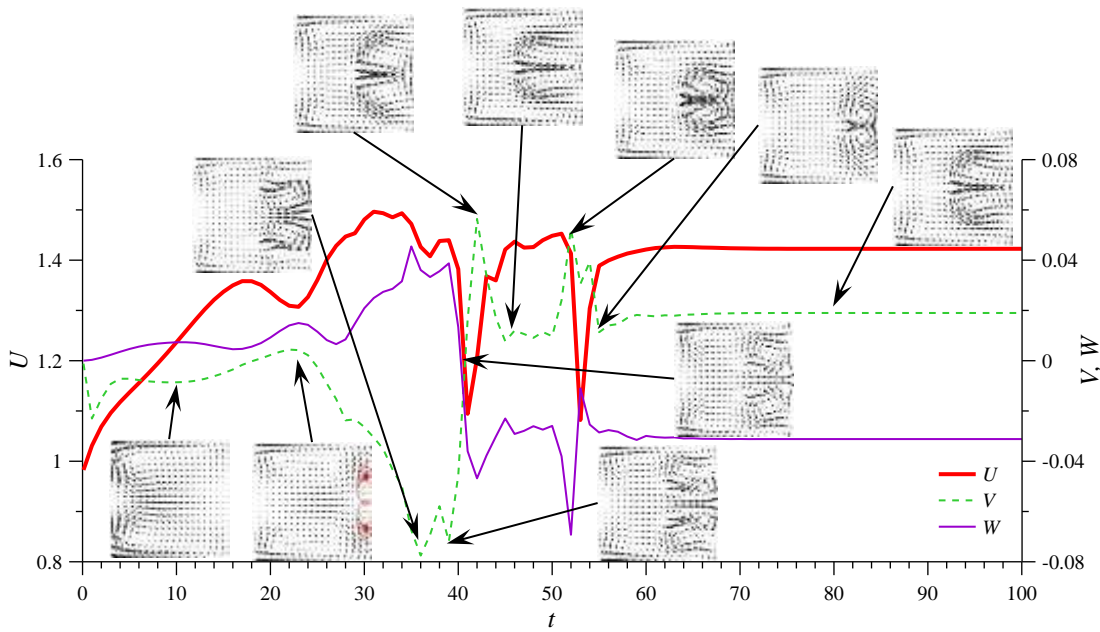


Figura 12.7- Evolução das componentes da velocidade (U , V e W) ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.57)$ da posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 0.10$, $\beta = 0.10$ e $L^2 = 100$.

A Figura 12.7 revela que para o modelo FENE-CR com $Re = 2332$, assumindo elasticidade ($Wi = 0.10$) e parâmetro de retardamento (ou elevada concentração de polímero, $\beta = 0.10$) reduzidos, o escoamento atinge o estado estacionário. Porém, aumentando ligeiramente a elasticidade o escoamento passa, rápida e naturalmente (isto é, sem perturbações exteriores), a depender do tempo. A Figura 12.8 ilustra a evolução das componentes da velocidade, ao longo do tempo, para os casos viscoelásticos FENE-CR com $Re = 2332$, $\beta = 0.10$ e $L^2 = 100$, para valor de elasticidade $Wi = 0.20$ e 0.30 . Comparando a Figura 12.7 e a Figura 12.8-a, verifica-se que o aumento de Wi para $Wi = 0.20$ resulta no desenvolvimento local de oscilações após a região de desenvolvimento inicial do escoamento ($t > 70$). Para $Wi = 0.20$, as oscilações são muito reduzidas e, por isso, são quase

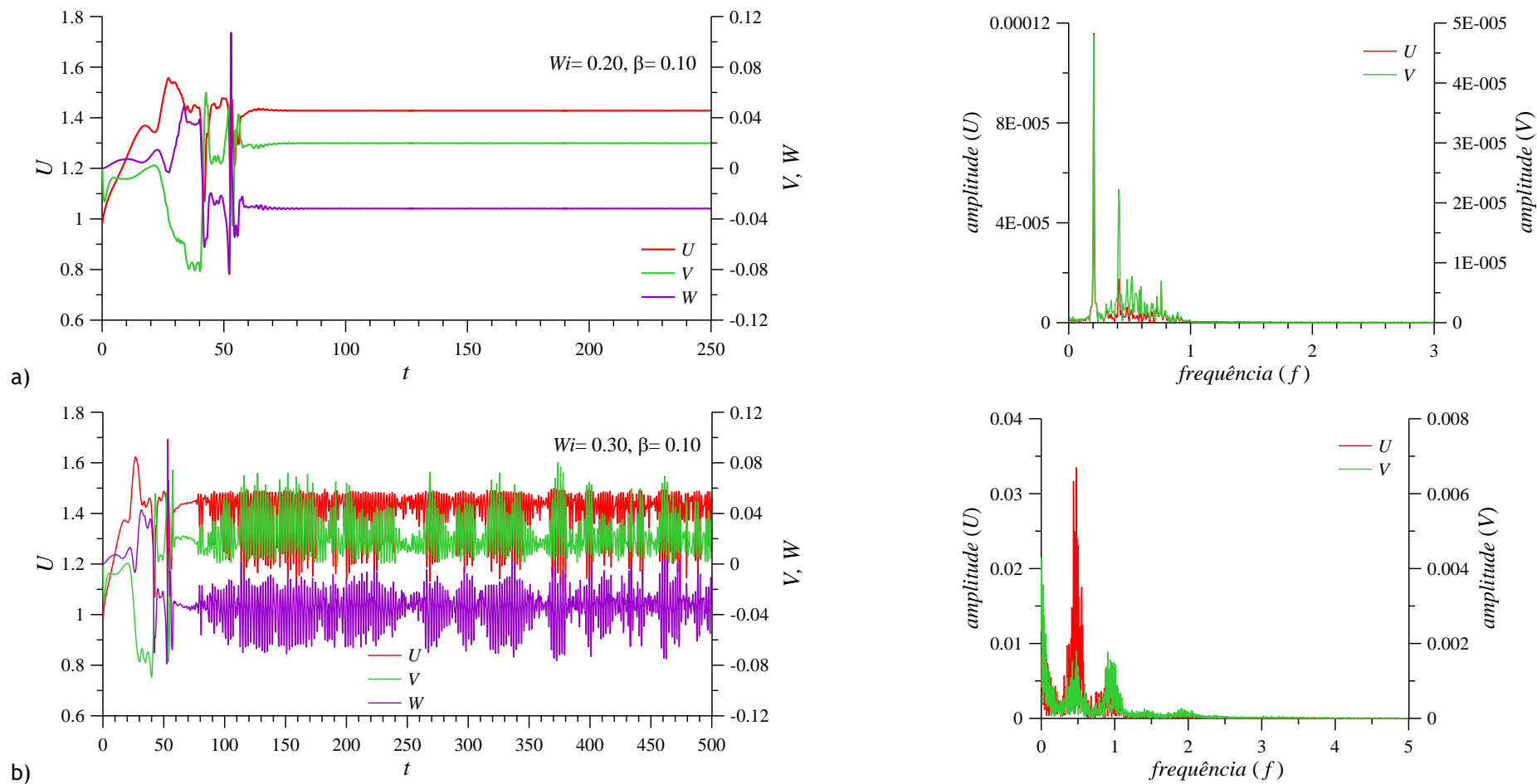


Figura 12.8- Evolução das componentes da velocidade (U , V e W) ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.57)$ da posição angular $\theta = 150^\circ$. Gráfico da amplitude vs. frequência da componente U e V da velocidade. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $\beta = 0.10$ e $L^2 = 100$, para: a) $Wi = 0.20$ e b) $Wi = 0.30$.

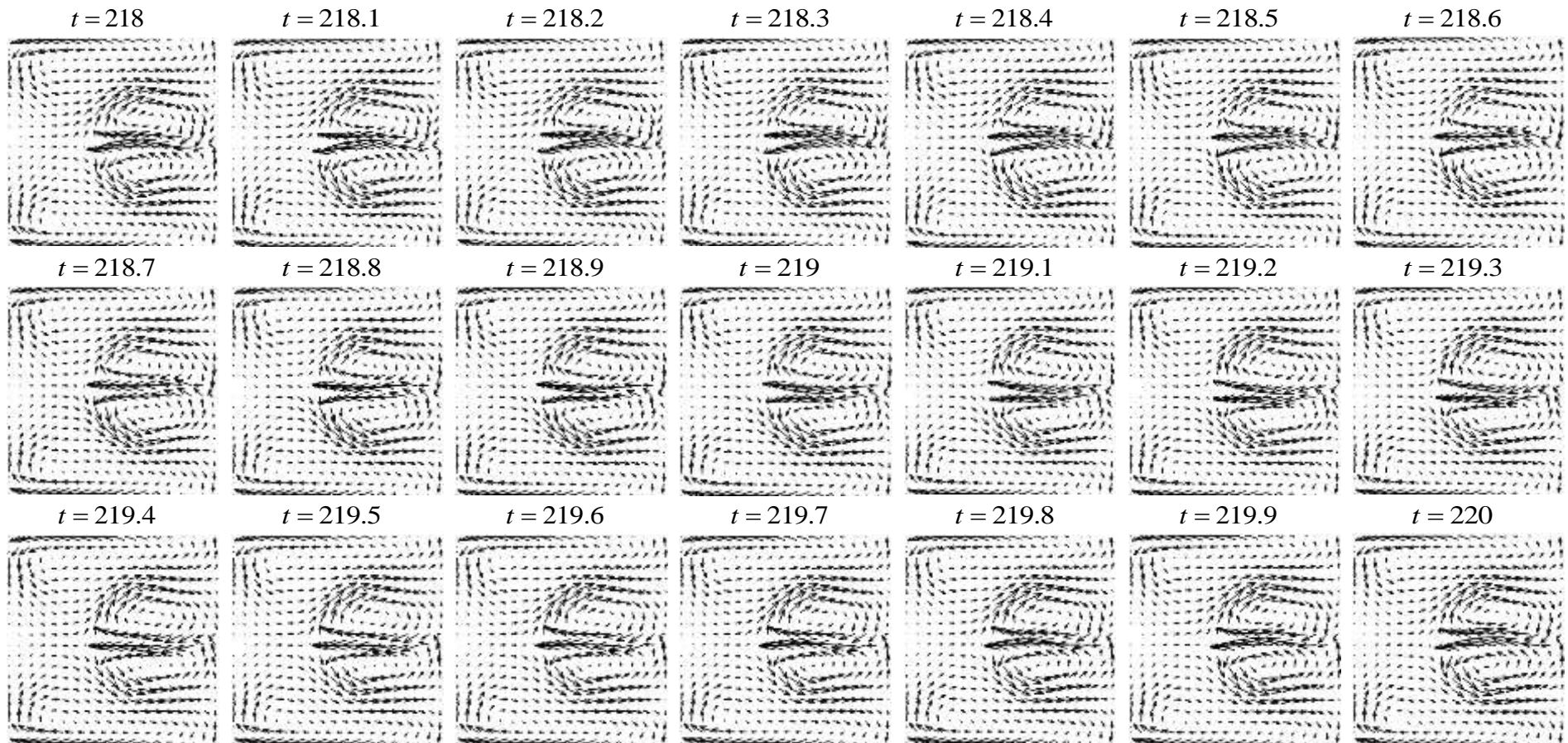


Figura 12.9- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [218, 220]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 0.30$, $\beta = 0.10$ e $L^2 = 100$.

imperceptíveis no gráfico U, V, W vs. t , mas analisando o gráfico *amplitude vs. frequência* correspondente, o seu desenvolvimento é confirmado (Figura 12.8-a).

A amplitude das oscilações apresentam ordem de grandeza de 10^{-4} e 10^{-5} , para a componente axial e transversal da velocidade, respectivamente. A Figura 12.8-a mostra também que os espectros das oscilações destas componentes são constituídos por duas partes: uma parte composta por vários picos definidos de frequência fundamental reduzida e com elevada amplitude (espectro linear); e outra parte composta por uma banda de harmónicos de baixa amplitude para uma elevada gama de frequências (espectro contínuo) (Figura 12.8-a). A primeira parte corresponde a um estado periódico, enquanto a segunda parte a um estado caótico. Isto significa que localmente as oscilações estão compreendidas entre um estado multi-periódico e semi-caótico (Figura 12.8-a). Este tipo de espectro foi obtido também por Mondal et al. (2007a), Mondal et al. (2009c) e Rahman & Hye (2013) para o caso newtoniano, para citar alguns exemplos.

O aumento da elasticidade para $Wi = 0.30$ resulta num aumento significativo das oscilações, evidente no gráfico de distribuição local das componentes da velocidade ao longo do tempo, na Figura 12.8-b. Este resultado é confirmado no gráfico de frequência correspondente onde se verifica que a amplitude das oscilações é 3 ordens de grandeza maior do que para $Wi = 0.20$ (Figura 12.8-a). Para $Wi = 0.30$, apesar de as oscilações apresentarem maior amplitude, a componente transversal V tem sempre sinal positivo, indicando que localmente o escoamento transversal ocorre no sentido do centro da secção transversal (Figura 12.8-b).

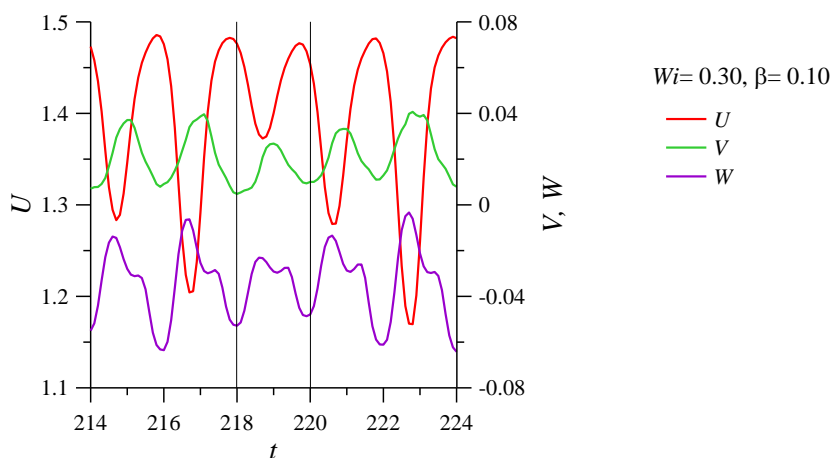


Figura 12.10- Variação das componentes da velocidade para uma oscilação referente à Figura 12.9, pormenor da Figura 12.8-b.

A variação do padrão de escoamento transversal ao longo do tempo correspondente a uma oscilação (representada na Figura 12.10), é ilustrada na Figura 12.9, onde cada imagem foi extraída a cada $\Delta t = 0.1$. A Figura 12.9 mostra que o padrão de escoamento secundário é constituído por dois pares de vórtices, semelhante ao caso estacionário da Figura 12.7. Além

disso, mostra que as oscilações das componentes da velocidade observadas concentram-se junto da parede exterior da curva, na região do par adicional de vórtices (Figura 12.9 e Figura 12.11). Aliás, junto da parede interior da curva não se verificam quaisquer oscilações, tal como se pode confirmar na Figura 12.11, onde é ilustrada a evolução dos perfis da componente axial e transversal da velocidade extraídos do plano central, na posição angular $\theta = 150^\circ$, ao longo do intervalo $t = [218.0, 218.7]$ (na Figura 12.11 as setas indicam a direcção do aumento de t). A Figura 12.9 mostra ainda que os pares adicionais oscilam entre as paredes laterais junto da parede exterior da curva e com maior intensidade na região do plano central. Este escoamento é do tipo *Twisting Dean vortex* denominado pela primeira vez por Finlay et al. (1988). O mesmo tipo de oscilações foi observado também por Mees et al. (1996). No gráfico de *amplitude vs. frequência* correspondente (Figura 12.8-b), observa-se que, com o aumento de Wi , a amplitude das oscilações aumenta consideravelmente, o espectro estende-se para frequências mais elevadas e a parte linear do espectro tende a desvanecer-se resultando num espectro do tipo contínuo, onde os picos bem definidos dão lugar a regiões. Apesar do espectro ser do tipo contínuo, distinguem-se, ainda assim, zonas de elevada amplitude para baixa frequência. A amplitude das oscilações é superior para a componente axial comparativamente à componente transversal, porém, a distribuição do espectro de frequência é semelhante nas duas componentes. Em ambos os casos, o espectro apresenta regiões de elevada amplitude para $f \approx 0$, $f \approx 0.5$ (a que corresponde o período de $T \approx 2$ das Figura 12.9 e Figura 12.10) e $f \approx 1$, que dominam o espectro. Estes resultados reflectem o carácter multi-periódico e semi-caótico local, que, no entanto, não reflectem o estado noutras posições da secção transversal, tal como ilustrado nas Figura 12.9 e Figura 12.11.

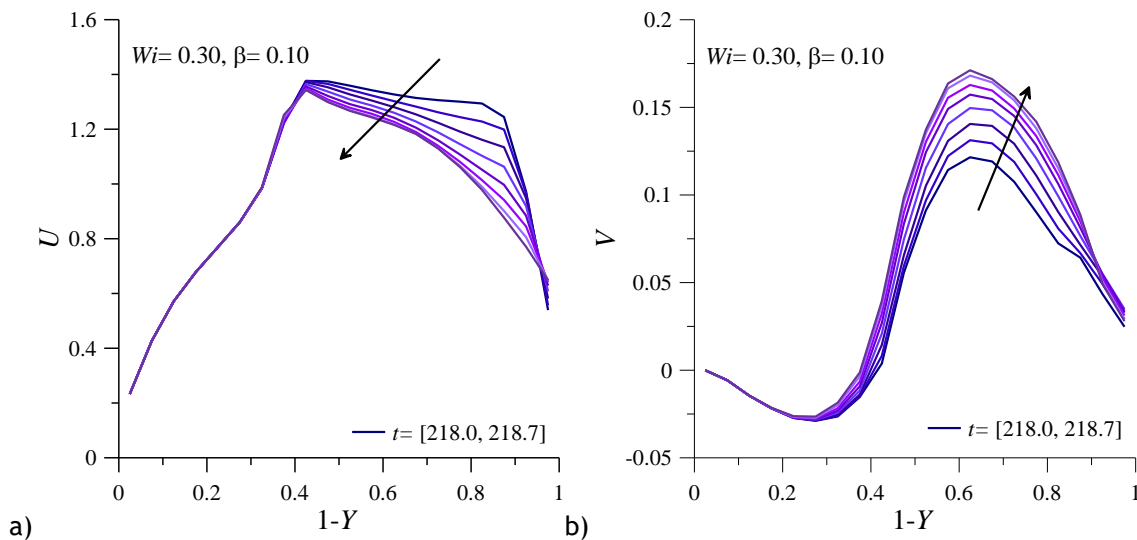


Figura 12.11- Evolução da distribuição de U e de V , no plano $Z = 0.50$ da posição $\theta = 150^\circ$, para o intervalo $t = [218.0, 218.7]$. Fluido FENE-CR, $Re = 2332$, $Wi = 0.30$, $\beta = 0.10$, $L^2 = 100$.

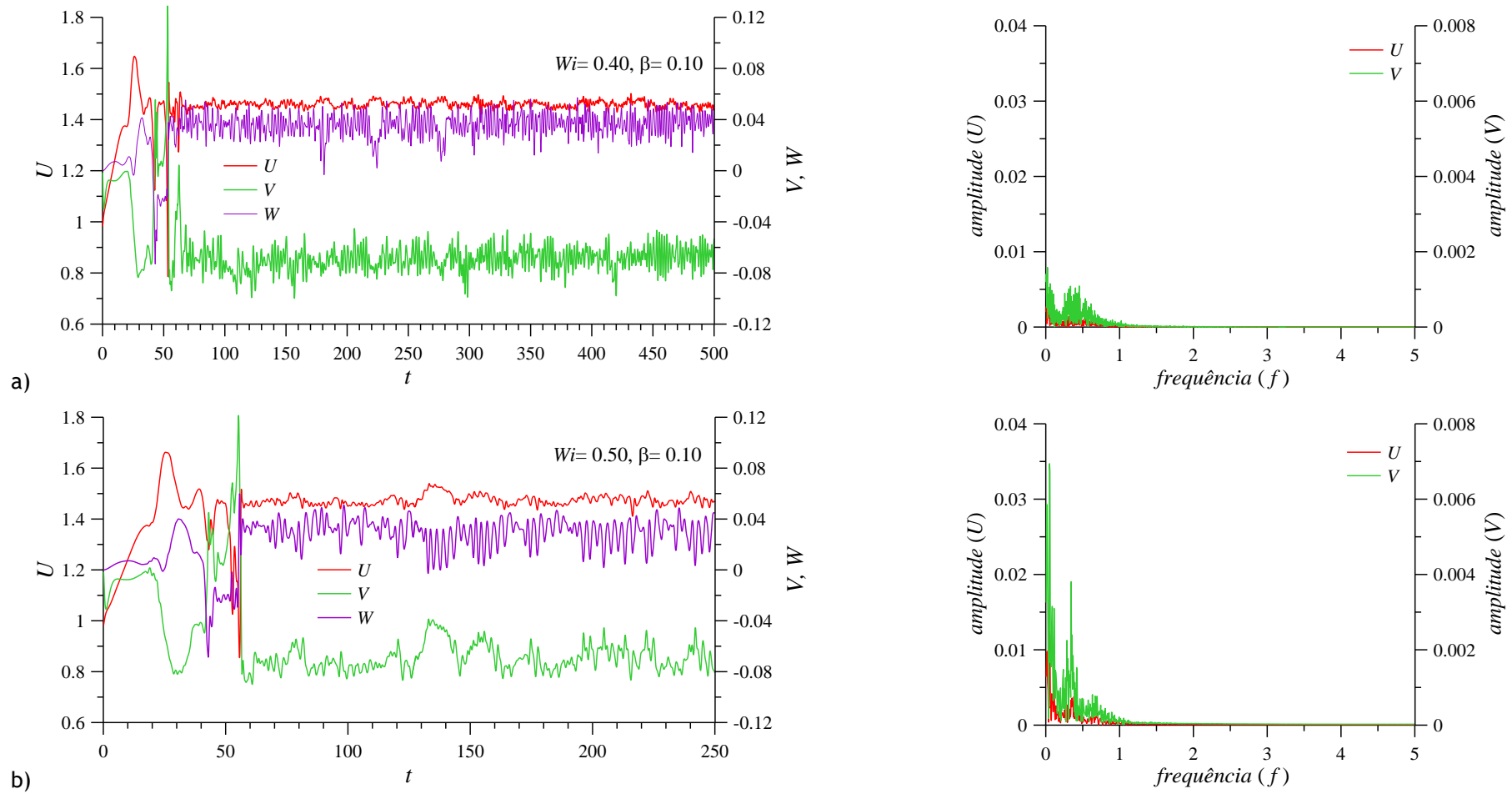


Figura 12.12- Evolução das componentes da velocidade (U , V e W) ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.57)$ da posição angular $\theta = 150^\circ$. Gráfico da amplitude vs. frequência da componente U e V da velocidade. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $\beta = 0.10$ e $L^2 = 100$, para: a) $Wi = 0.40$ e b) $Wi = 0.50$.

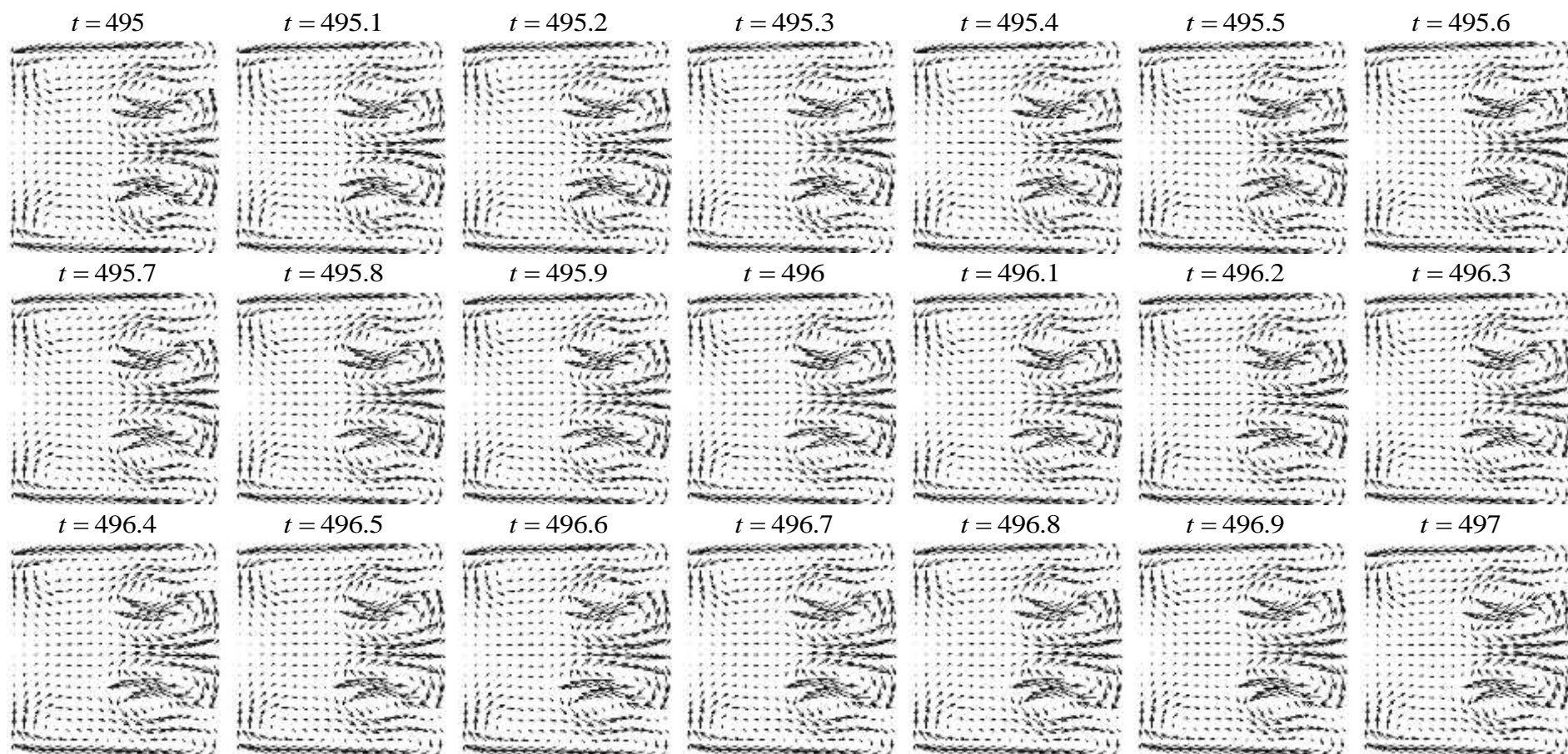


Figura 12.13- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [495, 497]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 0.40$, $\beta = 0.10$ e $L^2 = 100$.

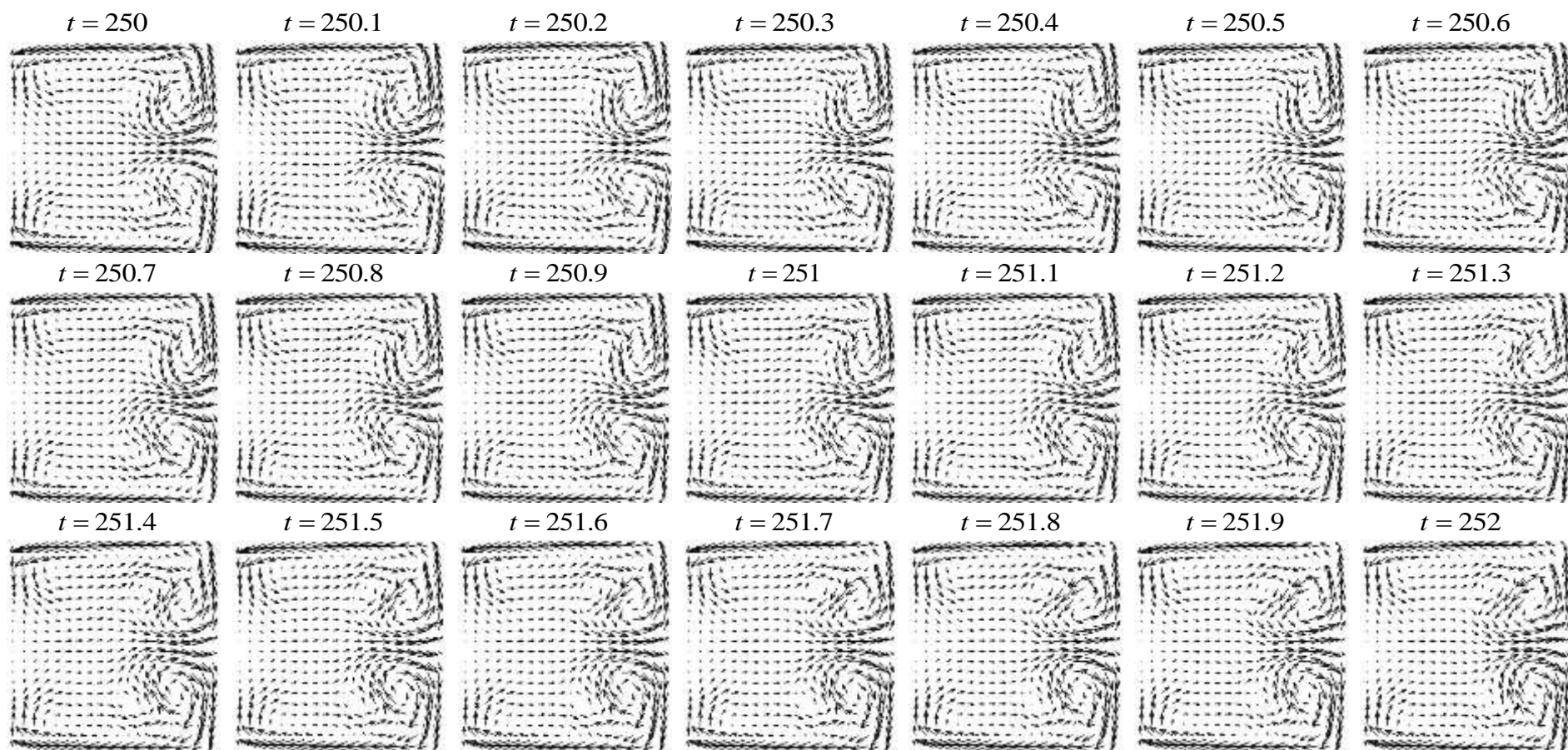


Figura 12.14- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [250, 252]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 0.50$, $\beta = 0.10$ e $L^2 = 100$.

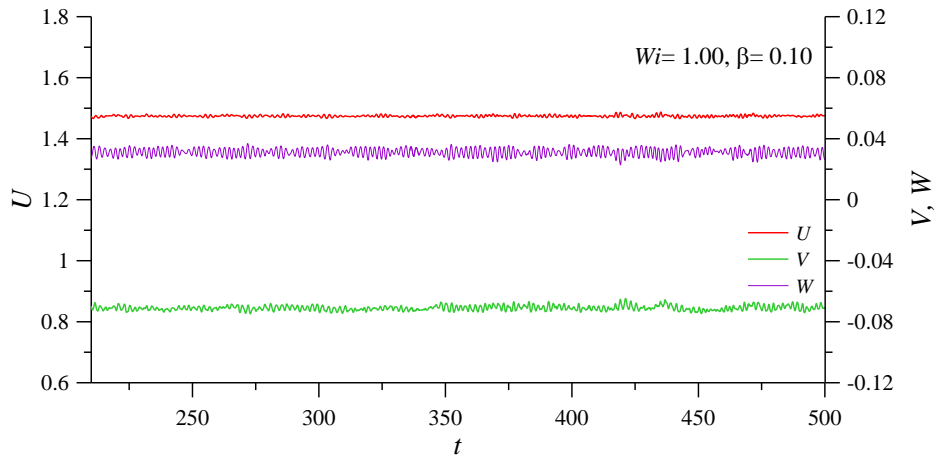


Figura 12.15- Evolução das componentes da velocidade (U , V e W) ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.57)$ da posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 1.00$, $\beta = 0.10$ e $L^2 = 100$.

Para as mesmas condições de escoamento, o seguinte aumento da elasticidade é ilustrado na Figura 12.12 para os valores de elasticidade $Wi = 0.40$ e $Wi = 0.50$. A Figura 12.12-a mostra uma diminuição local da intensidade do escoamento secundário junto da parede exterior da curva, e uma reversão do sentido de circulação local, que passa a decorrer na direcção da parede exterior da curva. Estas alterações sugerem mudanças significativas no padrão do escoamento secundário. Estes resultados são confirmados pela sequência de imagens da Figura 12.13, que ilustra a evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [495, 497]$. Para $Wi = 0.40$, o padrão de escoamento transversal é constituído por três pares de vórtices (Figura 12.13): o par principal de vórtices e dois pares adicionais de vórtices junto da parede exterior da curva. O segundo par adicional de vórtices surge entre os vórtices do primeiro par adicional de vórtices e tem circulação contrária, daí a diminuição da magnitude e a mudança de sinal da componente V registada na Figura 12.12-a. As oscilações concentram-se, mais uma vez, junto da parede exterior da curva, na região dos pares adicionais de vórtices, em particular, na linha que demarca o segundo par de vórtices adicional, pouco perceptível na sucessão de imagens da Figura 12.13. O aumento de Wi para $Wi = 0.40$ resulta, assim, na diminuição considerável da amplitude das oscilações das componentes axial e transversal da velocidade local, e as regiões de elevada amplitude diluem-se no espectro (Figura 12.12-a).

O aumento da elasticidade para $Wi = 0.50$ (Figura 12.12-b e Figura 12.14), por sua vez, resulta na absorção do primeiro par adicional de vórtices, registado na Figura 12.13 para $Wi = 0.40$. O par adicional de vórtices que prevalece tem o mesmo sentido de circulação do par principal de vórtices (Figura 12.14) e, por esse motivo, o sinal da componente transversal V local permanece negativo (Figura 12.12-b). Estas alterações do padrão de escoamento secundário têm como consequência o aumento da amplitude das oscilações do escoamento

axial e transversal local, registado no gráfico de frequência (Figura 12.12-b). Surgem novamente zonas de elevada amplitude para frequências reduzidas ($f < 0.50$), reflectindo uma intensificação do carácter periódico do escoamento local, embora não seja clara a existência de uma frequência preponderante bem definida (tal como acontecia, por exemplo, para $Wi = 0.30$ na Figura 12.8-b). Os picos ocorrem para $f \approx 0.050$ na componente axial, e para $f \approx 0.050$ e $f \approx 0.350$ na componente transversal (Figura 12.12-b). Também para este valor de elasticidade, a magnitude da amplitude das oscilações é maior para a componente axial relativamente à transversal, e a distribuição do espectro é aproximada nos dois casos. A sucessão de imagens da Figura 12.14 revela bem a instabilidade temporal, que resulta na quebra de simetria em torno do plano central $Z = 0.50$.

Aumentando a elasticidade até $Wi = 1.00$ (Figura 12.15 e Figura 12.16), as oscilações locais das componentes da velocidade diminuem consideravelmente em comparação ao caso com $Wi = 0.50$ (Figura 12.12-b). O escoamento transversal é constituído essencialmente por dois pares de vórtices (Figura 12.16), e o sentido de circulação é análogo ao caso anterior na Figura 12.14. Todavia, para $Wi = 1.00$, os vórtices adicionais diminuem consideravelmente em tamanho, são deslocados para junto das paredes laterais e são rodeados pelo escoamento do par principal de vórtices (Figura 12.16). Neste caso, as oscilações locais do escoamento resultam do aparecimento e supressão de um vórtice de dimensão muito reduzida, localizado na metade inferior e superior da secção transversal, que emerge e imerge alternadamente do vórtice adicional (Figura 12.16). Também neste caso as oscilações do escoamento concentram-se na metade da secção transversal da parede exterior da curva (Figura 12.16).

Em suma, nas condições de escoamento consideradas (modelo FENE-CR com $Re = 2332$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.10$), a variação local das componentes da velocidade com a elasticidade não é linear. O aumento da elasticidade resulta na alteração significativa do padrão de escoamento secundário que modifica a variação e distribuição das componentes da velocidade na secção transversal. O padrão de escoamento depende da elasticidade e as oscilações ocorrem essencialmente junto da parede exterior da curva, na região do ou dos pares adicionais de vórtices.

Para escoamento de fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 0.50$ e $L^2 = 100$, o aumento do parâmetro de retardamento de $\beta = 0.10$ (Figura 12.12-b e Figura 12.14) para $\beta = 0.50$ (Figura 12.17 e Figura 12.18) resulta na alteração significativa do padrão de escoamento transversal e, conseqüentemente, na evolução local das componentes da velocidade ao longo do tempo. Para $\beta = 0.50$ (Figura 12.18), o padrão de escoamento transversal é igualmente constituído por dois pares de vórtices, porém, a circulação do par adicional de vórtices é oposta nos dois casos: para $\beta = 0.50$ (Figura 12.18) a circulação ocorre no sentido do centro da secção transversal, característico do escoamento estacionário; enquanto para $\beta = 0.10$ (Figura 12.14) a circulação ocorre no sentido da parede exterior da curva.

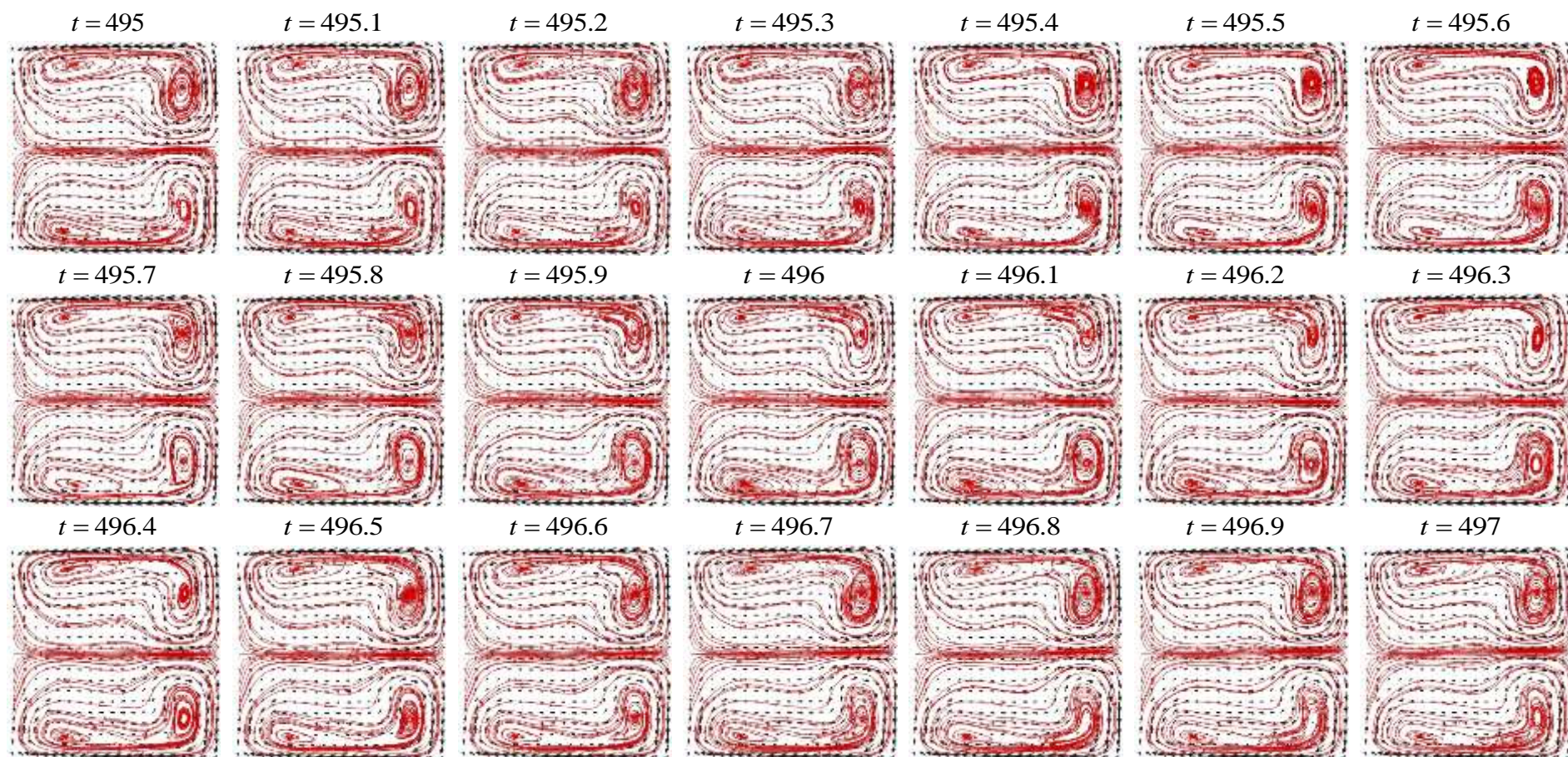


Figura 12.16- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [250, 252]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 1.00$, $\beta = 0.10$ e $L^2 = 100$.

A alteração do padrão de escoamento resulta na mudança de sinal da componente transversal V da velocidade que passa a positivo (Figura 12.17). De uma forma geral, a amplitude das oscilações da componente V diminui ligeiramente, mas a da componente axial aumenta (Figura 12.17-c). Em ambas as componentes, o espectro é do tipo contínuo, mas passa a ser dominado por várias regiões bem definidas de elevada amplitude, indicando um aumento na periodicidade das oscilações locais do escoamento, comparativamente à Figura 12.12-b, com frequência dominante em $f \approx 0.03$, $f \approx 0.51$ e $f \approx 1.00$ (Figura 12.17-c).

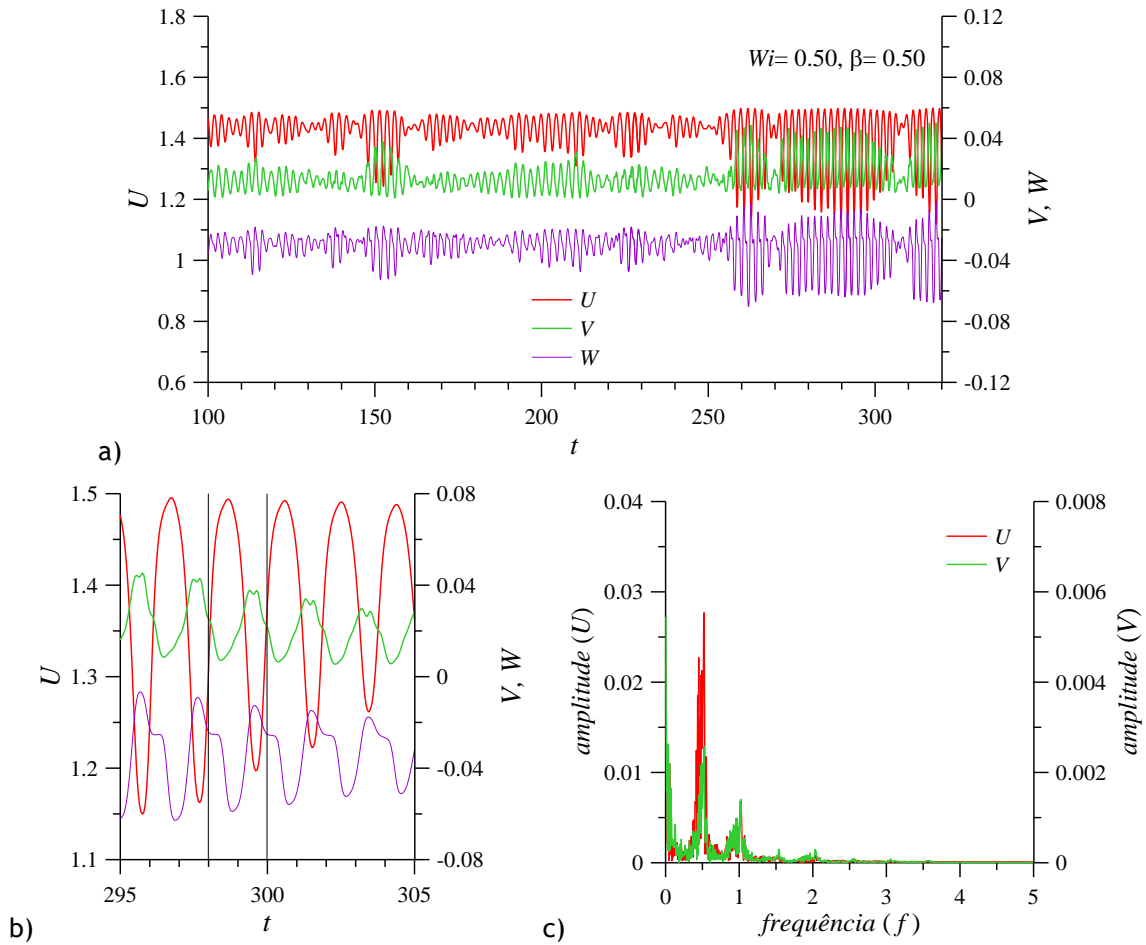


Figura 12.17- Evolução: a) das componentes da velocidade (U , V e W) ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.57)$ da posição angular $\theta = 150^\circ$; b) pormenor do gráfico “a)” para o intervalo $t = [295, 305]$; c) gráfico da amplitude vs. frequência das componentes U e V da velocidade. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 0.50$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$.

Considerando agora o escoamento para modelo FENE-CR com $Re = 2332$, $L^2 = 100$ e $\beta = 0.50$, o posterior aumento da elasticidade para valores $Wi \leq 2.10$ não resulta na alteração do padrão de escoamento secundário, ao contrário do que acontece para o escoamento com $\beta = 0.10$. Assim, para $\beta = 0.50$ com $0.50 \leq Wi \leq 2.10$, o padrão do escoamento transversal é constituído por dois pares de vórtices (Figura 12.20 para $Wi = 1.00$

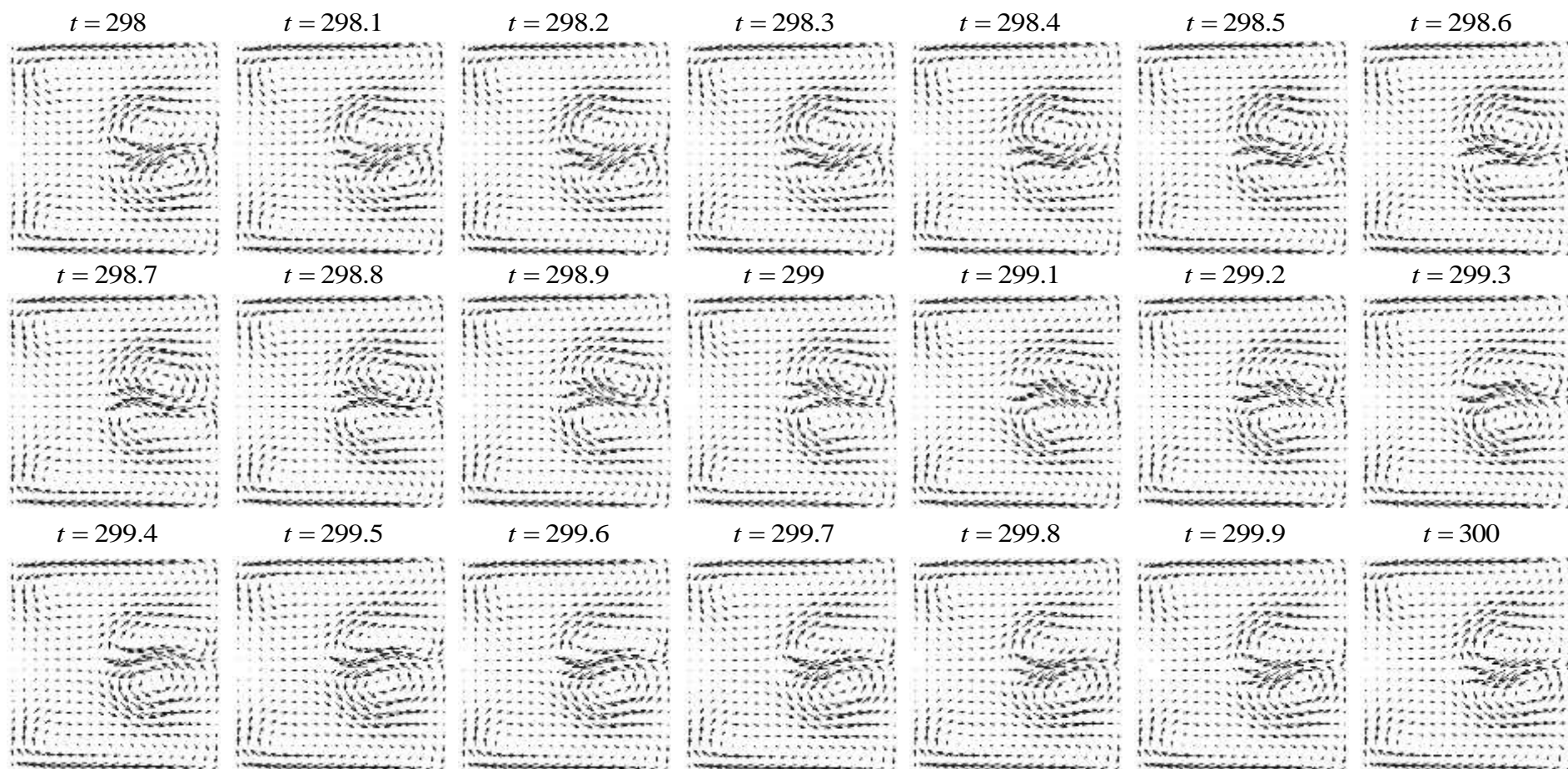


Figura 12.18- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [298, 300]$, representado na Figura 12.17-b, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 0.50$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.50$.

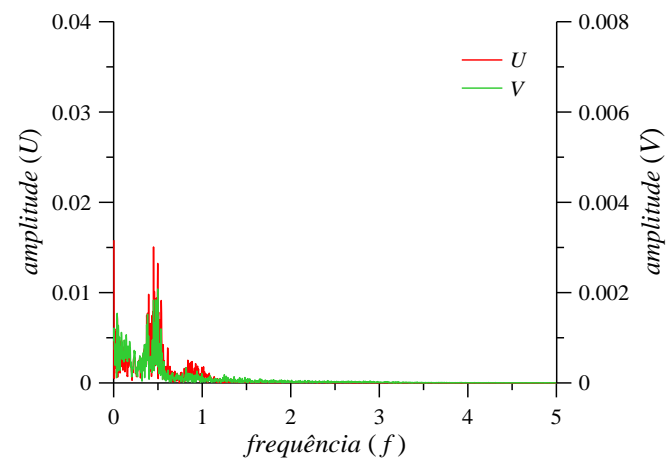
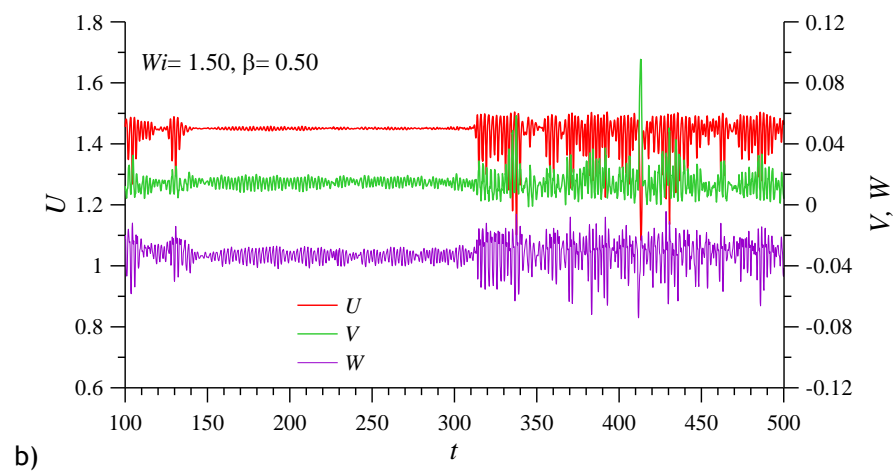
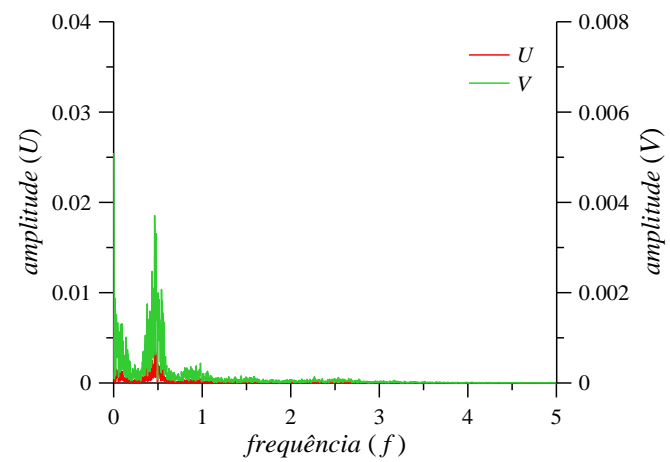
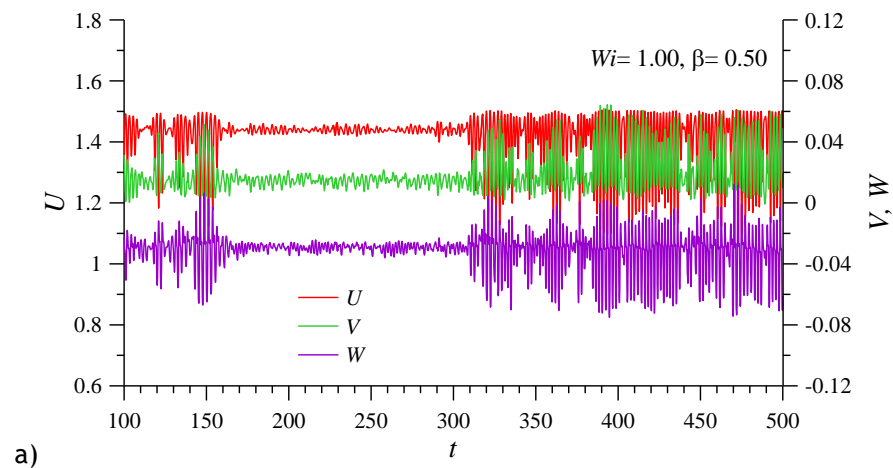


Figura 12.19- (continuação).

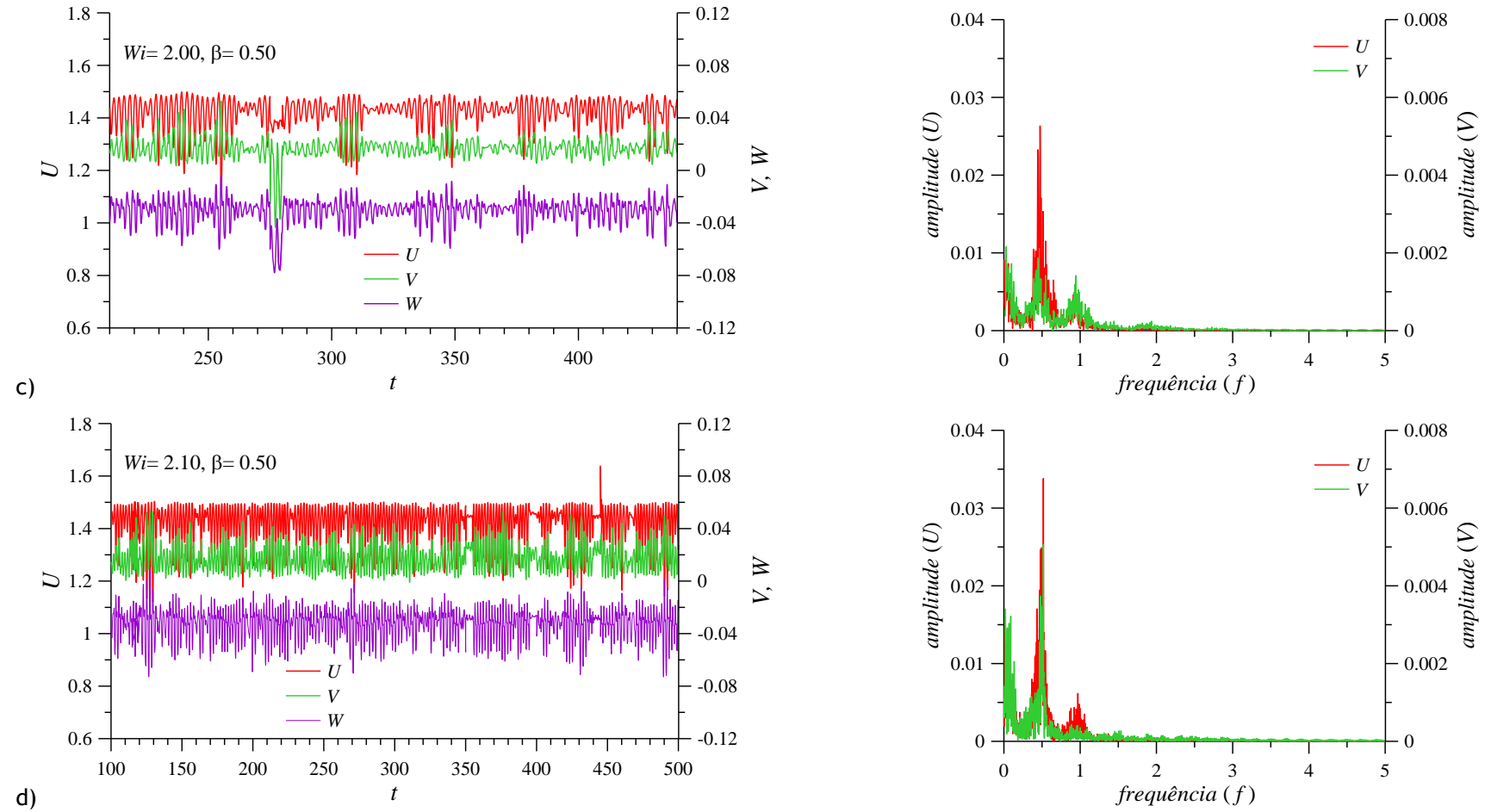


Figura 12.19- Evolução das componentes da velocidade (U , V e W) ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.57)$ da posição angular $\theta = 150^\circ$. Gráfico da *amplitude* vs. *frequência* da componente U e V da velocidade. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$, para: a) $Wi = 1.00$, b) $Wi = 1.50$, c) $Wi = 2.00$, d) $Wi = 2.10$.

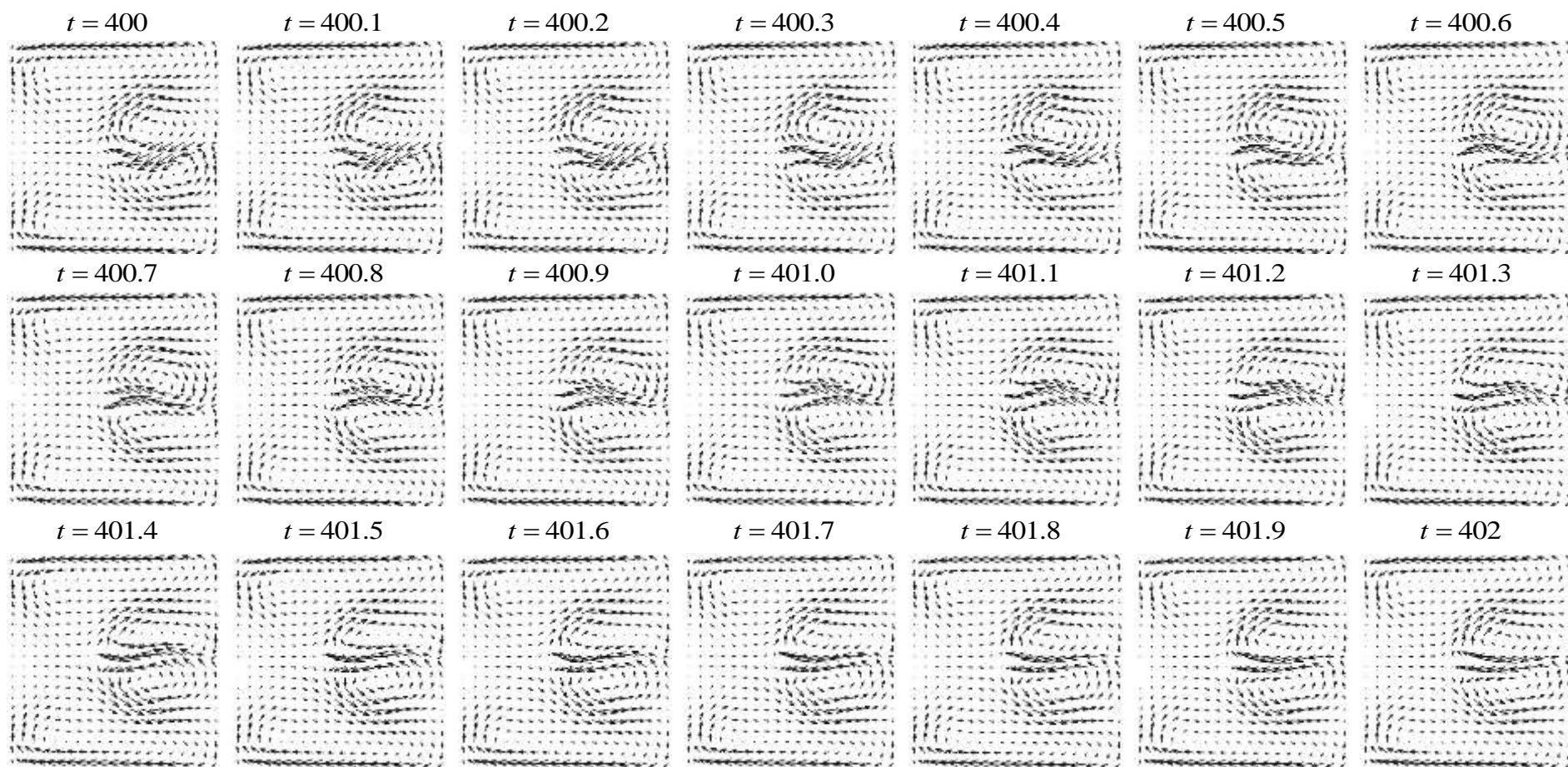


Figura 12.20- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [400, 402]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 1.00$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.50$.

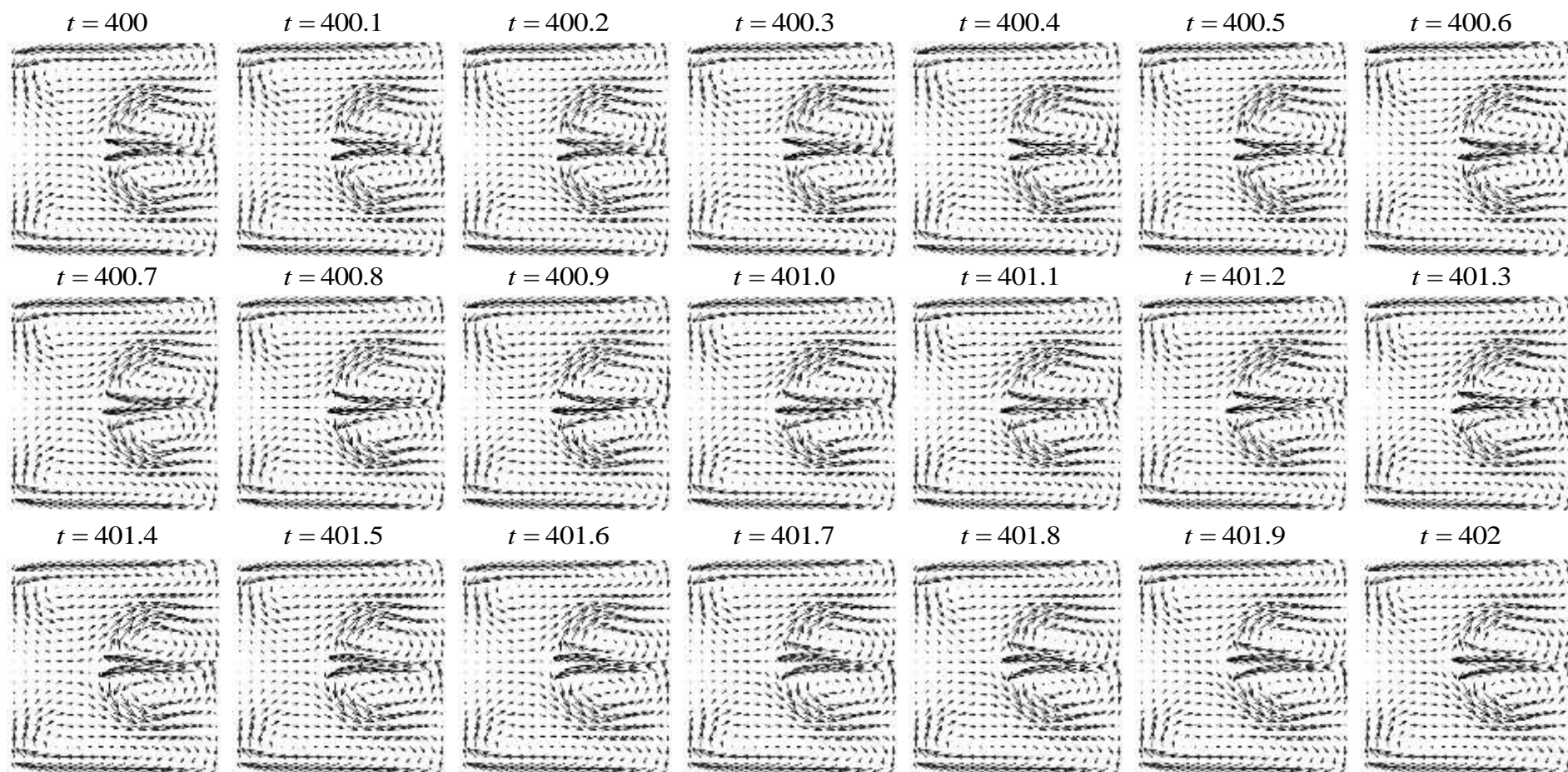


Figura 12.21- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [400, 401]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 2.10$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.50$.

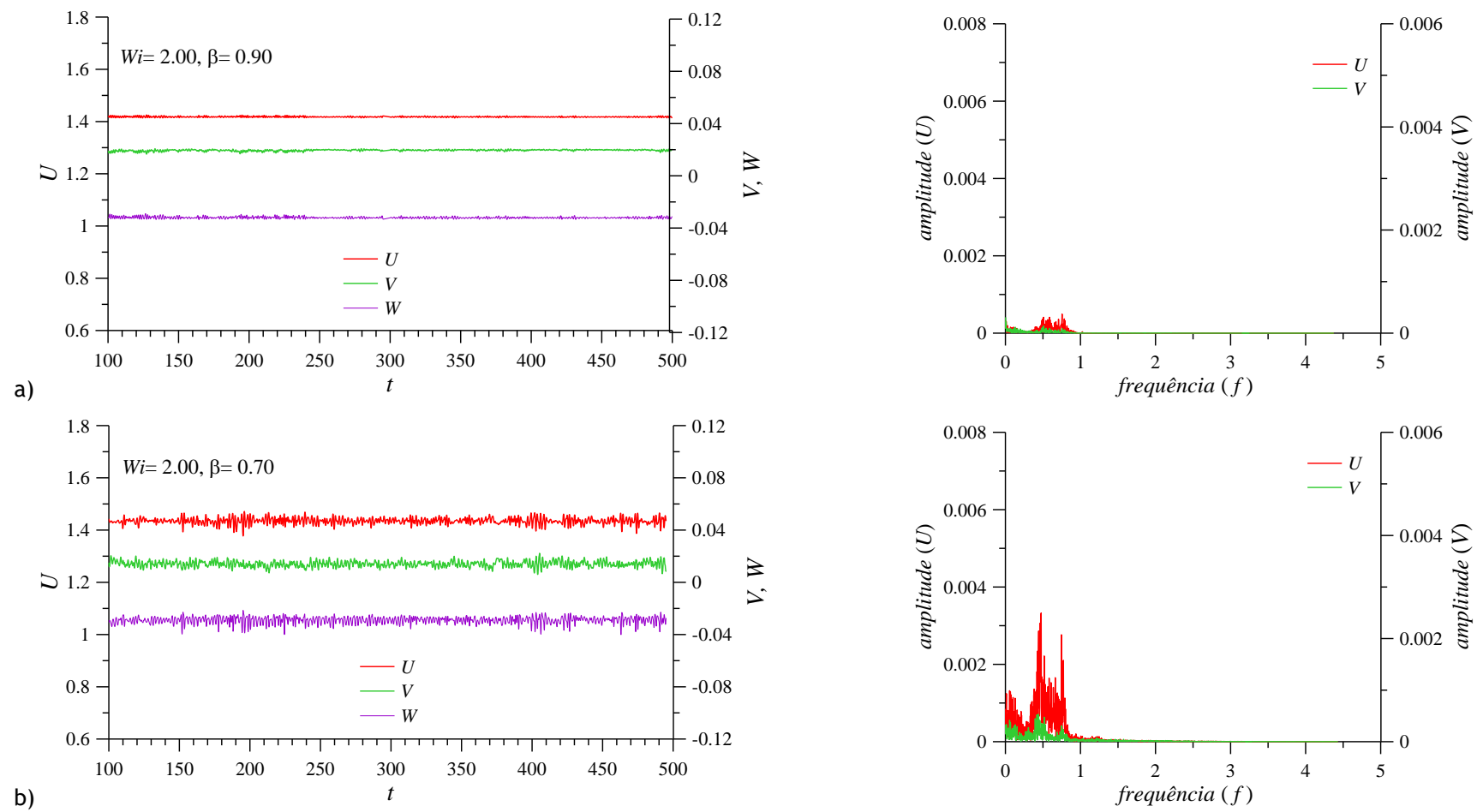


Figura 12.22 - (continuação).

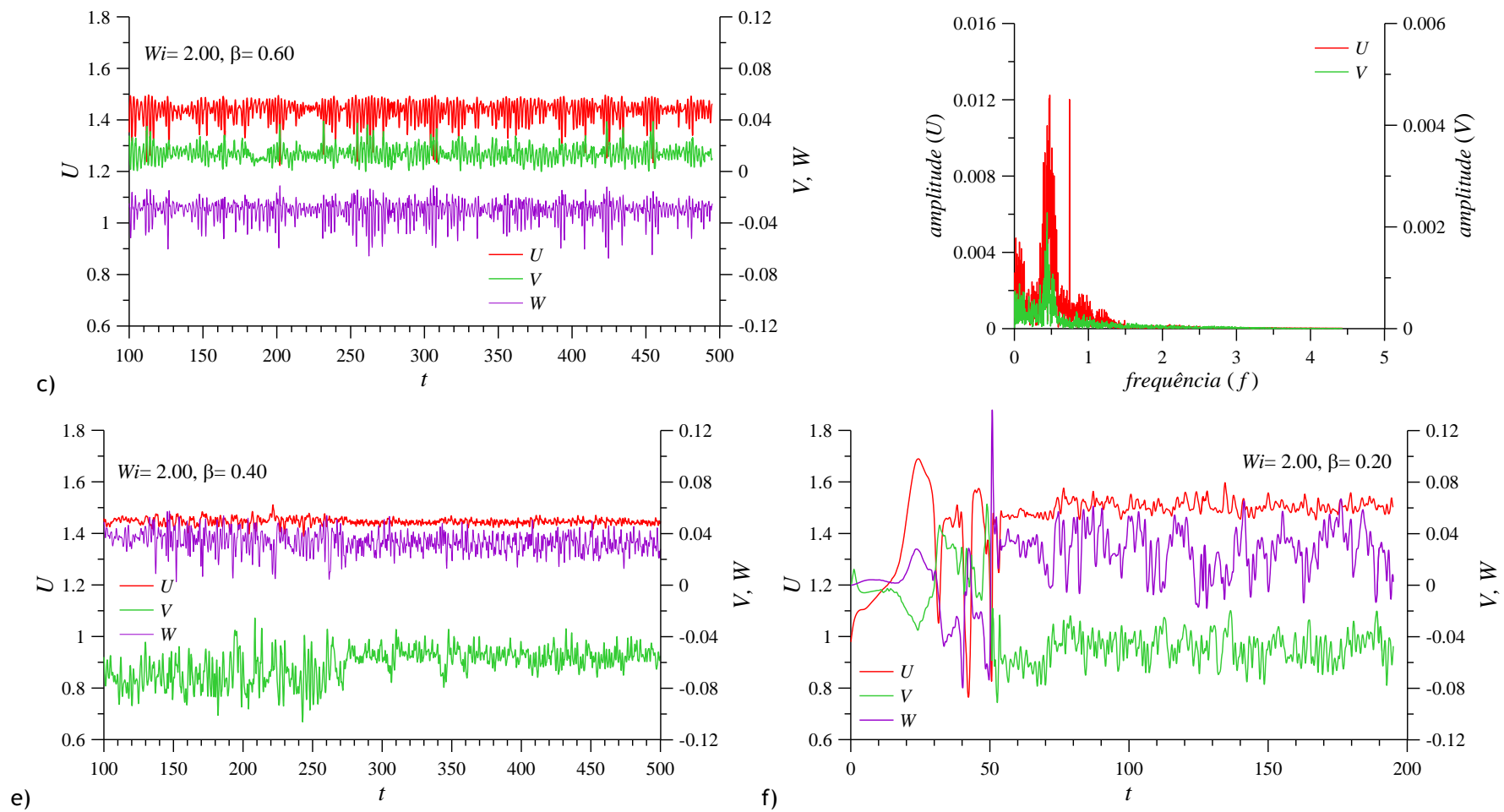


Figura 12.22- (continuação).

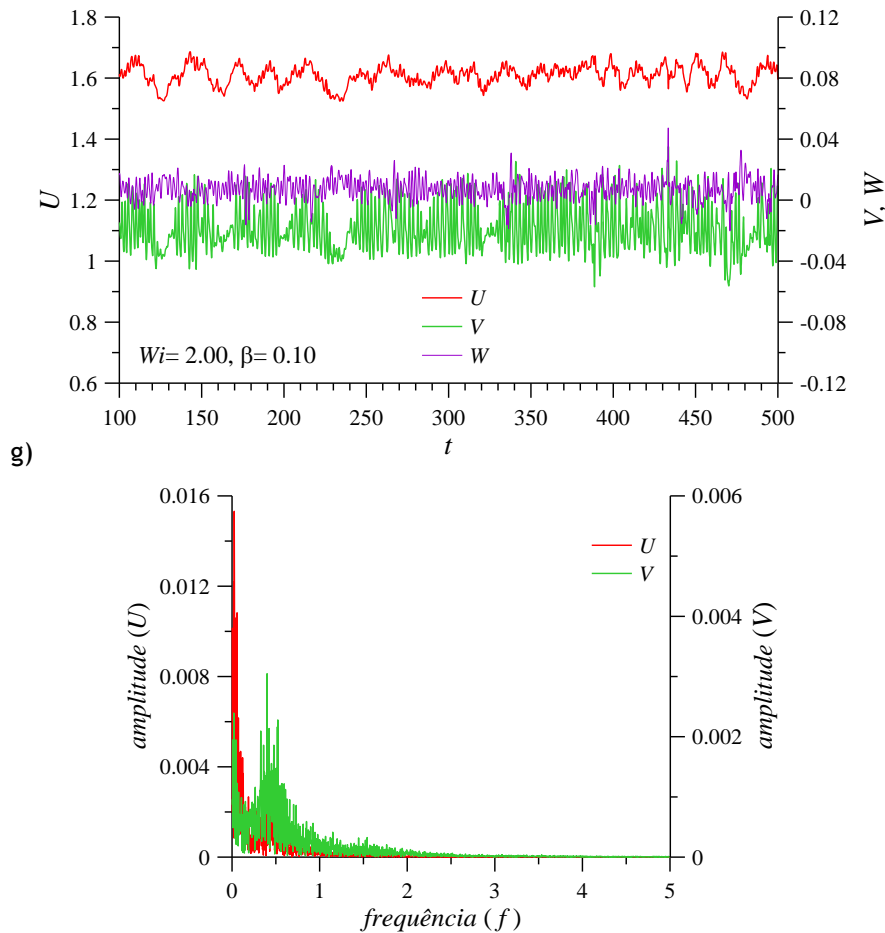


Figura 12.22- Evolução das componentes da velocidade (U , V e W) ao longo de t , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.57)$ da posição angular $\theta = 150^\circ$. Gráfico da amplitude vs. frequência da componente U e V da velocidade. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 2.00$ e $L^2 = 100$, para: a) $\beta = 0.90$, b) $\beta = 0.70$, c) $\beta = 0.60$, d) $\beta = 0.55$, e) $\beta = 0.40$, f) $\beta = 0.20$, g) $\beta = 0.10$.

e Figura 12.21 para $Wi = 2.10$): um par de vórtices principal e um par adicional de vórtices com rotação característica do escoamento estacionário (Figura 12.7). As semelhanças nos padrões de escoamento secundário são também observadas na evolução local das componentes da velocidade, ilustradas nas Figura 12.17 e Figura 12.19. Os gráficos de amplitude vs. frequência correspondentes (Figura 12.19) mostram que o espectro é por base contínuo, indicado uma variação local caótica. Mas, para frequência reduzida ($f < 1$), distinguem-se três regiões de elevada amplitude que dominam o espectro (análogas às regiões registradas na Figura 12.17), indicando que a evolução local do escoamento possui também periodicidade. Os gráficos de amplitude vs. frequência mostram também que estas regiões diminuem em amplitude quando a elasticidade é aumentada de $Wi = 0.50$ para $Wi < 1.50$, mas aumentam em amplitude quando a elasticidade aumenta até $Wi = 2.10$. Também nestes casos (Figura 12.18, Figura 12.20 e Figura 12.21), as oscilações temporais da velocidade ocorrem essencialmente junto da parede exterior da curva, em particular, na interface dos vórtices do par adicional.

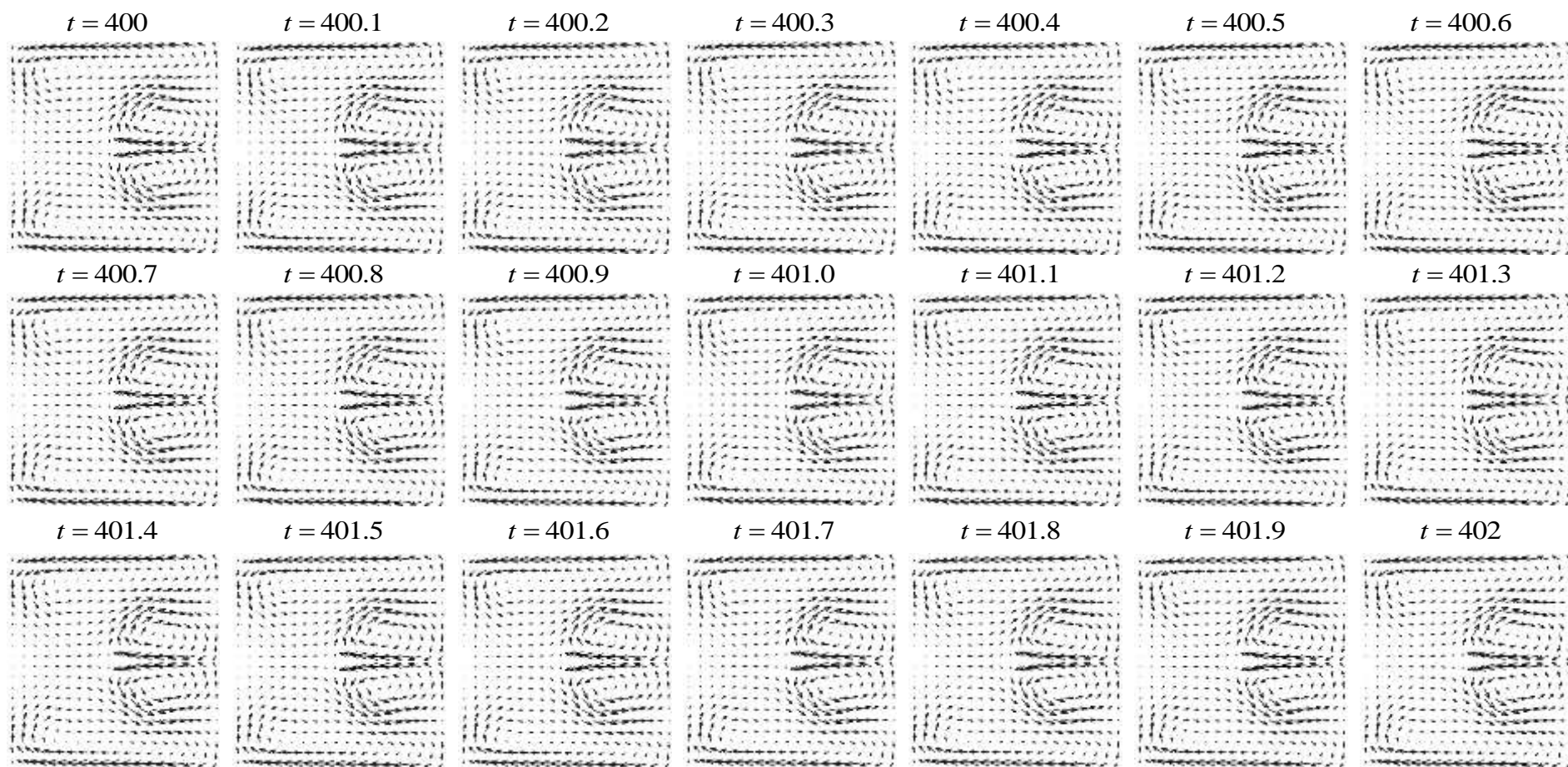


Figura 12.23- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [400, 401]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 2.00$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.90$.

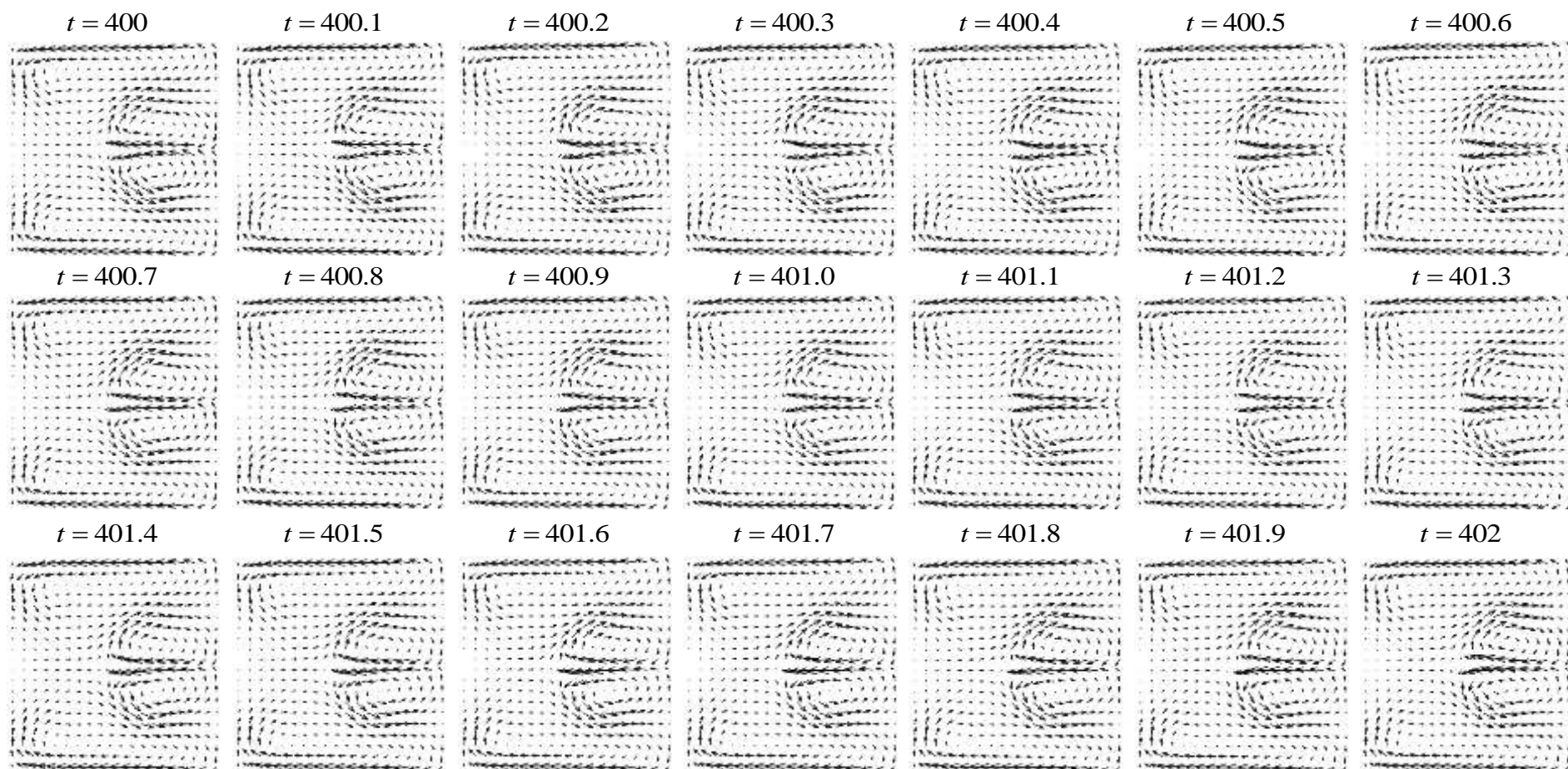


Figura 12.24- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [400, 401]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 2.00$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.70$.

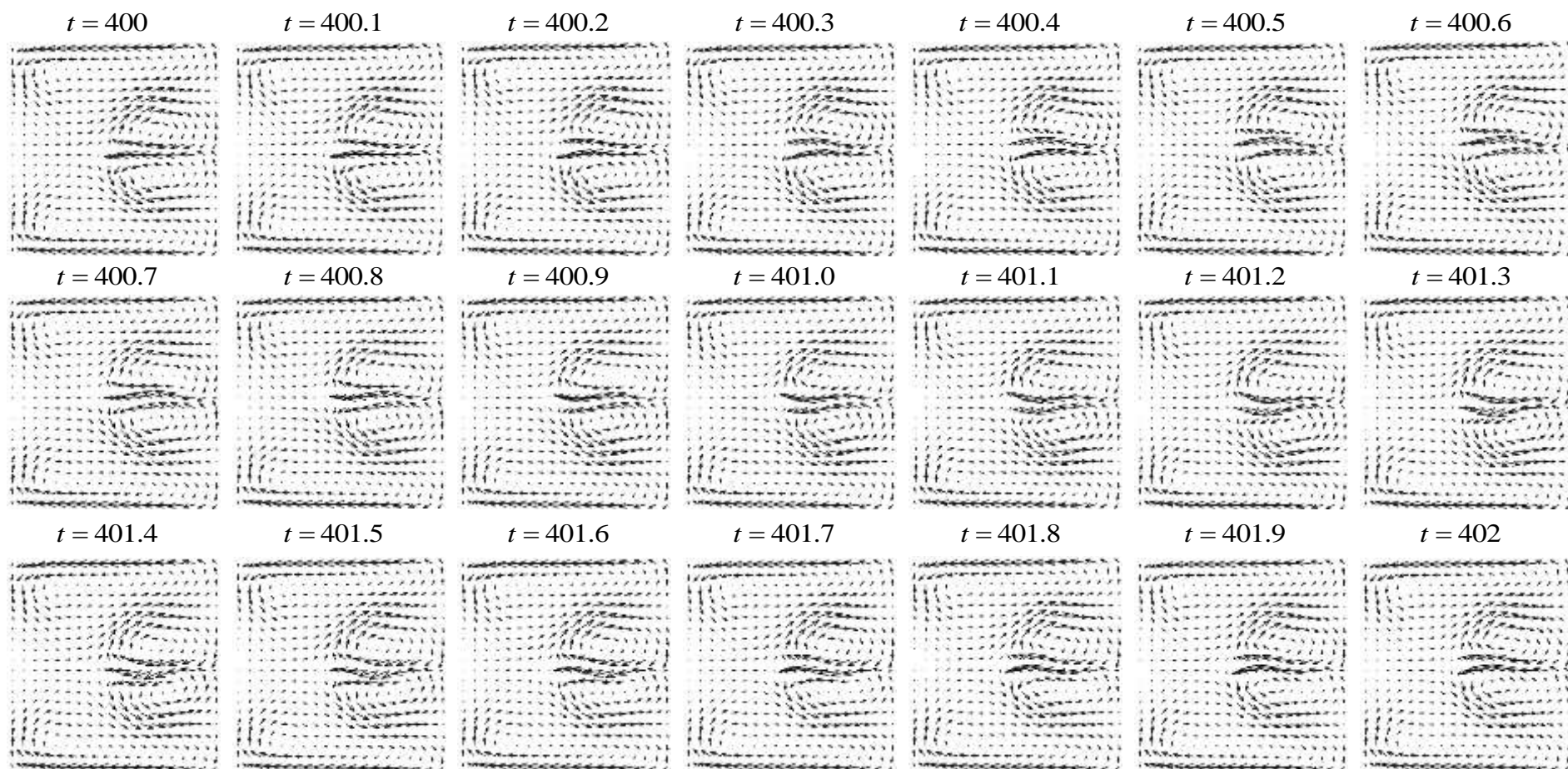


Figura 12.25- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [400, 401]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 2.00$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.60$.

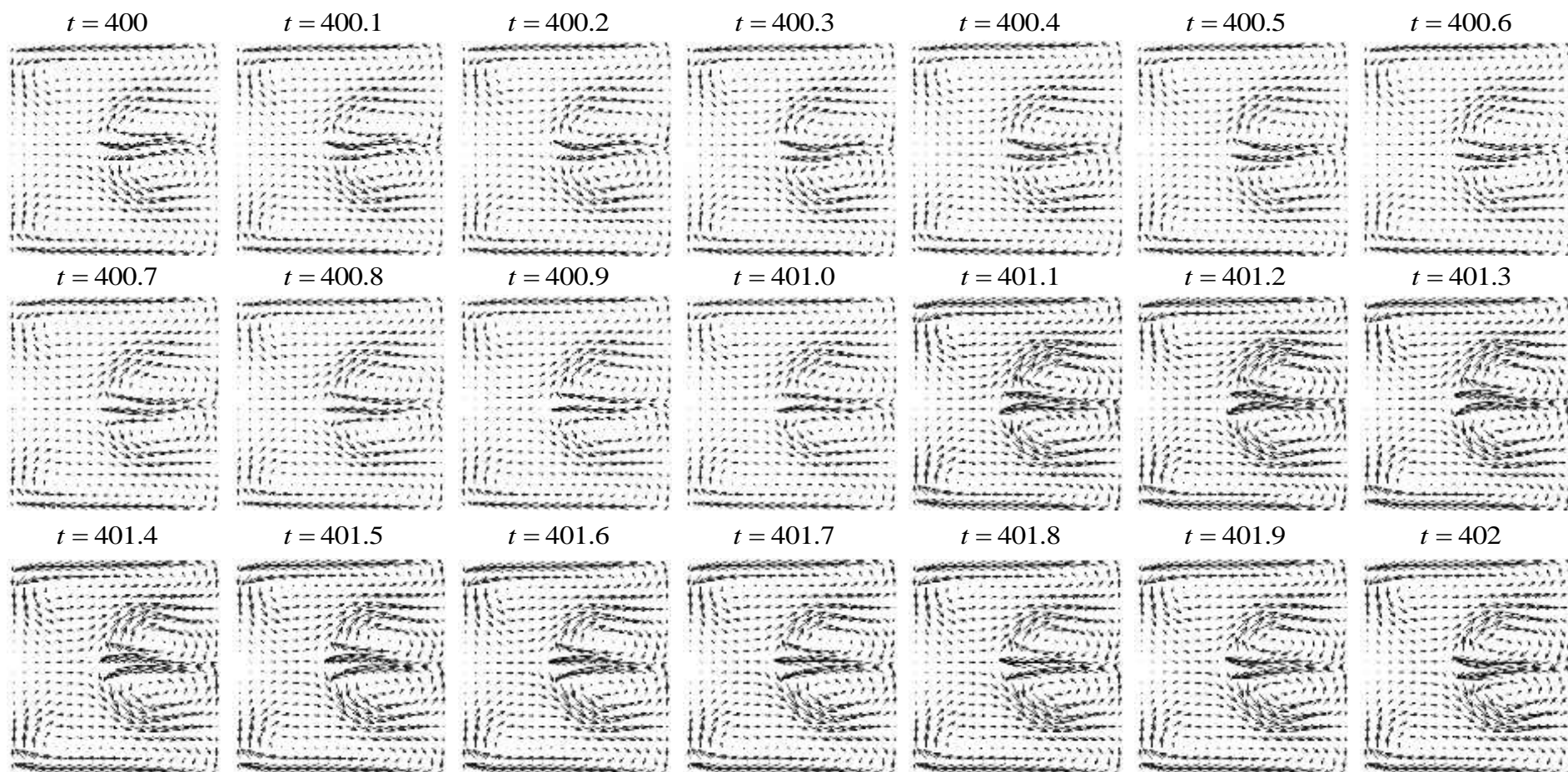


Figura 12.26- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [400, 401]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 2.00$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.50$.

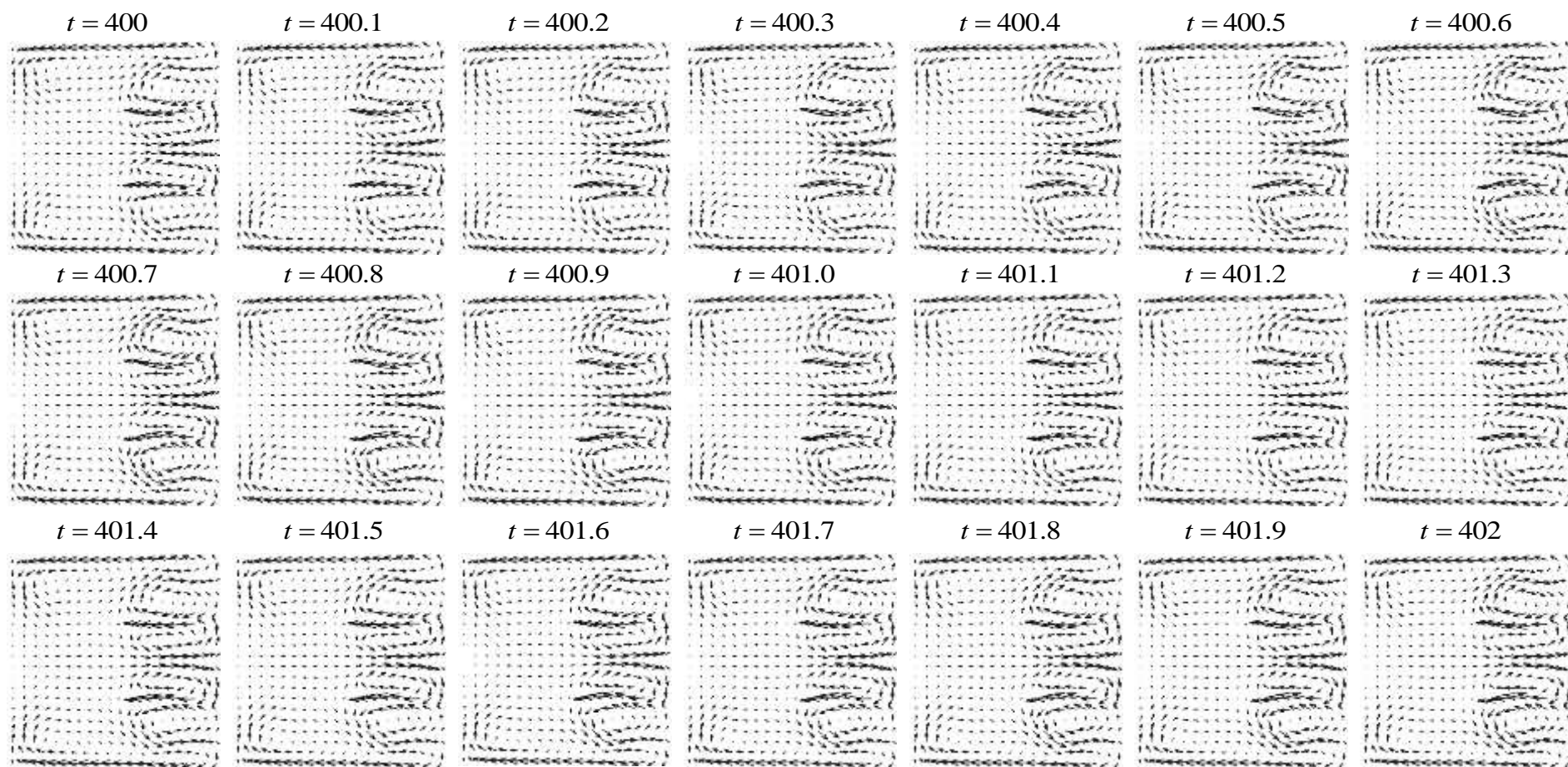


Figura 12.27- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [400, 401]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 2.00$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.40$.

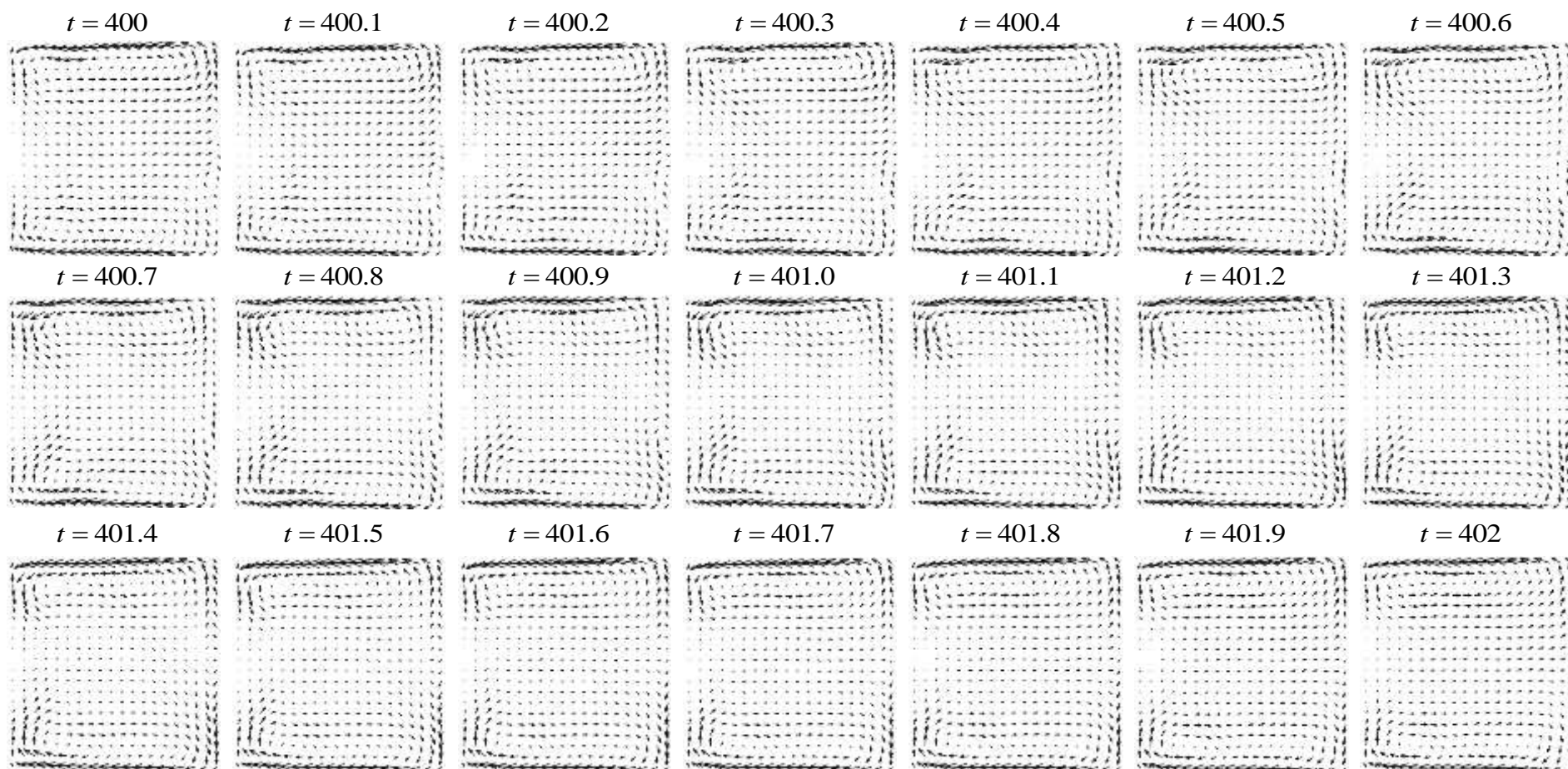


Figura 12.28- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do intervalo $t = [400, 401]$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 2.00$, $L^2 = 100$, $\beta = 0.10$.

O efeito da variação do parâmetro de retardamento (desde $\beta = 0.90$ a 0.10) sobre a evolução das componentes da velocidade ao longo do tempo é ilustrado na série de gráficos da Figura 12.22 e nas sequências de padrões de escoamento secundário ilustradas desde a Figura 12.23 à Figura 12.28, para o caso FENE-CR com $Re = 2332$, $Wi = 2.00$ e $L^2 = 100$. Procedendo ao mesmo tipo de análise realizado anteriormente, na Figura 12.22 observa-se que a diminuição de β resulta, de uma forma geral, num aumento da magnitude das oscilações e na alteração do sinal da componente transversal V , sendo positivo para $\beta \geq 0.50$ e negativo para $\beta < 0.50$. Estes resultados sugerem, à partida, que a diminuição de β gera alterações significativas no padrão de escoamento secundário. Assim, para $1.00 > \beta \geq 0.50$ (desde a Figura 12.23 à Figura 12.26), o escoamento secundário é constituído por dois pares de vórtices com circulação característica do escoamento estacionário em curvas. Para $\beta = 0.40$ (Figura 12.22-e e Figura 12.27), um novo par de vórtices desenvolve-se junto da parede exterior da curva entre os vórtices do primeiro par adicional, do mesmo tipo de padrão registado na Figura 12.13. Isto é, o escoamento transversal local ocorre no sentido da parede exterior da curva, e, por esse motivo, a componente transversal da velocidade muda de sinal para negativo. A diminuição do parâmetro de retardamento para $\beta = 0.20$ (Figura 12.22-f) resulta na aglutinação do primeiro par de vórtices adicional originando um padrão de escoamento secundário do tipo ilustrado na Figura 12.16. O par adicional de vórtices desaparece com a diminuição de β para $\beta = 0.10$, e o escoamento transversal passa a ser constituído por apenas um par de vórtices assimétricos que ocupa toda a secção transversal (Figura 12.22-g e Figura 12.28).

Devido à alteração do padrão de escoamento secundário com a diminuição do parâmetro de retardamento, a variação das oscilações na evolução das componentes da velocidade, desenvolvidas ao longo do tempo, não é linear: a diminuição de β , para valores não inferiores a $\beta = 0.50$, resulta num aumento da amplitude das oscilações. Mas, para valores de β inferiores, para os quais se verificam alterações significativas do padrão de escoamento, a amplitude tende a diminuir (Figura 12.22). Da mesma forma, a periodicidade das oscilações aumenta com a diminuição de β até $\beta = 0.50$, mas diminui com a seguinte diminuição de β .

A Figura 12.29 resume as alterações do padrão de escoamento com a variação do parâmetro de retardamento para diferentes valores de elasticidade, considerando o modelo viscoelástico FENE-CR. A Figura 12.29 mostra que a variação do padrão de escoamento, para o caso FENE-CR com $Re = 2332$, é difícil de prever para um dado valor de elasticidade e concentração de polímero. Porém, a variação do padrão de escoamento secundário segue a mesma linha de evolução. Para inércia $Re = 2332$ e mantendo o valor constante $\beta = 0.10$,

por exemplo, a evolução do escoamento secundário com o aumento da elasticidade evolui da seguinte forma (Figura 12.29):

4-V/RN: padrão constituído por 4-vórtices (um par de vórtice principal e um par adicional de vórtices), cujo sentido de rotação é igual à do padrão de escoamento newtoniano estacionário (ex. Figura 12.9);

6-V: padrão com 6-vórtices (um par de vórtice principal e 2 pares adicionais de vórtices), onde o segundo par adicional de vórtices surge entre os vórtices do primeiro par adicional, e os dois pares adicionais de vórtices apresentam sentido de rotação contrária (ex. Figura 12.13);

4-V/RO: padrão com 4-vórtices (um par de vórtice principal e um par adicional de vórtices), onde o primeiro par adicional de vórtices é suprimido, o segundo par adicional persiste e apresenta o mesmo sentido de rotação do par principal de vórtices (ex. Figura 12.14);

2-V/A: padrão com 2-vórtices (um par principal de vórtices), geralmente assimétrico (ex. Figura 12.28), ou com 1 par adicional de vórtices também assimétricos que oscila entre 2 e 3 vórtices alternadamente (ex. Figura 12.16).

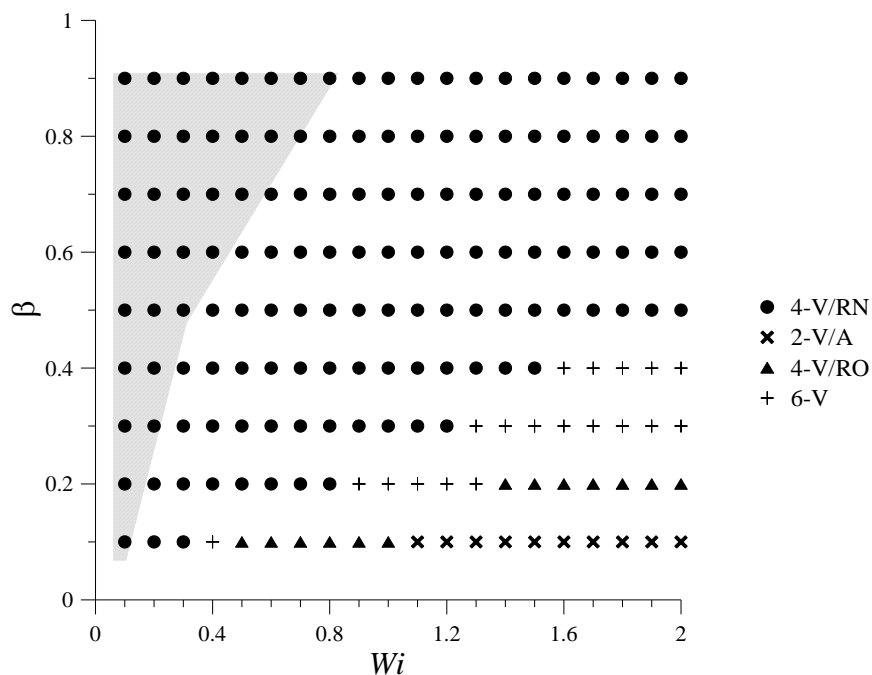


Figura 12.29- Quadro resumo da variação do padrão do escoamento secundário com β para diferentes valores de Wi . Fluido FENE-CR com $Re = 2332$ e $L^2 = 100$. (NOTA: 4-V/RN (4 vórtices com rotação igual à do escoamento estacionário); 2-V/A (dois vórtices com vórtices adicionais intermitentes); 4-V/RO (4 vórtices com vórtices adicionais de rotação contrária à do escoamento estacionário); 6-V (6 vórtices onde 2 pares são adicionais); a região sombreada identifica o escoamento estacionário)

Esta linha de evolução do padrão de escoamento é semelhante para os restantes valores de β . Todavia, a transição do padrão de escoamento é retardada com o aumento de β ,

sendo necessário valores de elasticidade mais elevados. Ainda na Figura 12.29, a região sombreada define as condições para as quais o escoamento é estacionário.

É importante notar que os resultados da Figura 12.29 só são válidos para escoamento viscoelástico FENE-CR com $Re = 2332$ e $L^2 = 100$, para a posição angular $\theta = 150^\circ$, e que as conclusões não se podem estender para outras condições de escoamento.

12.4. Conclusões

O tempo de desenvolvimento necessário para que o escoamento atinja o estado estacionário depende das condições de escoamento e da posição angular considerada. Esse valor aumenta com a inércia, com o deslocamento da posição angular para jusante, e é sempre superior nos casos viscoelásticos, mas verifica-se que ocorre para $t < 100$.

Comparativamente ao caso newtoniano, o escoamento viscoelástico desenvolve instabilidades e torna-se não-estacionário para condições de inércia mais débeis. Assim, para $Re = 2332$, enquanto no caso newtoniano o escoamento é sempre estável e atinge o estado estacionário, no caso viscoelástico passa a não-estacionário mesmo para valores de elasticidade consideravelmente reduzidos ($Wi = 0.10$). Quando o escoamento se torna instável e o campo de velocidades fica não-estacionário, as componentes da velocidade desenvolvem oscilações locais (na zona exterior da secção) que se propagam ao longo do tempo. A variação da amplitude e frequência destas oscilações com os parâmetros de escoamento não é linear. Isto deve-se ao facto de a variação dos parâmetros de escoamento resultar em alterações significativas do padrão de escoamento secundário. Estas alterações do padrão de escoamento são difíceis de prever baseado apenas nos valores de concentração de polímero, elasticidade e extensibilidade. Por esse motivo, cada caso deverá ser analisado separadamente. Porém, verifica-se que a transição do padrão de escoamento segue uma linha de evolução semelhante com a variação da elasticidade, para cada valor de concentração de polímero. Assim, para um determinado valor do parâmetro de retardamento, o aumento da elasticidade resulta na seguinte transição: 2 pares de vórtices com rotação contrária, estacionários; 2 pares de vórtices com rotação contrária não-estacionário; desenvolvimento do segundo par adicional de vórtices; supressão do primeiro par adicional de vórtices; supressão e/ou aparecimento intermitente de um vórtice adicional. A transição do padrão de escoamento é antecipada, isto é, ocorre para valor de elasticidade mais reduzido, com a diminuição do parâmetro de retardamento.

Capítulo 13.

Escoamento pulsante

Quando à entrada se impõe perfil de escoamento ou gradiente de pressão dependente do tempo, ao invés de gradiente de pressão constante, está-se a introduzir uma nova perturbação do escoamento que vai resultar em maior complexidade do escoamento na curva. Este tipo de condição de entrada tem sido considerada com frequência para o estudo e compreensão de fenómenos fisiológicos, como o escoamento de sangue em veias e artérias. Em geral, o gradiente de pressão sinusoidal considerado tem perfil teórico (com média igual ou diferente de zero e sem variação da amplitude das oscilações), mas em alguns problemas são considerados perfis do tipo fisiológico (teórico ou experimental e normalmente com oscilações de diferentes amplitudes) ou do tipo intermitente (normalmente constituído por uma fase parabólica e outra estacionária).

O primeiro estudo sobre escoamento através de curva considerando gradiente de pressão sinusoidal foi realizado por Lyne (1970). O resultado mais importante deste trabalho resume-se ao facto de que embora o escoamento secundário seja governado por Re , para determinados parâmetros do escoamento desenvolve-se um escoamento secundário qualitativamente diferente do escoamento estacionário. Para um parâmetro de frequência do gradiente sinusoidal reduzido o escoamento é semelhante ao escoamento para gradiente de pressão estacionário, mas para parâmetro de frequência do gradiente sinusoidal elevado, o sentido de rotação do escoamento secundário é invertido e passa a deslocar-se no sentido da parede interior da curva (Lyne (1970)). Este comportamento deve-se à formação de um par de vórtices adicional no centro da secção com rotação contrária à do par de vórtices principal, têm natureza diferente dos vórtices de Dean, e passam a dominar o escoamento. Este movimento reverso do escoamento, também designado por movimento, vórtices ou instabilidades de Lyne, ocorre quando o equilíbrio favorece a componente oscilante. Estes vórtices resultam, assim, de um aumento dos parâmetros pulsantes do escoamento sinusoidal através de curva.

O parâmetro de frequência (dado pela frequência adimensional ou número de Womersley, Wo , definido como $Wo = d(\omega/\nu)^{1/2}$ ou $Wo = (2\pi.Re.St)^{1/2}$) é definido como a razão entre a força de inércia devido à aceleração local e a força viscosa determinando o movimento sobre uma escala de tempo igual ao período de oscilação. O parâmetro de frequência baixo implica maior efeito da viscosidade junto à parede, resultando num escoamento semelhante ao escoamento secundário estacionário (Hamakiotes & Berger (1988), Sudo et al. (1992)). Quando o parâmetro de frequência aumenta moderadamente, a intensidade do escoamento secundário aumenta: o efeito viscoso é reduzido junto à parede, e o efeito da inércia

aumenta na área central da secção (Hamakiotes & Berger (1988), Sudo et al. (1992)). O desequilíbrio entre estas forças favorece a força centrífuga no centro da secção, e o fluido move-se no sentido da parede exterior. Os vórtices principais são estirados, e os centros deslocam-se ligeiramente para as paredes laterais superior e inferior simetricamente. Nesta altura, a velocidade transversal tem forma aproximadamente anelar, apresentando um pico junto da parede (correspondente ao centro do vórtice), e um vale no centro da secção transversal (uma vez que, na região central, o fluido deixa de obedecer à variação do gradiente de pressão axial). Quando o parâmetro de frequência aumenta significativamente, o escoamento secundário desenvolve uma zona de estagnação junto da parede côncava (Hamakiotes & Berger (1988), Sudo et al. (1992)). O gradiente de pressão torna-se maior do que a força centrífuga no centro da secção e, em determinada altura, o fluido na zona de estagnação começa um movimento rotacional. Surge, então, um par de vórtices adicional que se desenvolve e ocupa o centro da secção, empurrando o centro dos vórtices já existentes para as paredes laterais, formando as instabilidade de Lyne (Figura 13.1).

O desenvolvimento deste escoamento secundário foi verificado, entre outros, teoricamente por Zolosh & Nelson (1973) para secção transversal circular e por Smith (1975) para secção arbitrária, e experimentalmente por Munson (1975) para secção circular. Assim como por James (1975, 1976) e Iemoto et al. (1985) para fluidos viscoelásticos. Mullin & Greated (1980a, 1980b) confirmaram experimental e teoricamente os resultados anteriores, para escoamento em desenvolvimento e completamente desenvolvido. Mostraram que o escoamento depende da frequência e amplitude da oscilação e é significativamente afectado pelas forças viscosas e inerciais. A transição de 2 para 4 vórtices foi documentada para $Wo = 11$ por Lyne (1970), mas Mullin & Greated (1980a, 1980b) verificaram para $Wo = 12.9$. Para descrever o desenvolvimento o escoamento secundário com o aumento de Wo , para um dado Re , Sudo et al. (1992) sugeriram a divisão do desenvolvimento da estrutura do escoamento transversal, em 5 fases diferentes (Figura 13.1): a) circulação de Dean; b) circulação de Dean deformada; c) circulação intermédia entre circulação de Dean e de Lyne; d) circulação de Lyne deformada; e) circulação de Lyne. A sequência deste desenvolvimento está ilustrada na Figura 13.1. Em Sudo et al. (1992) e Timité et al. (2010, 2011), são apresentados diagramas interessantes do tipo Wo vs Dn , onde as alterações do padrão de escoamento secundário estão documentadas fotograficamente, para curvas de secção transversal circular.

Singh et al. (1978) consideraram perfil de entrada semelhante ao ciclo fisiológico do sangue na aorta, e mostraram que a reversão do sentido do escoamento secundário ocorre na fase de desaceleração do ciclo. Também Chandran & Yearwood (1981), Talbot & Gong (1983), Chang & Tarbell (1985), Rindt et al. (1991), Sumida (2007) e Glenn et al. (2012) verificaram experimental e numericamente estes resultados. Hamakiotes & Berger (1990) observaram que o escoamento de Lyne também ocorre na região de aceleração do ciclo, mas apenas para Wo reduzido e Re elevado. Às conclusões de Singh et al. (1978), Chang & Tarbell (1985)

acrescentaram que: o escoamento secundário pode desenvolver padrões com até 7 pares de vórtices na secção, e que os vórtices adicionais estão embebidos noutros vórtices em cascata; o escoamento secundário desenvolvido é forte, com tensão de corte na parede tão grande como a componente axial; ocorre reversão do escoamento axial junto da parede interior da curva; ocorre um pico de tensão junto da parede interior da curva, enquanto no escoamento estacionário ocorre junto da parede exterior. Sumida (2007) observou ainda que o comprimento de entrada em escoamento pulsante é mais reduzido do que para escoamento estacionário com o mesmo caudal máximo, no entanto o comprimento de entrada é mais longo para Wo moderado. Glenn et al. (2012) verificaram a formação de múltiplos pares de vórtices na região de aceleração, tal como observado por Chang & Tarbell (1985), e alterações significativas do padrão formado na fase de desaceleração. Apresentaram um diagrama de variação do padrão de escoamento nas fases de aceleração e desaceleração em função do Re modificado.

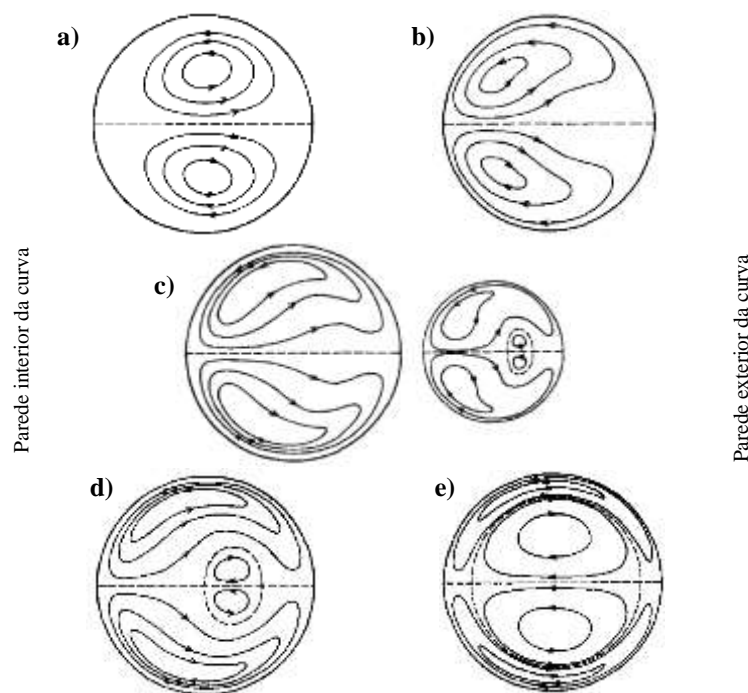


Figura 13.1- Fases de transição do escoamento secundário sugerido por Sudo et al. (1992): a) escoamento de Dean; b) escoamento de Dean deformado; c) escoamento intermédio entre escoamento de Dean e de Lyne; d) escoamento de Lyne deformado; e) escoamento de Lyne. (Adaptado de Sudo et al. (1992))

Komai & Tanishita (1997) consideraram gradiente de pressão intermitente constituído por um período sistólico com forma parabólica seguido de um período estacionário diastólico. Um gradiente de pressão com este formato resulta igualmente na reversão do escoamento. Contudo, o escoamento secundário gerado pelo período sistólico não desaparece completamente no período estacionário. Na realidade, quando se inicia o novo ciclo de

pulsção, o escoamento é fortemente afectado pelo escoamento residual do período diastólico anterior.

Siggers & Waters (2008) estudaram o diagrama de bifurcação para escoamento sujeito a um gradiente de pressão sinusoidal. Neste tipo de problema, o escoamento é governado por Dn , Re , d/R e Wo . Não verificaram a existência de soluções assimétricas, mas não excluem a possibilidade de existência de outros ramos.

Considerando fluidos viscoelásticos, James (1975, 1976) acrescentou que a elasticidade do fluido diminui o valor crítico do parâmetro de frequência do gradiente sinusoidal para o qual ocorre reversão do sentido do escoamento secundário. Enquanto Iemoto et al. (1985), considerando fluido de lei de potência, verificaram que, quando ocorre reversão do escoamento, a localização axial onde a reversão ocorre desloca-se para jusante à medida que o índice n diminui. O início da reversão é atrasado com o aumento de Re para n elevado, mas para n reduzido a posição desloca-se para jusante com o aumento de Re . Considerando gradiente de pressão intermitente e fluido de Carreau-Yasuda, Gijsen et al. (1999) verificaram que quando a taxa de deformação é baixa, a viscosidade característica é maior (mais viscoso será o fluido) e não ocorre reversão do escoamento durante a pulsção. No entanto, quando a taxa de deformação é elevada, a viscosidade característica é menor (menos viscoso será o fluido), o fluido comporta-se como um fluido newtoniano, e verifica-se reversão do escoamento durante a pulsção.

Back et al. (1994) consideraram escoamento pulsante sob influencia de um gradiente de temperatura axial e concluíram que o aumento de Wo resulta num aumento da transferência de calor.

Jarrahi et al. (2011) tiveram em conta o efeito da pulsção e dos parâmetros de controlo do escoamento sobre a mistura em curva. A combinação dos parâmetros de controlo resulta em padrões de escoamento altamente imprevisíveis e cuja estrutura mais complexa surge quando ocorre reversão do escoamento. A mistura aumenta significativamente para escoamento sinusoidal, sendo maior para parâmetros de frequências reduzidos e moderados.

O escoamento sinusoidal em geometrias complexas foi abordado em Timité et al. (2011). Combinando vários cotovelos com rotação de 90° entre si, Timité et al. (2011) obtiveram trajectórias complexas e irregulares devido ao efeito combinado da força centrífuga, campo de velocidade pulsante e mudança do plano de curvatura. A complexidade do escoamento, na primeira curva, deve-se essencialmente à velocidade pulsante. Nas curvas seguintes o efeito da pulsção sobre o escoamento diminui e o desenvolvimento do escoamento passa a dever-se, principalmente, aos efeitos da inércia e da mudança do eixo da curvatura. Ao longo do canal, a quantidade de zonas regulares desaparece com o aumento do número de curvas e diminui com o aumento dos parâmetros pulsantes. Estes fenómenos contribuem para maior mistura e transferência de calor.

O problema análogo ao do escoamento transiente através de curva com gradiente sinusoidal é o do escoamento estacionário através de curva complexa com geometria

sinusoidal. A similaridade entre os dois problemas foi mostrada numérica e analiticamente por Lemoto et al. (1985). De entre os resultados em comum está a ocorrência de reversão do escoamento, para geometrias periódica com duas curvas sucessivas.

Tendo em vista o melhor entendimento sobre o escoamento fisiológico do sangue em canais curvos, o escoamento pulsante é abordado, na sua maior parte, senão todos, admitindo condutas com secção transversal circular. Na verdade, a pesquisa bibliográfica realizada revelou que não existem resultados publicados sobre o escoamento pulsante, de fluido viscoelástico, através de curva com secção transversal rectangular, sendo, os resultados apresentados a seguir, os primeiros sobre o tema.

13.1. Descrição do problema

Quando à entrada da curva se impõe perfil de escoamento pulsante o padrão de escoamento secundário desenvolvido passa a apresentar uma variação mais complexa, comparativamente ao escoamento estacionário com perfil de entrada completamente desenvolvido. Neste capítulo, pretende-se avaliar de que forma os modelos de fluido newtoniano e viscoelástico e os parâmetros do escoamento pulsante de entrada afectam o desenvolvimento do escoamento, através de curva com 180° e secção transversal quadrada.

As equações constitutivas reológicas que regem o fluido viscoelástico são, como tem sido no decorrer deste trabalho, as dos modelos FENE-CR e FENE-P. A condição não-estacionária foi aplicada através de um escoamento periódico pulsante/oscilante imposta à entrada do canal. O fluxo periódico foi obtido analiticamente da solução teórica para escoamento newtoniano completamente desenvolvido em canal plano sujeito a um gradiente de pressões a variar sinusoidalmente no tempo do tipo:

$$(13.1) \quad -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = K_e + K_o \cos(\omega t)$$

Nestas condições, pretende-se avaliar o comportamento do escoamento quando se altera, por exemplo, o período de oscilação ($T = 1/f$) e o parâmetro oscilatório (AK).

Para simplificar o problema, as condições de fronteira de entrada são baseadas no escoamento de fluido newtoniano. Estas condições de escoamento são aplicadas à entrada do canal recto de entrada, a montante da curva, de forma que o escoamento dos fluidos viscoelásticos entre na curva completamente desenvolvido.

Assim, na entrada do canal, o fluido é submetido a um gradiente de pressão que varia sinusoidalmente no tempo de acordo com a Eq(13.1) (Miranda et al. (2008) e Duarte et al. (2008)). Na Eq(13.1), ρK_o e ρK_e representam a amplitude oscilante e estacionária, respectivamente, e a variável ω corresponde à frequência angular do gradiente de pressão oscilante imposto. Neste problema considera-se que a velocidade na entrada $u(y,t)$ é composta por duas componentes:

$$(13.2) \quad u(y, t) = u_e(y) + u_o(y, t)$$

onde u_e representa a velocidade estacionária, que resulta da aplicação do gradiente de pressão estacionário ($u(-dp/dx) \equiv \rho K_e$), e u_o corresponde à velocidade oscilante que resulta da aplicação do gradiente de pressão oscilante ($(-dp/dx)_o \equiv \rho K_o \cos(\omega t)$). O perfil estacionário de velocidades é definido pela expressão clássica parabólica, que normalizado com K_o/ω resulta em (Laudau & Lifshitz (1959)):

$$(13.3) \quad \frac{u_e(y)}{K_o/\omega} = \frac{\alpha^2}{2} \frac{K_e}{K_o} (1 - Y^2)$$

onde $Y = y/h$, sendo $h = d/2$ metade da altura do canal de entrada d , de acordo com a figura 4.7, que ilustra a geometria da curva considerada.

A frequência de oscilação imposta no escoamento poderá ser controlada, por exemplo, pelo número de Strouhal (St) dado por:

$$(13.4) \quad St = \frac{UT}{d}$$

onde o período de oscilação é dado por $T = 2\pi/\omega$, e a frequência oscilatória do gradiente de pressão é definido por $\omega = 2\pi f$. O gradiente de pressão oscilante é controlado pelo seguinte parâmetro:

$$(13.5) \quad AK = \frac{K_o}{K_e}$$

que no caso do escoamento estacionário toma o valor $AK = 0$ enquanto no caso oscilante assume um valor $AK \neq 0$. A parte estacionária do gradiente de pressão ρK_e corresponde à velocidade média estacionária do canal $\bar{U}_e = \rho h^2 K_e / 3\eta_0$. A solução analítica da contribuição oscilante no caso newtoniano é dada pela expressão (Laudau & Lifshitz (1959)):

$$(13.6) \quad \frac{U_o(y, t)}{K_o/\omega} = \left(1 - \frac{M(Y, \xi)}{J(\xi)} \right) \sin(\omega t) - \frac{N(Y, \xi)}{J(\xi)} \cos(\omega t)$$

onde $\xi = \alpha/\sqrt{2}$, e os restantes parâmetros da Eq (13.6) são definidos por:

$$(13.7) \quad \begin{cases} J(\xi) = C^2(\xi) + S^2(\xi) \\ C(x) = \cosh(x) \cos(x) \\ S(x) = \sinh(x) \sin(x) \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} M(Y, \xi) = C(\xi Y) C(\xi) + S(\xi Y) S(\xi) \\ N(Y, \xi) = C(\xi Y) S(\xi) + S(\xi Y) C(\xi) \end{cases}$$

A tensão de corte é obtida a partir do perfil de velocidades da Eq (13.2) e admitindo a relação $\tau_{xy} = \eta_s \partial u / \partial y$, resultando em (Miranda et al (2008)):

$$(13.8) \quad \frac{\tau_{xy}}{\eta_s K_o / (\omega h)} = -\frac{\xi}{J(\xi)} \left\{ \left[(A-B)C(\xi) + (A+B)S(\xi) \right] \sin(\omega t) + \left[(A-B)S(\xi) - (A+B)C(\xi) \right] \cos(\omega t) \right\} - \alpha^2 \frac{K_e}{K_o} Y$$

onde $A = \sinh(\xi Y) \cos(\xi Y)$ e $B = \cosh(\xi Y) \sin(\xi Y)$.

À semelhança dos casos anteriores apresentados, nas saídas foram impostas condições de Neumann para todas as variáveis de cálculo, isto é, gradientes axiais nulos ($\partial/\partial y = 0$), paredes do canal rígidas, onde se admite a condição de não-deslizamento ($u = v = 0$). A geometria considerada é apresentada na Figura 4.7, cuja razão de curvatura é $R_c = R/d = 7.5$, e secção transversal rectangular com razão de aspecto $A = 1$. A malha computacional é caracterizada na Tabela 7.1 e Tabela 7.2 do Capítulo 7.

Para além de ser avaliado o efeito do modelo de fluido e dos parâmetros dos modelos, tais como a inércia, a elasticidade, o parâmetro de retardamento e extensibilidade, é também avaliado o efeito do parâmetro do gradiente de pressão oscilante (AK) e do período de oscilação (T) sobre o desenvolvimento do escoamento ao longo do tempo. O efeito do perfil oscilatório da velocidade à entrada do canal é avaliado para inércia a variar num intervalo $25 \leq Re < 350$. Os cálculos do escoamento não-estacionário foram obtidos para um passo no tempo normalizado com o período oscilante $\Delta t/T = 0.01$.

13.2. Resultados

13.2.1. Fluido newtoniano

A influência dos parâmetros de oscilação AK e T , sobre o desenvolvimento do escoamento em curvas de secção quadrada, é avaliado para fluido newtoniano, considerando diferentes valores de inércia (Re).

A Figura 13.2 ilustra o efeito do parâmetro AK sobre a evolução local (no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da secção transversal) das componentes axial (U) e transversal (V) da velocidade ao longo do tempo, considerando fluido newtoniano com inércia e frequência constantes e iguais a $Re = 25$ e $T = 1.0$, respectivamente, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Considerando uma amplitude estacionária de $\rho K_e = 12$ (constante), fez-se variar apenas o valor de ρK_o num intervalo $6 \leq \rho K_o \leq 240$, resultando em valores de AK a variar num intervalo $0.50 \leq AK \leq 20.00$, respectivamente. A Figura 13.2 mostra que evolução local do escoamento é semelhante em todos os casos, onde o aumento de AK resulta apenas no

aumento local da amplitude das oscilações das componentes da velocidade. Independentemente do valor de AK , a magnitude de U e V oscila acima e abaixo dos valores $U = 1.4175$ e $V = -0.02429$, respectivamente.

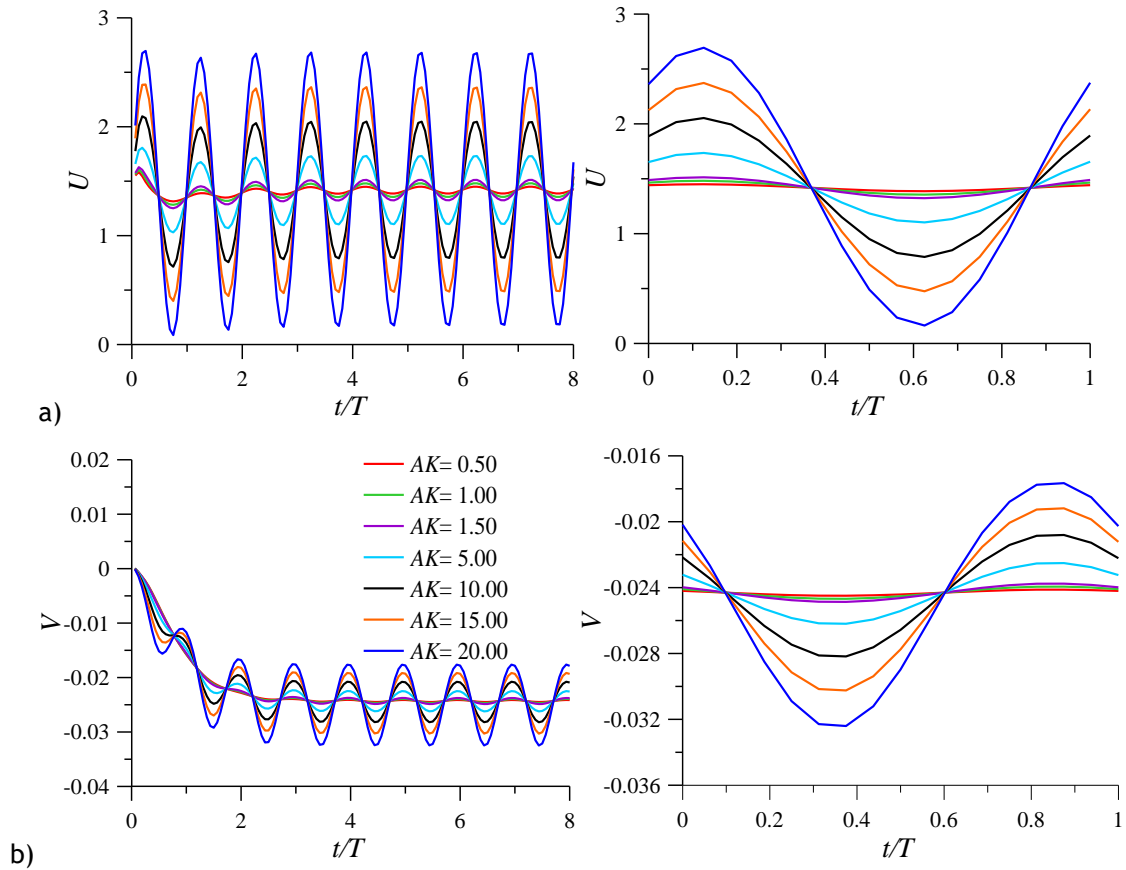


Figura 13.2- Variação da evolução de: a) U e b) V com AK , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 25$ e para $T = 1.0$.

No escoamento newtoniano estacionário com $Re = 25$, o deslocamento da velocidade axial máxima no sentido da parede exterior da curva, devido à força centrífuga, é muito reduzido e o mesmo é verificado no escoamento não-estacionário pulsante. Este resultado é confirmado na Figura 13.3, onde se verifica que a região de velocidade axial máxima se localiza sempre junto da centro da secção transversal, apesar da elevada amplitude das oscilações observadas na Figura 13.2-a. A oscilação da magnitude de U ocorre em toda a secção transversal, a Figura 13.3 ilustra o caso com $AK = 20.00$, mas é representativo para os restantes valores de AK . Na Figura 13.2-b confirma-se ainda o desenvolvimento do escoamento transversal, pelo aumento local da magnitude da componente V da velocidade no sentido negativo. A Figura 13.3 mostra ainda que o padrão de escoamento é constituído por um par de vórtices simétricos que ocupam toda a secção transversal, característico do escoamento em curvas.

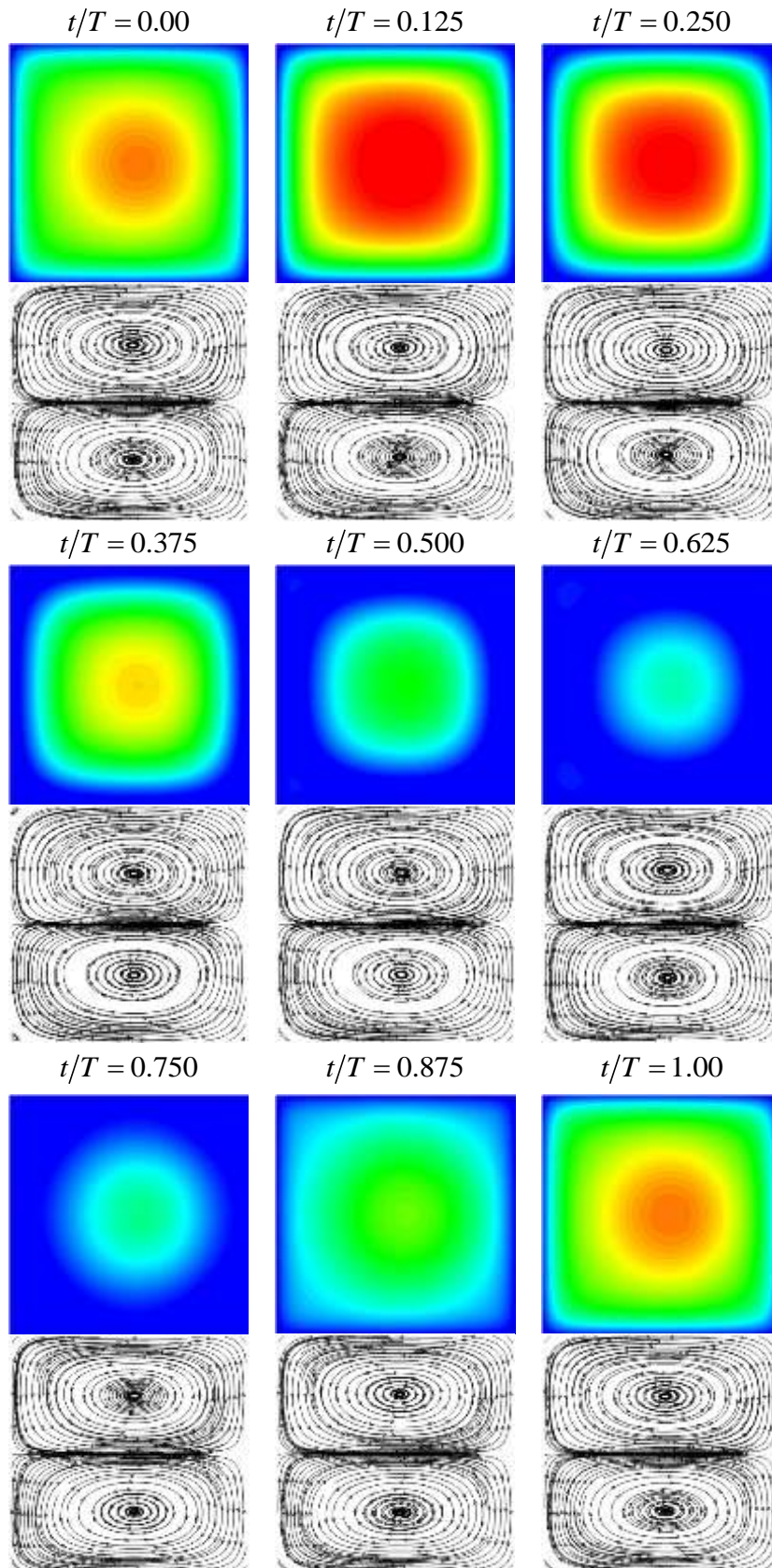
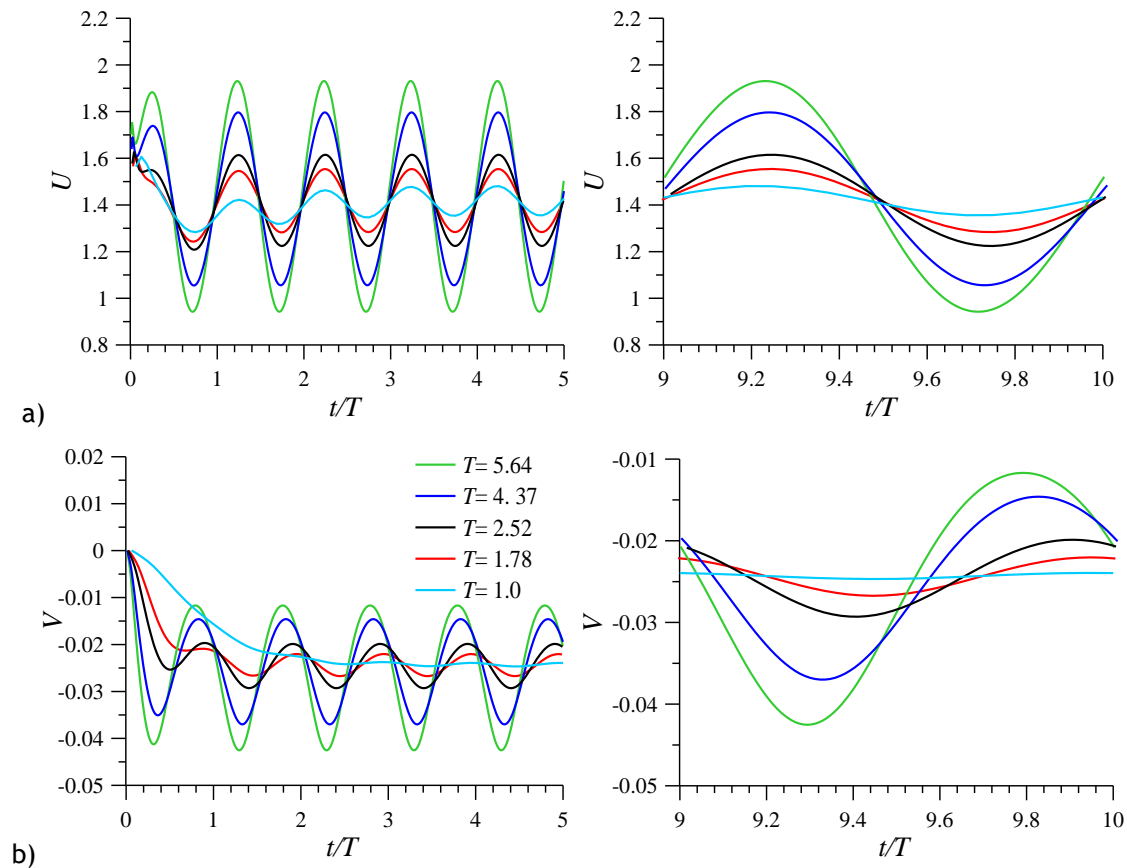


Figura 13.3- Evolução da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa (referente à Figura 13.2), na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 25$, para $AK = 20.00$ e $T = 1.0$.

No entanto, este padrão não se altera ao longo do tempo. As oscilações locais de V , ilustradas na Figura 13.2-b, são de magnitude reduzida e não provocam alterações do padrão de escoamento secundário, apesar das alterações significativas observadas na distribuição da velocidade axial (Figura 13.3).



T	U_{\max}	t/T	U_{\min}	t/T	U_{med}	V_{\max}	t/T	V_{\min}	t/T	V_{med}
1.0	1.481	9.188	1.356	9.688	1.419	-0.0239	9.938	-0.0247	9.438	-0.0243
1.78	1.554	9.248	1.284	9.753	1.419	-0.0220	9.949	-0.0267	9.444	-0.0243
2.52	1.615	9.254	1.224	9.749	1.420	-0.0199	9.908	-0.0293	9.412	-0.0244
4.37	1.797	9.244	1.056	9.735	1.428	-0.0146	9.827	-0.0370	9.324	-0.0250
5.64	1.931	9.232	0.943	9.719	1.672	-0.0117	9.790	-0.0425	9.294	-0.0261

Figura 13.4- Variação da evolução de: a) U e b) V com T , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 25$ e para $AK = 1.00$.

O efeito de T na evolução local das componentes axial e transversal da velocidade, para o caso newtoniano com $Re = 25$ e $AK = 1.00$, na posição angular $\theta = 150^\circ$, é ilustrado na Figura 13.4. Esta figura mostra que o aumento do período resulta numa variação das componentes da velocidade semelhante à verificada com o aumento de AK (Figura 13.2). Isto é, resulta no aumento da amplitude das oscilações locais das duas componentes da

velocidade, e o máximo de V é antecipado no tempo adimensionalizado com o período (t/T). O valor médio de U e V passa a depender ligeiramente de T , sendo tanto maior quanto maior o período (tabela da Figura 13.4). Apesar das diferenças na evolução local das componentes da velocidade, a variação da distribuição da velocidade axial e do padrão de escoamento transversal é análogo ao ilustrado nas Figura 13.3. Para $Re = 25$, independentemente do valor de AK e de T , na gama de valores considerados, o padrão do escoamento secundário é semelhante ao do escoamento estacionário com o mesmo valor de inércia, ou seja, constituído por um par de vórtices simétricos (Figura 13.3). A Figura 13.4 revela ainda que o regime transitório para o estabelecimento de oscilações cíclicas é curto para T mais elevado.

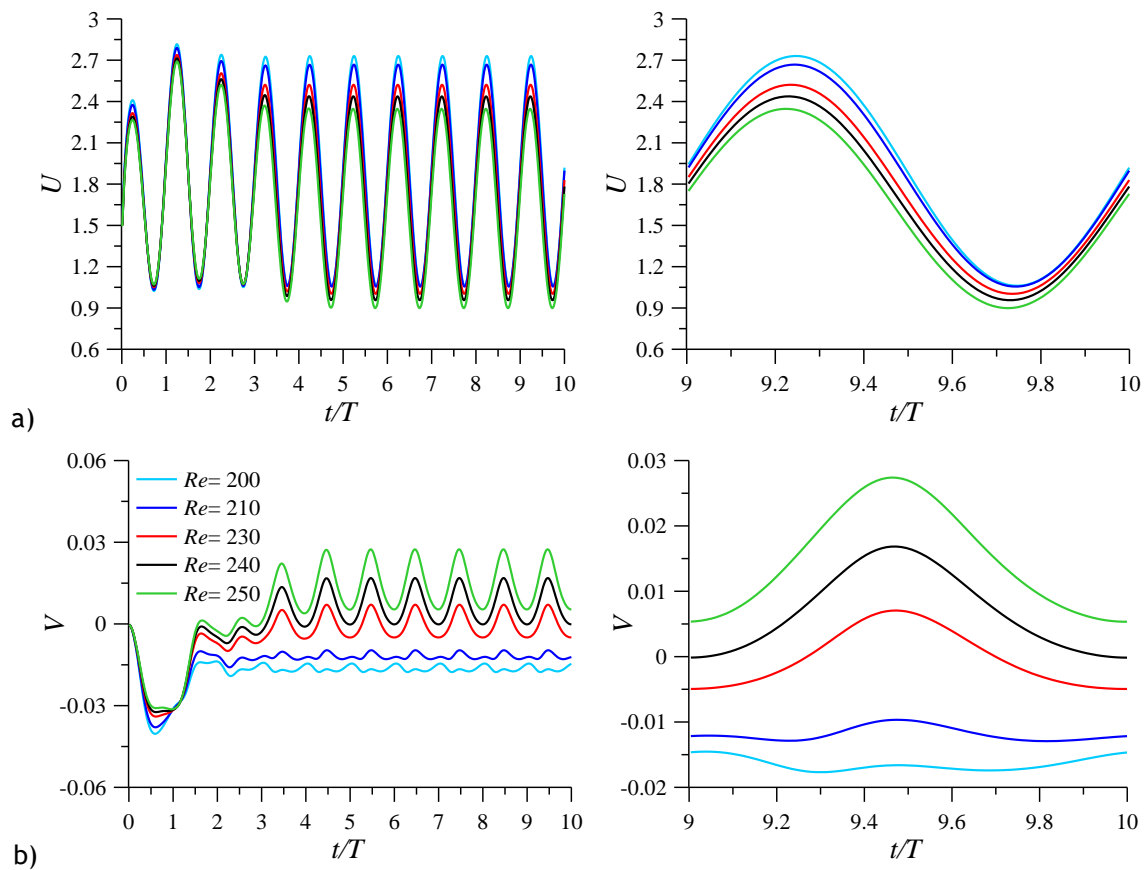


Figura 13.5- Variação da evolução de: a) U e b) V com Re , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano para $AK = 20.00$ e $T = 4.37$.

Considerando o efeito da inércia, este é avaliado na Figura 13.5 para o intervalo $200 \leq Re \leq 250$, admitindo $AK = 20.00$ e $T = 4.37$. Observa-se que o aumento da inércia resulta apenas num ligeiro aumento da magnitude das oscilações da componente axial (Figura 13.5-a), mas U varia consideravelmente ao longo do tempo, na secção. Este resultado é ilustrado na Figura 13.6 para o caso com $Re = 230$, mas a variação da distribuição de U ao

longo de t/T para os restantes valores de Re , apresentados na Figura 13.5, é análoga. A Figura 13.6 mostra que a região de U máximo está deslocada no sentido da parede exterior da curva durante a pulsação, e a oscilação resulta no aumento e diminuição da magnitude de U em toda a secção transversal.

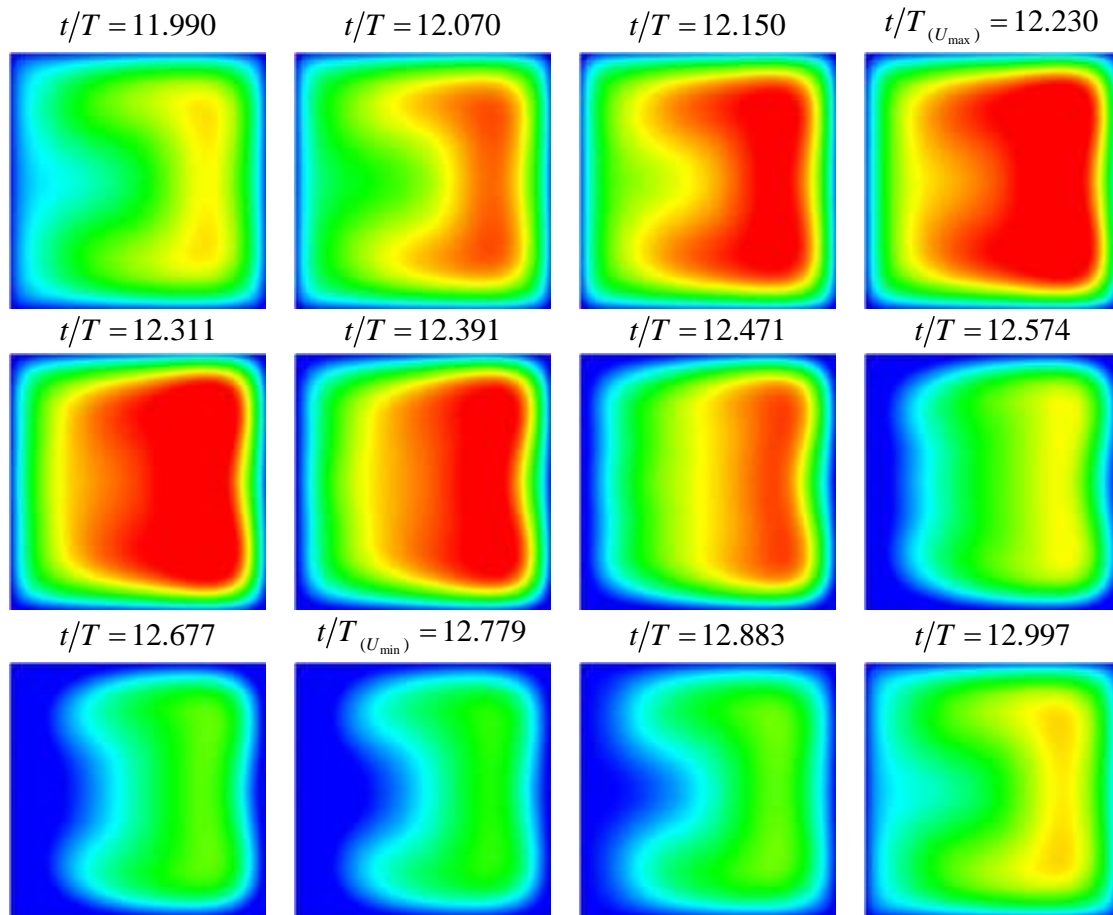


Figura 13.6- Evolução da distribuição de U ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 230$, para $AK = 20.00$ e $T = 4.37$.

Por sua vez, as oscilações locais da componente transversal da velocidade alteram-se significativamente ao longo do tempo com o aumento da inércia (Figura 13.5-b). A Figura 13.5-b mostra que as oscilações locais de V para além de aumentarem em amplitude com o aumento da inércia, aumentam também em magnitude e, em alguns casos, apresentam alteração de sinal.

Assim, para $Re < 230$ a magnitude local de V oscila para valores negativos (Figura 13.5-b), e o escoamento é constituído essencialmente por um par de vórtices (Figura 13.7). Na região de desaceleração da velocidade axial, quando U local atinge valor mínimo, a Figura 13.7 mostra o desenvolvimento de um par de vórtices muito reduzido nos cantos formados pela parede interior da curva.

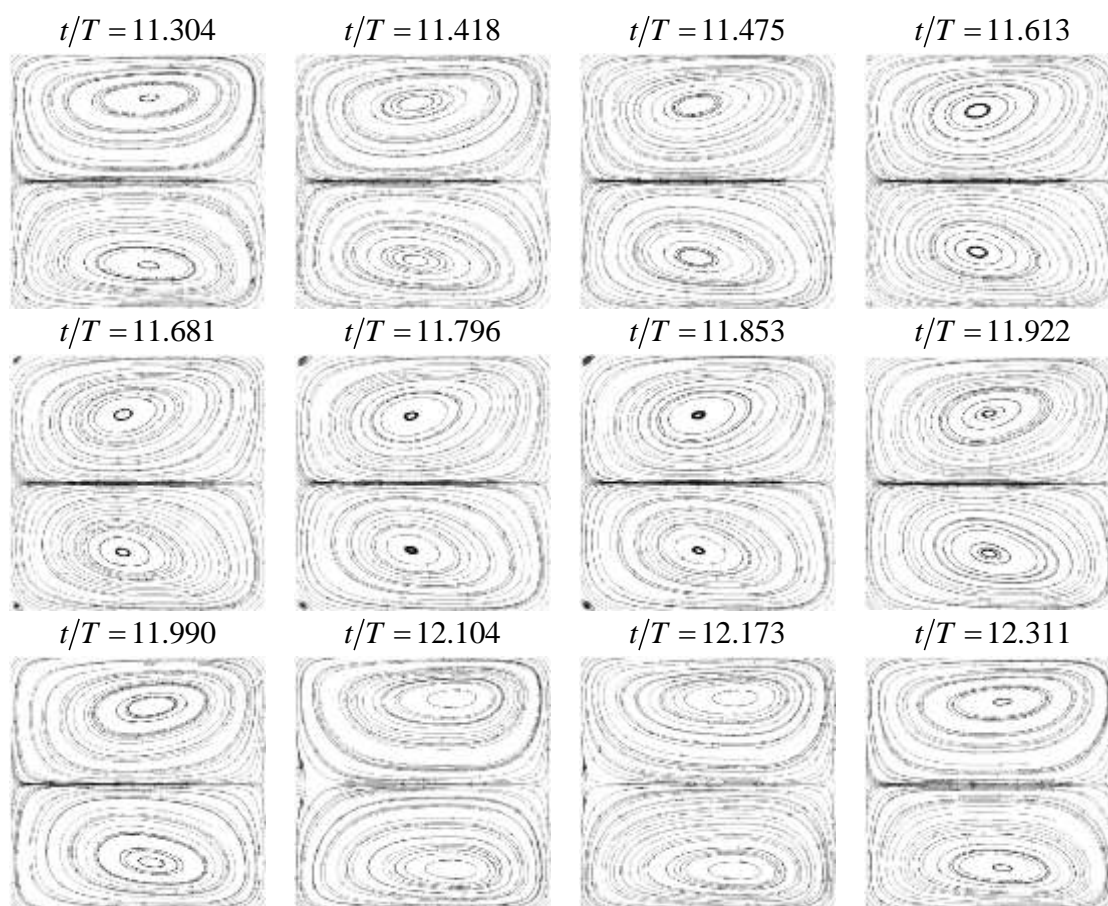


Figura 13.7- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 200$, para $AK = 20.00$ e $T = 4.37$.

Para $Re = 230$, a oscilação da componente V decorre de forma que o valor mínimo apresenta sinal negativo e o valor máximo apresenta sinal positivo (Figura 13.5-b). Esta variação mostra que localmente o sentido de circulação do vector de velocidade transversal se modifica durante uma oscilação, indicando alterações no padrão de escoamento secundário. Este resultado é confirmado na Figura 13.8, onde é ilustrada a evolução do padrão do escoamento secundário durante uma oscilação. O escoamento transversal oscila entre um padrão com um par de vórtices e um padrão com dois pares de vórtices (Figura 13.8). Combinando as Figura 13.5 e Figura 13.8, verifica-se que na região de desaceleração de U se desenvolve um par adicional de vórtices, e a magnitude de V aumenta no sentido positivo. Mas na região de aceleração de U o par adicional de vórtices diminui e desaparece, e a magnitude de V aumenta no sentido negativo. Para $Re > 230$, a oscilação local da componente V ocorre apenas para valores positivos, o que significa que localmente o escoamento ocorre no sentido do centro da secção transversal. A Figura 13.9 confirma este resultado, mostrando que as oscilações resultam apenas num ligeiro aumento e diminuição do par adicional de vórtices, que está presente durante uma oscilação completa.

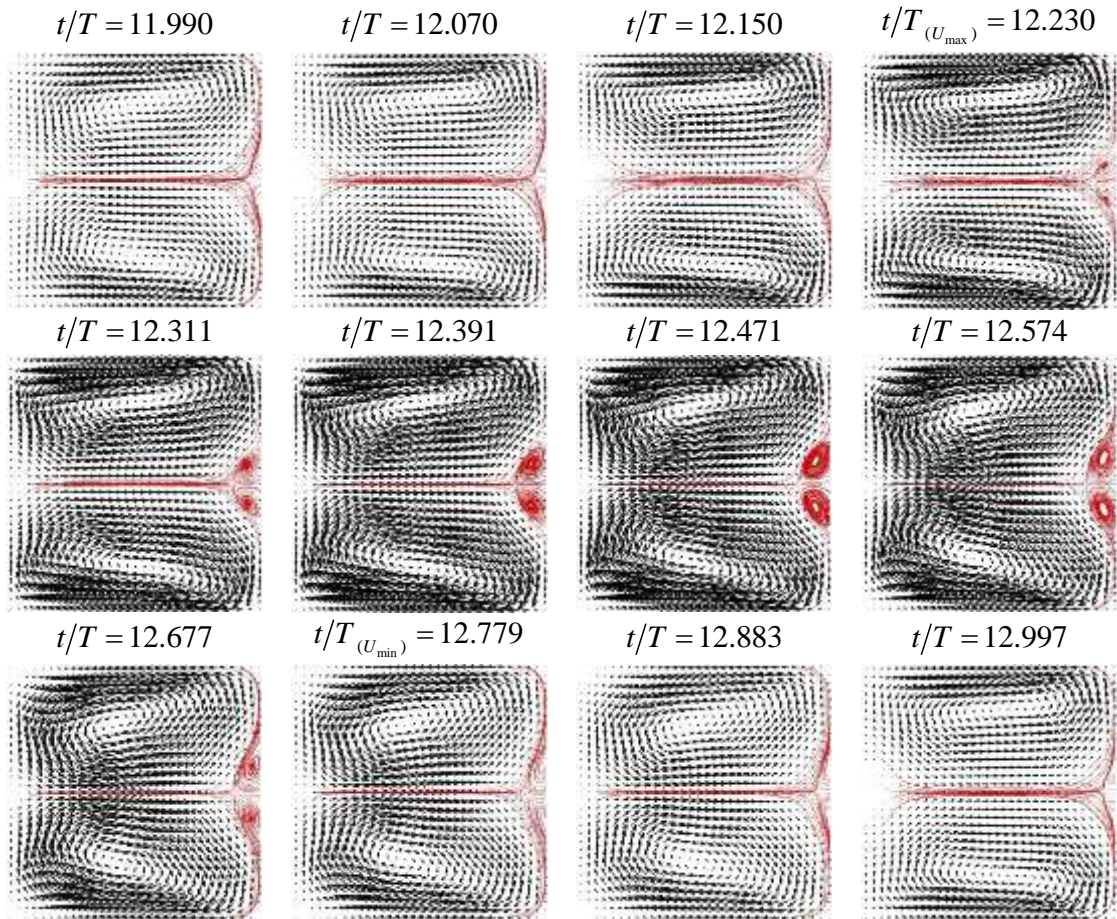


Figura 13.8- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 230$, para $AK = 20.00$ e $T = 4.37$.

A variação do padrão do escoamento secundário com a pulsação resulta também no deslocamento do centro dos vórtices principais na secção transversal. O trajecto percorrido por este ponto (centro do vórtice principal da metade superior da secção transversal), ao longo de uma oscilação, é ilustrado na Figura 13.10, para os casos representados desde a Figura 13.7 à Figura 13.9. O trajecto percorrido pelo centro do vórtice principal é análogo para os diferentes valores de Re . No entanto, o aumento de Re resulta no deslocamento do centro do vórtice no sentido da parede lateral superior e da parede interior da curva. Este comportamento é uma consequência do aparecimento e aumento em tamanho dos vórtices adicionais junto da parede exterior da curva, ilustrado nas figuras anteriores, que empurram o escoamento transversal na direcção destas paredes (Figura 13.10).

Nas figuras apresentadas a seguir, é avaliado o efeito dos parâmetros do escoamento pulsante de entrada desta vez para inércia mais elevada, tal como efectuado anteriormente para $Re = 25$.

Na Figura 13.11 é avaliado o efeito do parâmetro AK com $Re = 250$ e $T = 1.0$, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Tal como no caso para $Re = 25$ (Figura 13.2), o aumento de AK , num intervalo $5.00 \leq AK \leq 20.00$, resulta apenas no aumento da amplitude das oscilações

produzidas pelo escoamento pulsante, em particular na componente axial (Figura 13.11-a). A Figura 13.11 mostra ainda que o desenvolvimento do escoamento é dirigido em primeiro lugar pela inércia e pelo efeito da força centrífuga produzida pela curvatura da geometria, que definem a linha de evolução das componentes da velocidade ao longo do tempo. Por sua vez, o escoamento pulsante à entrada do canal produz oscilações no escoamento, mas não altera significativamente quer a distribuição da velocidade axial quer o padrão do escoamento secundário. Este resultado é verificado na Figura 13.12, onde se confirma que a distribuição de U na secção transversal e do padrão de escoamento secundário praticamente não se alteram durante a oscilação tanto para $AK = 5.00$ como para $AK = 20.00$ (Figura 13.12): a região de magnitude máxima de U encontra-se deslocada no sentido da parede exterior da curva (devido à inércia e à curvatura) e apenas se verifica um ligeiro aumento e diminuição da magnitude da região máxima de U ; já o padrão do escoamento secundário é constituído por dois pares de vórtices, em que o par adicional de vórtices é muito reduzido (daí o sinal negativo da componente V ilustrado na Figura 13.11-b), mas a pulsação do escoamento afecta pouco ou nada o tamanho destes vórtices.

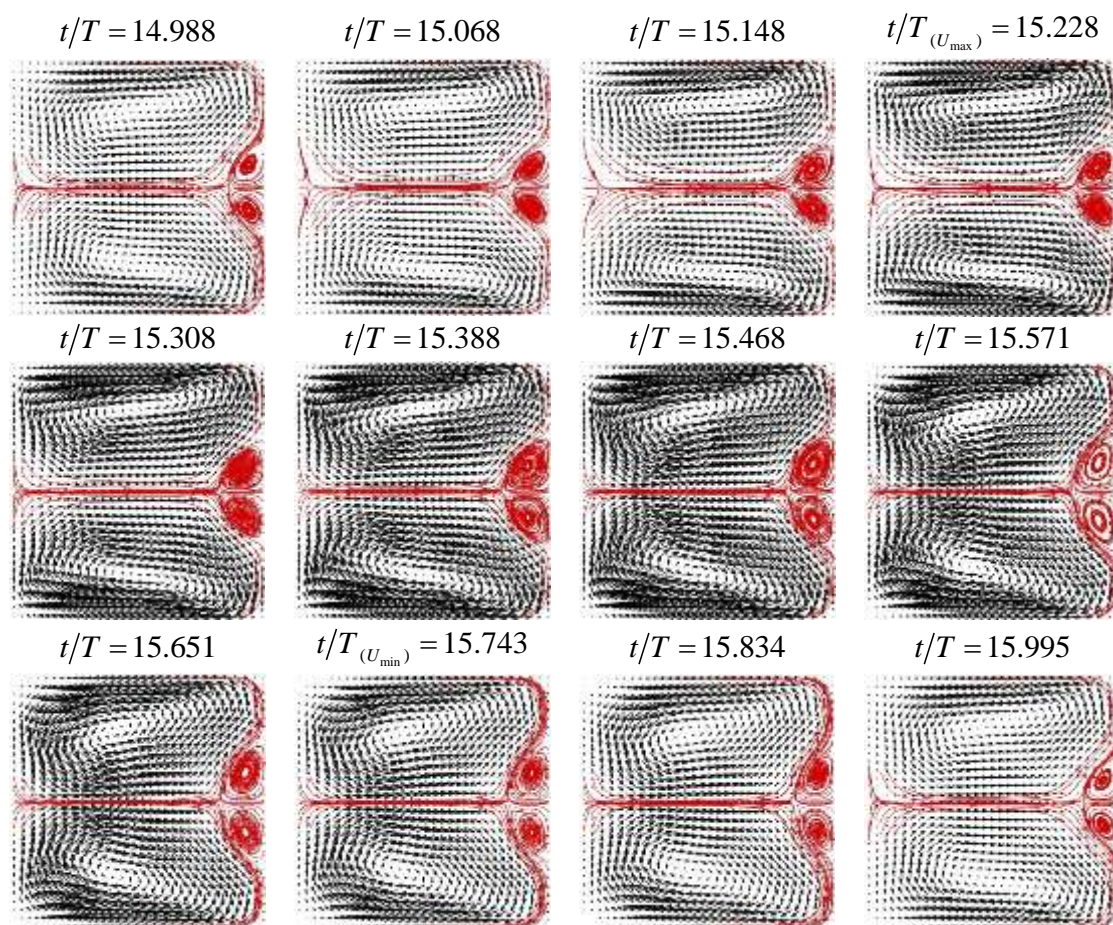


Figura 13.9- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$ e $T = 4.37$.

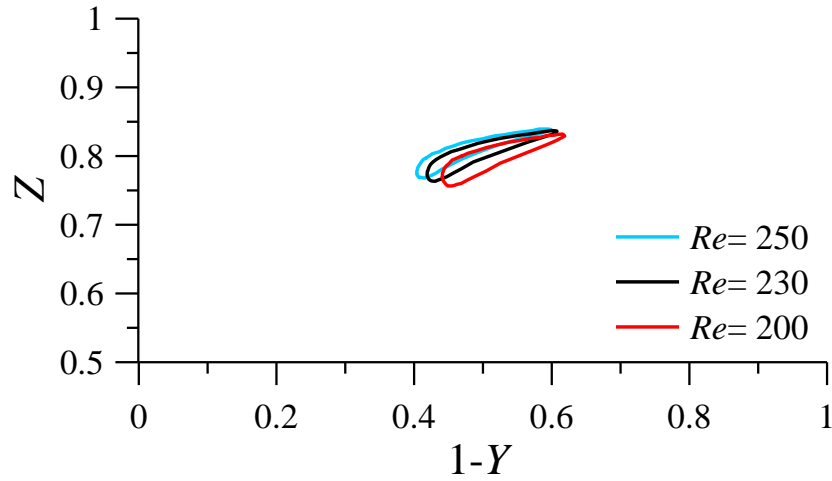


Figura 13.10- Variação da posição do centro do vórtice principal, na metade superior da secção transversal, ao longo de uma oscilação. Resultados referentes à Figura 13.5, Figura 13.7, Figura 13.8 e Figura 13.9.

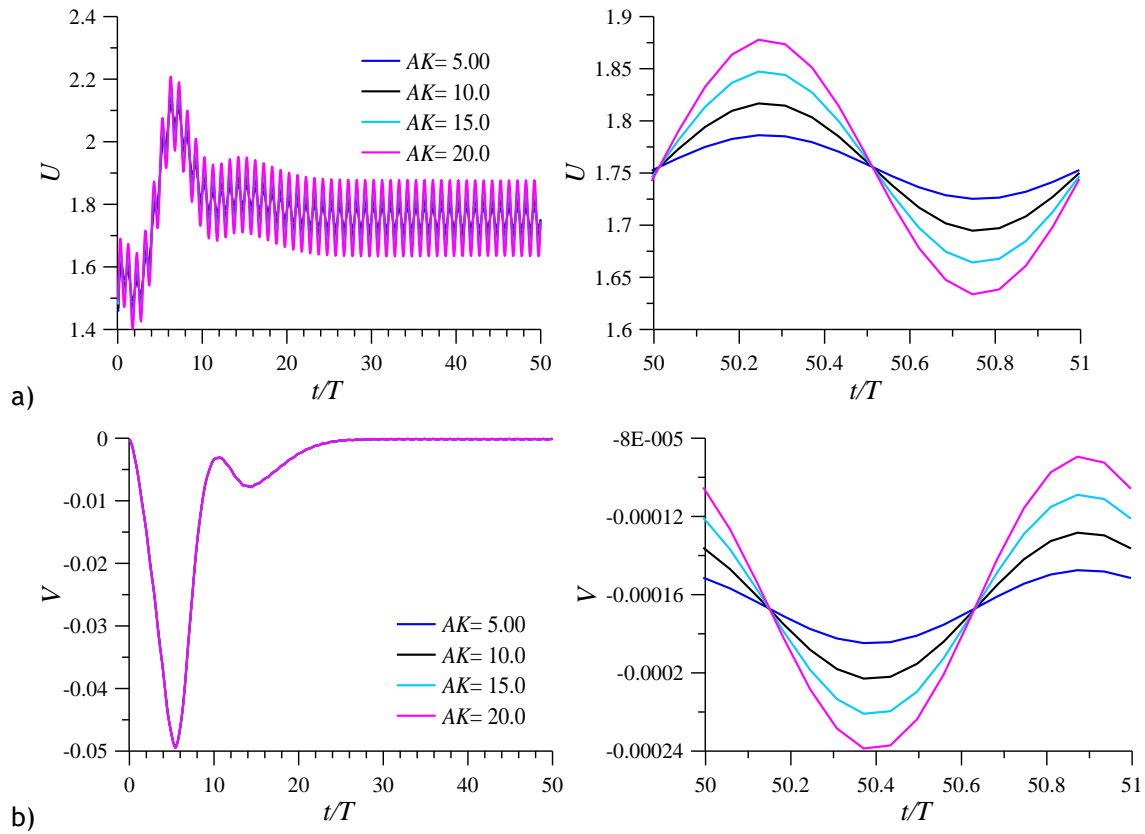


Figura 13.11- Variação da evolução de: a) U e b) V com AK , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $T = 1.0$.

A Figura 13.11 e Figura 13.12 revelam ainda que o escoamento pulsante à entrada antecipa o desenvolvimento do par adicional de vórtices, comparativamente ao escoamento estacionário para o mesmo valor de inércia. No Capítulo 7, mostrou-se que o par adicional de

vórtices desenvolve-se em escoamento estacionário quando $Re > 300$ para $R_c = 7.5$, mas para escoamento pulsante desenvolve-se para $Re = 250$, embora com tamanho e intensidade reduzidos, mesmo para condições de pulsação mais débeis.

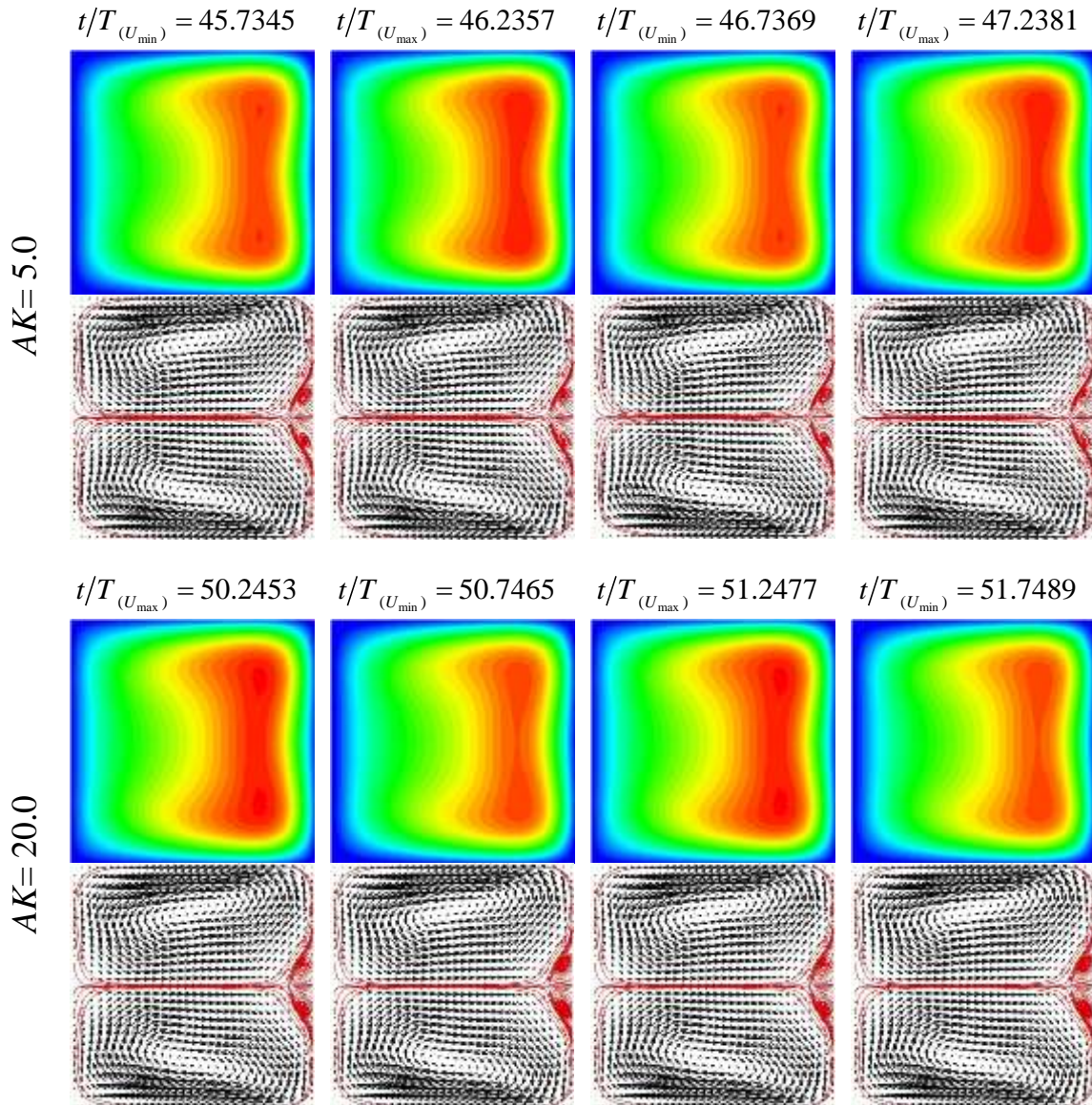


Figura 13.12- Evolução da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$ e $T = 1.0$.

O efeito de T sobre as componentes da velocidade do escoamento newtoniano é ilustrado na Figura 13.13 para o caso partícula com $Re = 250$ e $AK = 20.00$, na posição angular $\theta = 150^\circ$.

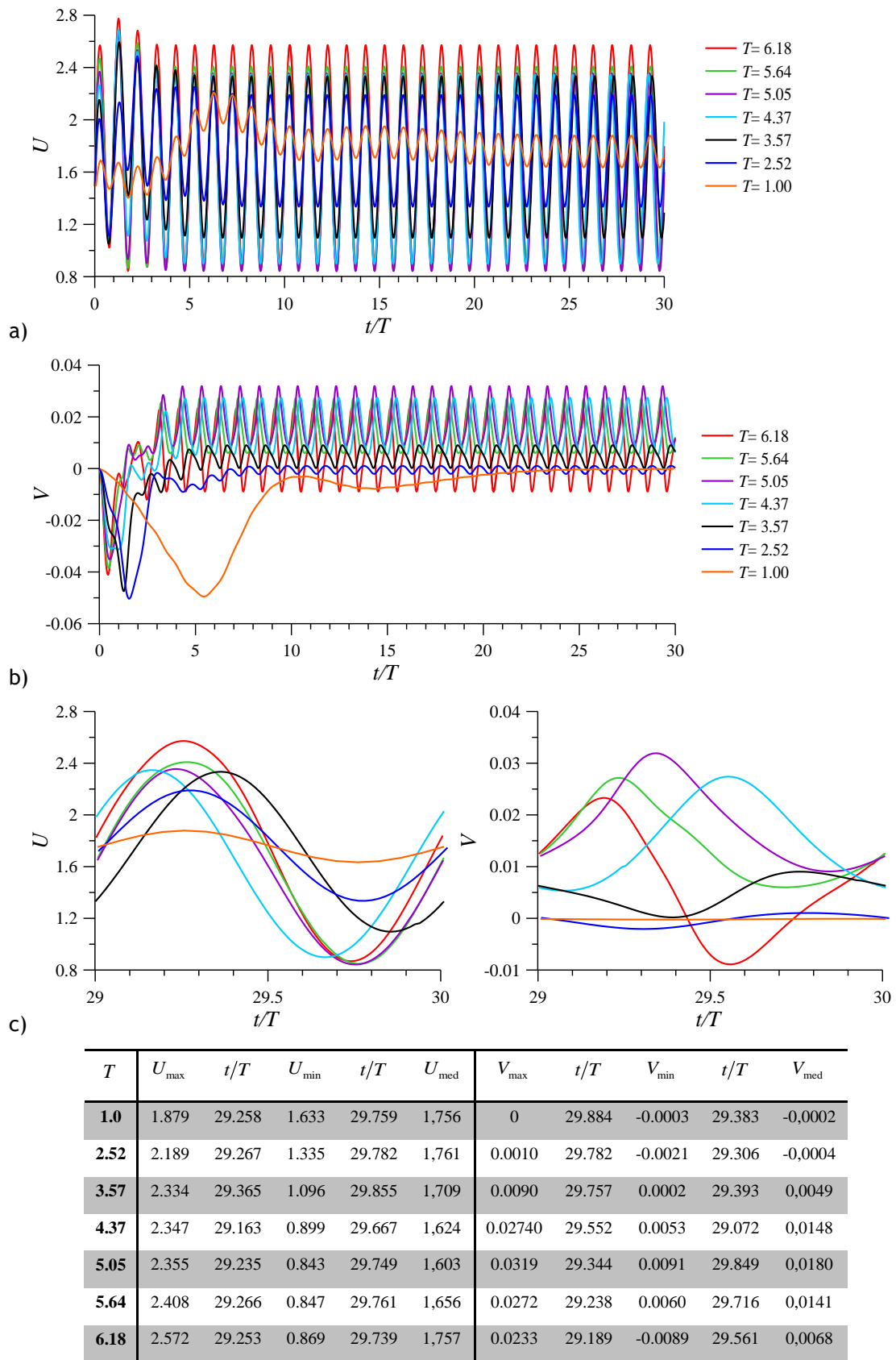


Figura 13.13- Variação da evolução de: a) U e b) V com T e c) pormenor para uma oscilação, ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$.

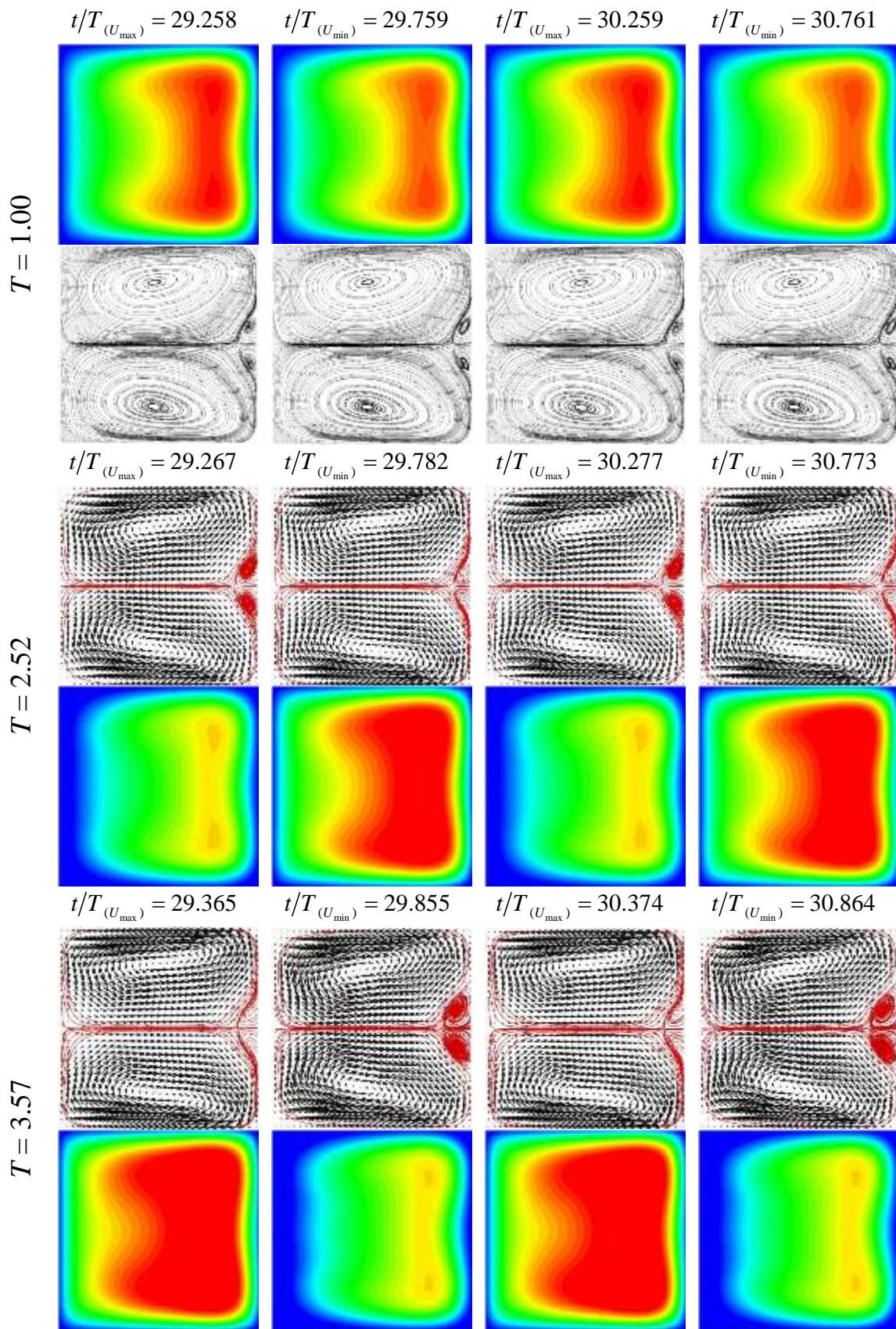


Figura 13.14- Evolução da distribuição de U e do padrão de escoamento secundário com $T = 1.00$, $T = 2.52$ e $T = 3.57$, ao longo de uma oscilação, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$.

A Figura 13.13 mostra que a diminuição do período T de oscilação resulta na aproximação da linha de evolução local da componente axial do escoamento não-estacionário, da linha de evolução local do escoamento estacionário, para o mesmo valor de inércia. Além disso, o aumento de T resulta no aumento da amplitude das oscilações e na diminuição do tempo (normalizado com o período) necessário para atingir o desenvolvimento completo cíclico. Na região de desenvolvimento completo cíclico, observa-se que o aumento de T aumenta o valor máximo de U , mas a variação de U_{med} não é linear (Figura 13.13-c).

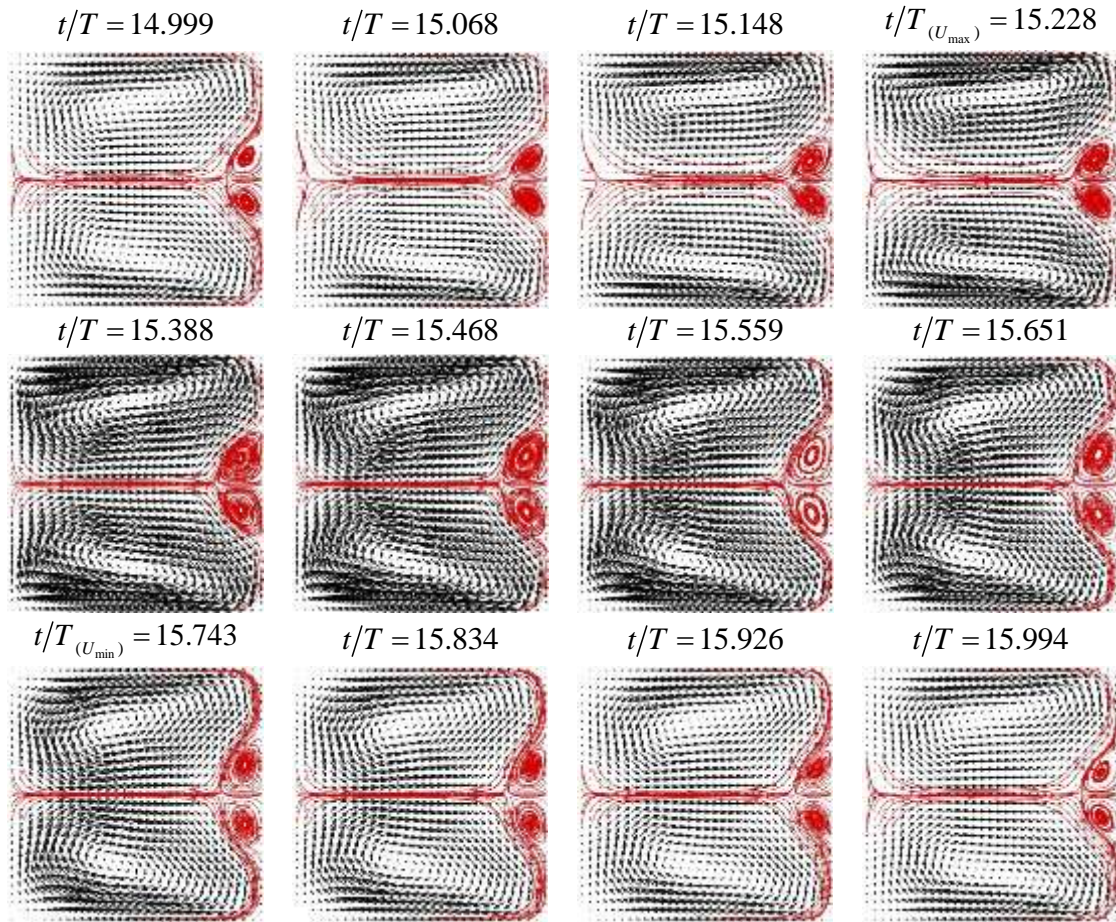


Figura 13.15- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$ e $T = 4.37$.

A Figura 13.13-b mostra também que o aumento de T produz alterações consideráveis nas oscilações locais de V , e a variação dos valores V_{max} e V_{med} não é linear, indicando mudanças significativas no sentido de circulação do escoamento transversal local e do padrão de escoamento secundário.

Assim, para $T = 1.00$ a amplitude da oscilação de V é consideravelmente reduzida e apresenta sinal negativo. A Figura 13.14 mostra que o escoamento secundário desenvolve segundo par de vórtices, mas é muito reduzido e, por esse motivo, não se verifica alteração do sinal local na Figura 13.13-b e Figura 13.13-c. Além disso, as oscilações produzidas pelo

escoamento pulsante são demasiadamente reduzidas para desenvolver alterações significativas quer no escoamento axial quer no escoamento secundário (Figura 13.14).

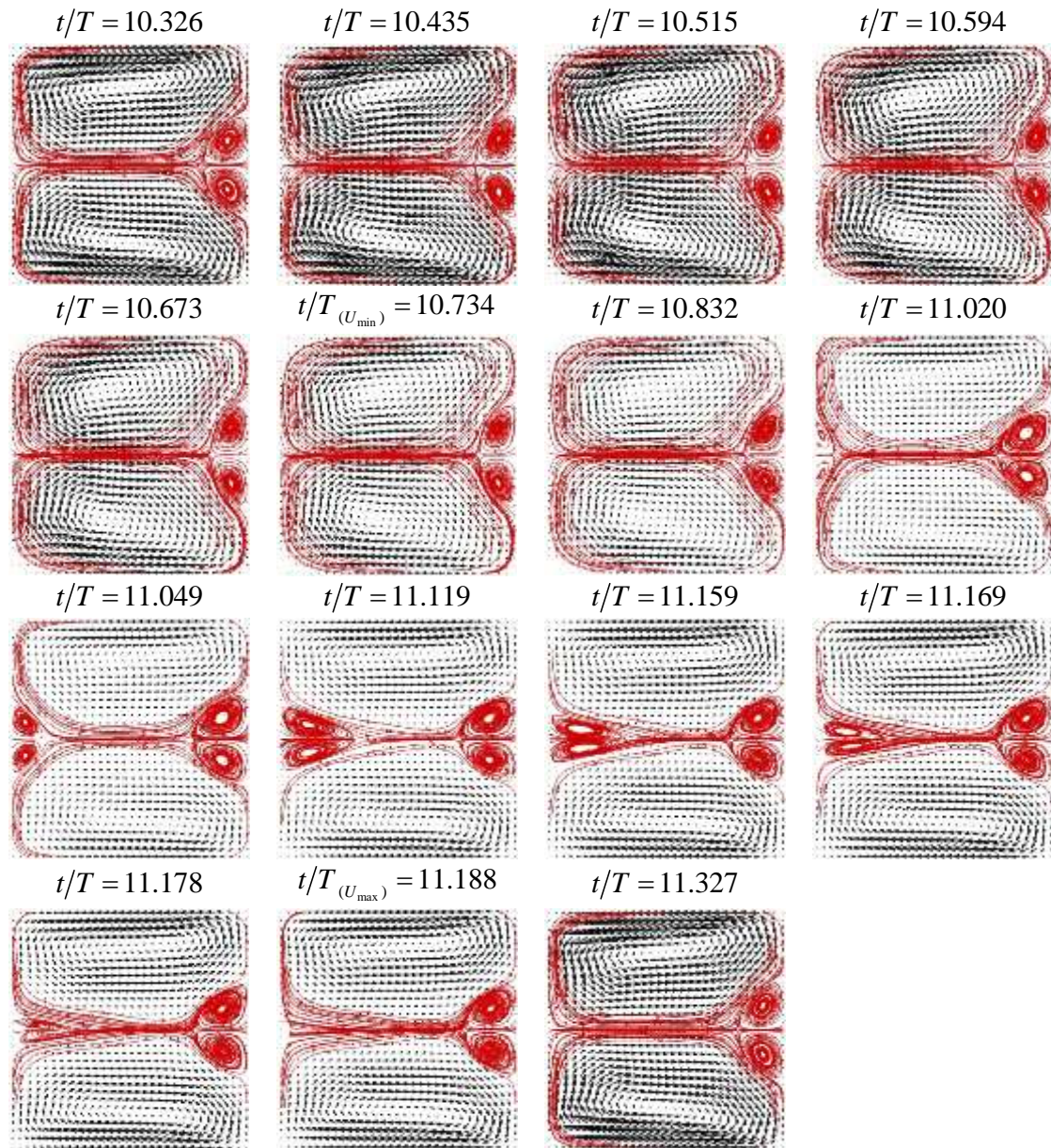


Figura 13.16- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$ e $T = 5.05$.

Aumentando T para $T = 2.52$, as oscilações de U e de V aumentam em amplitude, e V passa a ser positiva no ponto máximo da oscilação e negativo no ponto mínimo (Figura 13.13-c). A Figura 13.14 mostra que o escoamento pulsante faz variar consideravelmente a magnitude da região de velocidade axial máxima, e o padrão do escoamento secundário varia entre um e dois pares de vórtices. O mesmo comportamento é observado quando $T = 3.57$ (Figura 13.13 e Figura 13.14). Nestes casos, o par adicional de vórtices surge na região de desaceleração da velocidade axial e aparece na região de aceleração (Figura 13.14).

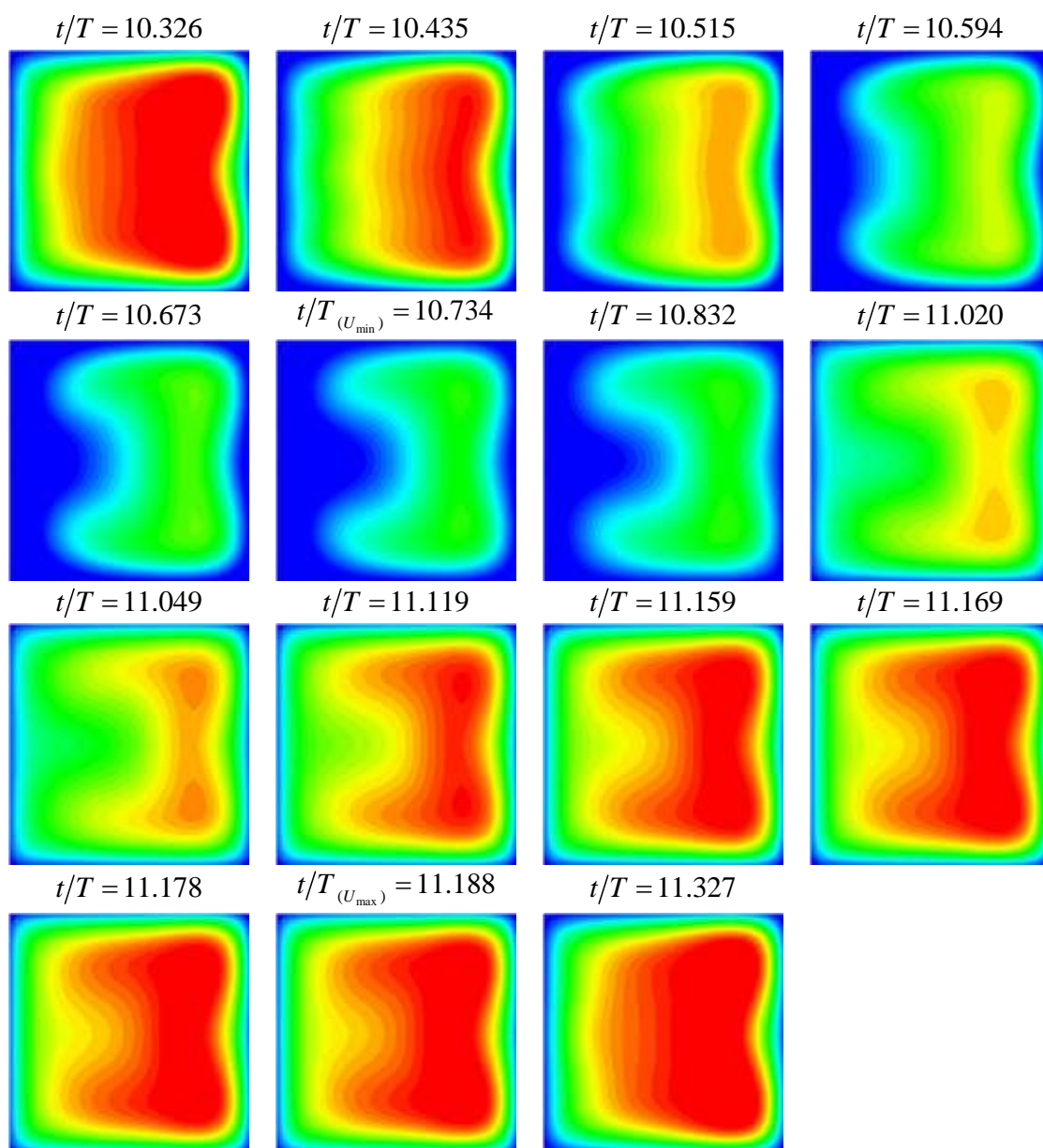


Figura 13.17- Evolução da distribuição de U ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$ e $T = 5.05$.

Para $T = 4.37$ (Figura 13.13 e Figura 13.15), o par adicional de vórtices não desaparece com a pulsação, provocando apenas o aumento e diminuição do tamanho destes, e, consequentemente, o sinal local da componente transversal é sempre positivo.

Aumentando T para $T = 5.05$ (Figura 13.13, Figura 13.16 e Figura 13.17) a variação local de U e V indica que o par adicional de vórtices persistem durante a oscilação. Quando observada a evolução do padrão de escoamento secundário ao longo do tempo, na Figura 13.16, verifica-se que novas alterações ocorrem no escoamento: surge um novo par de vórtices reduzido, desta vez, junto da parede interior da curva, na região de aceleração da velocidade axial. Este terceiro par de vórtices aparece e desaparece durante a oscilação. A distribuição da velocidade axial (Figura 13.17) varia em magnitude com a pulsação em toda a

secção transversal, mas a região máxima de U mantém-se junto da parede exterior da curva por acção da força centrífuga. Este comportamento é verificado também para $T = 5.64$ (Figura 13.18) e para $T = 6.18$ (Figura 13.19). No primeiro caso (Figura 13.18), os vórtices junto da parede interior aumentam consideravelmente em tamanho e estendem-se ao longo do plano central, comparativamente ao caso $T = 5.05$ (Figura 13.17), e o par adicional junto da parede exterior da curva não desaparece durante a oscilação, mas varia em tamanho. Já no segundo caso (Figura 13.19), os dois pares adicionais de vórtices aparecem e desaparecem durante a oscilação: na região de aceleração de U , os dois pares adicionais desenvolvem-se e aumentam em tamanho; depois, diminuem e desaparecem, quando U atinge o máximo local.

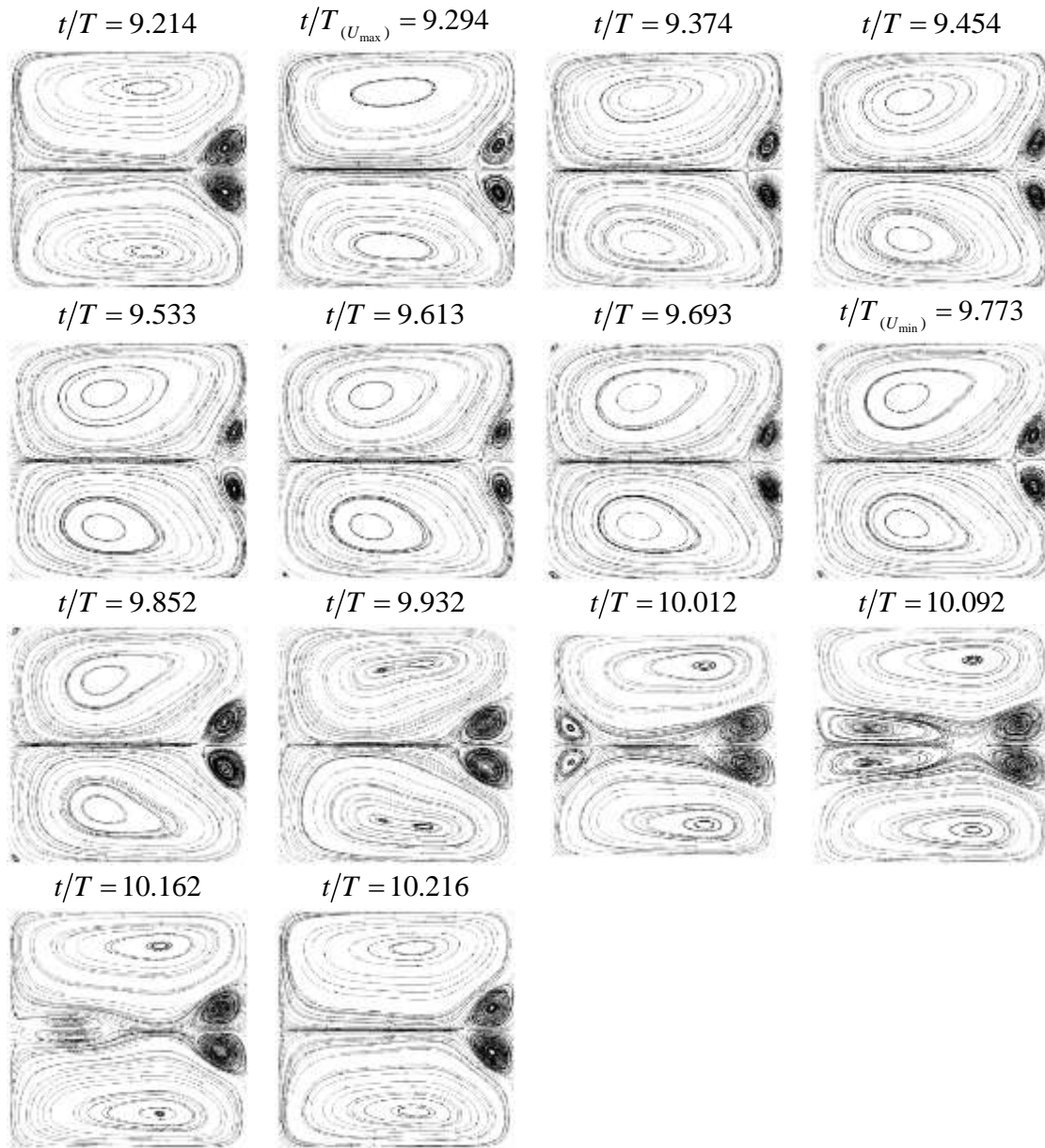


Figura 13.18- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$ e $T = 5.64$.

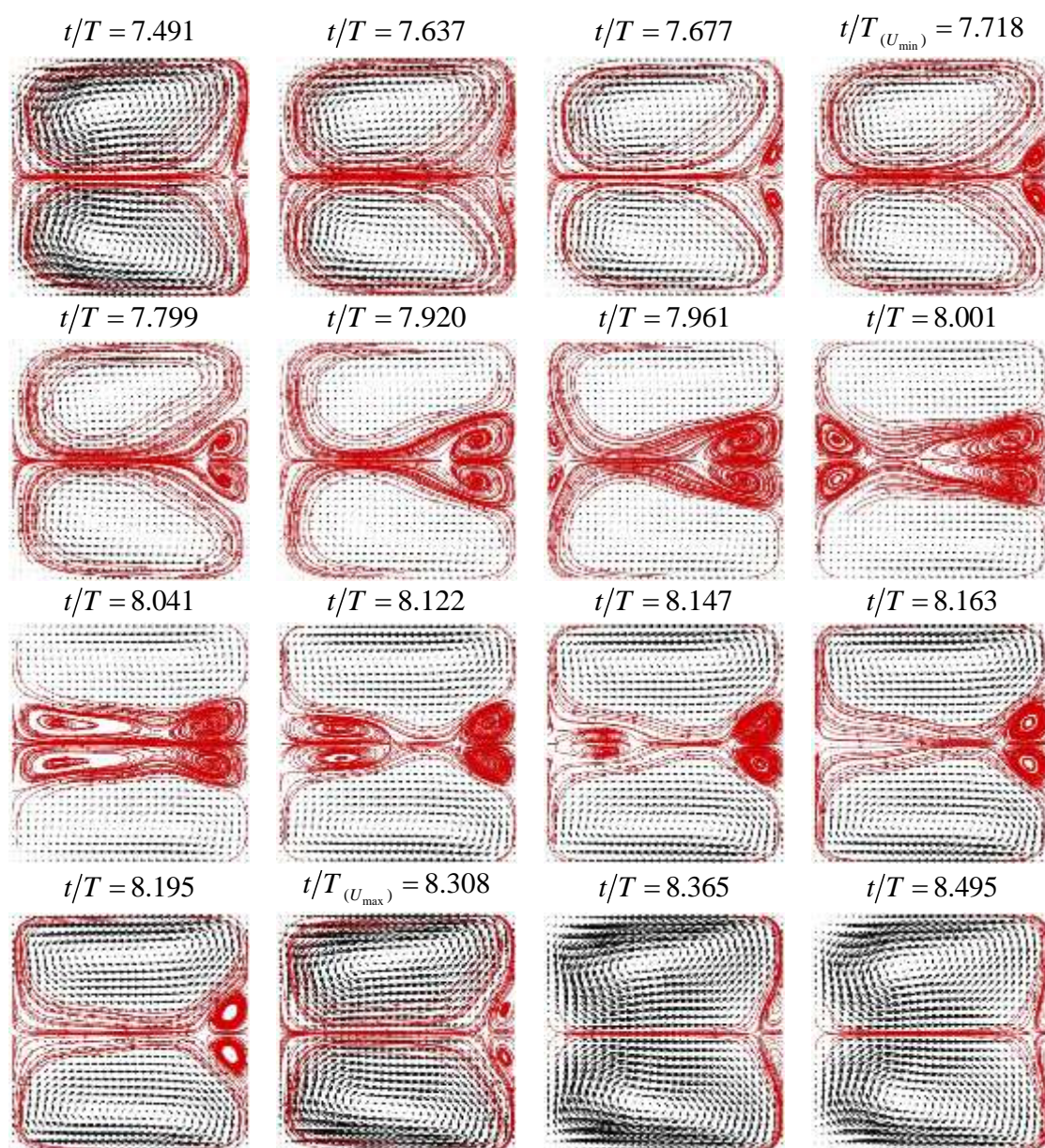


Figura 13.19- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$ e $T = 6.18$.

Também para $T = 8.00$ (Figura 13.20) se desenvolve um par adicional de vórtices tanto junto da parede interior como da parede exterior da curva. Comparativamente aos casos anteriores, o par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva é maior que o par adicional junto da parede interior da curva. Porém, o segundo par adicional, em vez de aumentar ao longo do plano central, como nos casos anteriores, aumenta ao longo da parede interior, da mesma forma que o par adicional de vórtices localizado junto da parede exterior da curva (Figura 13.20). Além disso, estes dois pares de vórtices aparecem e desaparecem durante a oscilação produzida pelo escoamento pulsante, tal como no caso anterior. O aumento da magnitude da velocidade axial (aceleração axial), diminui o par adicional de vórtices junto da parede exterior com a consequente diminuição da velocidade transversal, e

forma-se o par de vórtices junto da parede interior da curva que aumenta em tamanho. Depois que ambos os pares de vórtices atingem aproximadamente o mesmo tamanho, ambos diminuem em tamanho até que desaparecem, onde a velocidade axial local atinge o seu valor máximo ($t/T = 8.294$ na Figura 13.20). Em seguida, a velocidade axial local começa a diminuir (desaceleração axial), o par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva desenvolve-se novamente e aumenta em tamanho, até que a magnitude local de U atinge novamente o valor mínimo ($t/T = 7.831$ na Figura 13.20), iniciando novo ciclo.

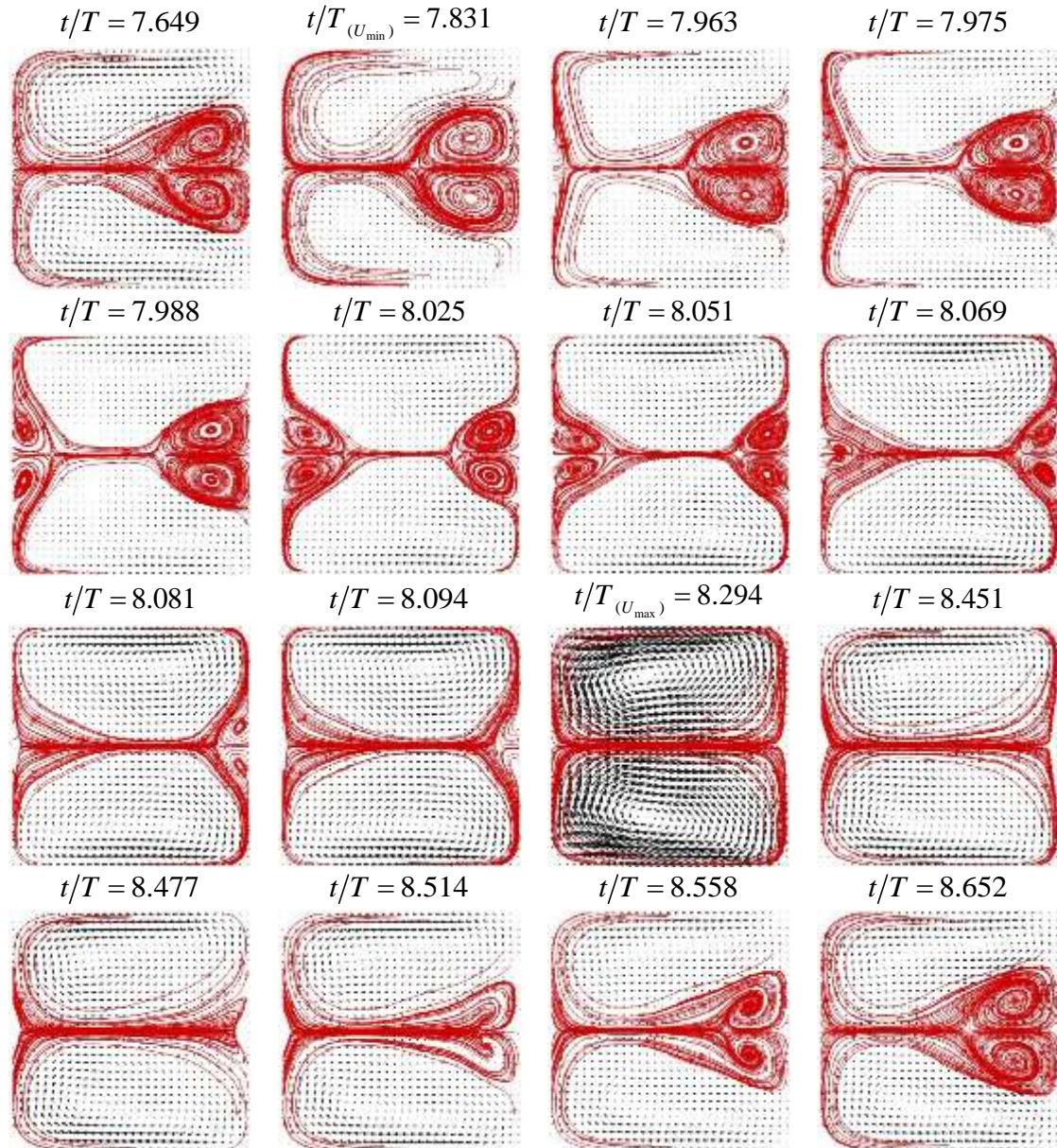


Figura 13.20- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$ e $T = 8.00$.

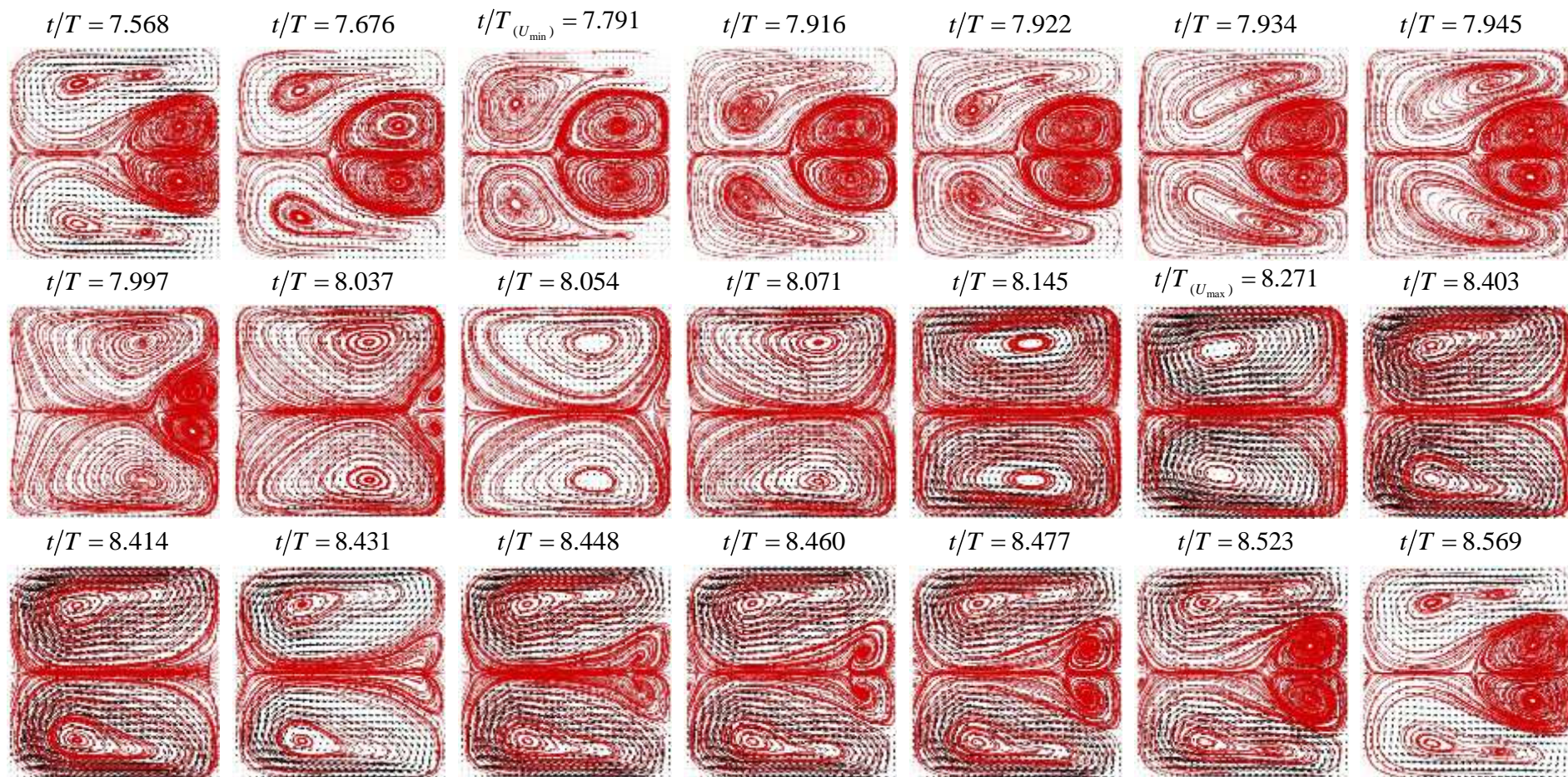


Figura 13.21- Evolução do padrão de escoamento secundário ao longo de uma oscilação completa, na posição angular $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano com $Re = 250$, para $AK = 20.00$ e $T = 8.74$.

O posterior aumento de T para $T = 8.74$ (Figura 13.21), resulta num aumento bastante significativo em tamanho do par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva, mas não se observa a formação do par de vórtices junto da parede interior da curva. Neste caso, o par adicional de vórtices aparece e desaparece com a oscilação produzida pela pulsação do escoamento à entrada (Figura 13.21): a aceleração axial, até à magnitude máxima da componente axial local para $t/T = 8.271$, faz desaparecer o par adicional de vórtices; e a desaceleração axial faz aparecer novamente o par adicional de vórtices; e assim sucessivamente.

A variação de T no intervalo $1.00 \leq T \leq 8.87$, revela alterações significativas no padrão de escoamento secundário durante a oscilação. Porém, não se observa o desenvolvimento do escoamento de Lyne na geometria e condições de escoamento considerados, ao contrário de Zalosh & Nelson (1973), Sudo et al (1992) e Timité et al (2010) que mostraram este tipo de escoamento em curvas de secção circular. Para o comprimento do canal aqui admitido, o escoamento é, em geral, do tipo em desenvolvimento. Os resultados indicam que, para as condições assumidas, o escoamento pulsante atinge o desenvolvimento completo cíclico no tempo, mas nada dizem sobre o desenvolvimento completo no espaço. Por esse motivo, e na ausência de resultados para comparar, as diferenças registadas entre os resultados apresentados e os resultados publicados por diferentes autores podem estar associadas à geometria da curva: configuração da secção transversal e comprimento angular.

Nos estudos referenciados anteriormente, os resultados referem-se a canais curvos com secção transversal circular, enquanto aqui é considerada secção transversal quadrada. A configuração circular da secção transversal parecem antecipar o desenvolvimento do escoamento de Lyne, comparativamente à configuração da secção transversal quadrada. As paredes curvas da secção transversal circular parecem favorecer a acomodação dos vórtices principais, que se estendem ao longo destas paredes, envolvendo os vórtices adicionais que se desenvolvem no centro da secção transversal (ou de Lyne), durante a pulsação. Esta configuração do escoamento secundário permite que os vórtices de Lyne se mantenham no centro da secção transversal, aumentem consideravelmente em tamanho, até que passam a dominar o escoamento secundário. Já para secção transversal quadrada, porém, a distribuição dos vórtices principais não permitem o desenvolvimento dos vórtices de Lyne, no centro da secção transversal. Ao invés, observa-se o desenvolvimento de dois pares de vórtices adicionais, junto das paredes interior e exterior da curva, que, durante a oscilação, se estendem ao longo do plano central, mas não “descolam” das paredes.

Os resultados apontam para a necessidade de condições de pulsação mais agressivas para que o escoamento de Lyne se desenvolva em escoamento de fluido newtoniano através de curva com secção transversal quadrada, comparativamente à secção transversal circular. No escoamento estacionário, pelo contrário, as paredes rectas da secção transversal favorecem o desenvolvimento do escoamento secundário e dos vórtices de Dean junto da parede exterior da curva, comparativamente à secção transversal circular. Este facto parece ser também uma contribuição importante para a inibição do desenvolvimento dos vórtices de Lyne.

13.2.2. Fluido viscoelástico

O escoamento pulsante é avaliado nesta secção para fluido viscoelástico FENE-P e FENE-CR. A análise do escoamento para os modelos viscoelásticos é efectuada da mesma forma que para o escoamento newtoniano. O efeito dos parâmetros do escoamento pulsante de entrada são avaliados, assim como, o efeito dos parâmetros viscoelásticos, tais como, a elasticidade, a extensibilidade e o parâmetro de retardamento.

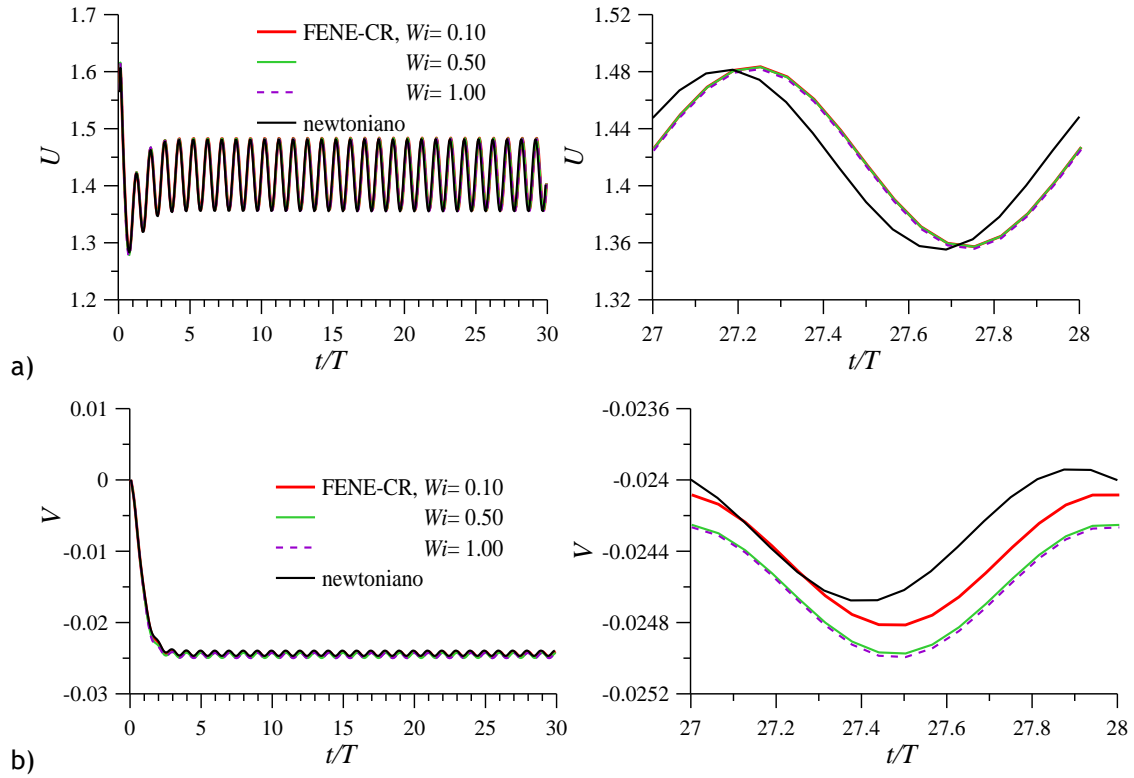


Figura 13.22- Variação da evolução de: a) U e b) V com Wi , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 25$, $\beta = 0.90$, $L^2 = 10$, para $AK = 1.00$ e $T = 1.00$.

Os resultados, apresentados em seguida, mostram que o efeito do modelo de fluido considerado é pouco significativo na evolução do padrão de escoamento secundário pulsante. Isto é, o desenvolvimento do escoamento pulsante de fluido viscoelástico revela ser muito semelhante ao verificado para o caso newtoniano para as mesmas condições pulsantes do escoamento consideradas.

As Figura 13.22, Figura 13.23 e Figura 13.24 mostram que para fluido FENE-CR com $Re = 25$, a elasticidade, a extensibilidade e o parâmetro de retardamento, respectivamente, não alteram o padrão de escoamento secundário, comparativamente ao caso newtoniano. Isto é, na gama de valores considerada, o padrão é semelhante ao caso newtoniano ilustrado na Figura 13.3. Para parâmetro do gradiente de pressão oscilante $AK = 1.00$ e $T = 1.00$, a amplitude das oscilações da velocidade axial local depende apenas do modelo viscoelástico e

não é alterada pela elasticidade (Figura 13.22-a). Já a magnitude absoluta da componente transversal aumenta com o aumento da elasticidade, que é maior para o modelo viscoelástico (Figura 13.22-b).

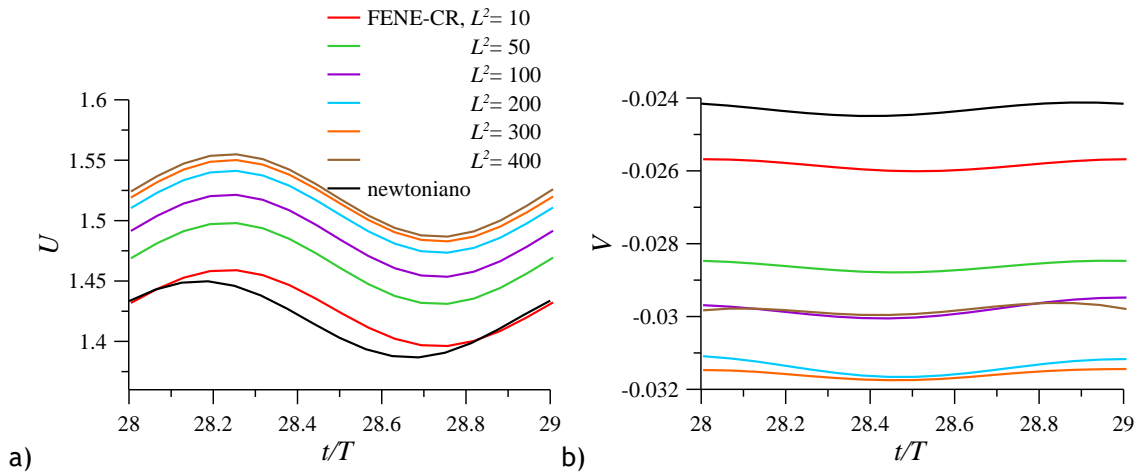


Figura 13.23- Variação da evolução de: a) U e b) V com L^2 , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 25$, $Wi = 0.50$, $\beta = 0.50$, para $AK = 0.50$ e $T = 1.00$.

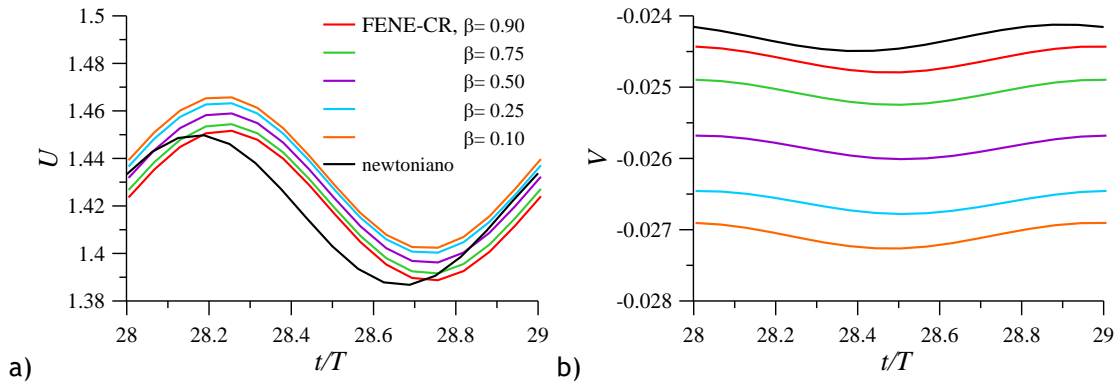


Figura 13.24- Variação da evolução de: a) U e b) V com β , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 25$, $Wi = 0.50$, $L^2 = 10$, para $AK = 0.50$ e $T = 1.00$.

O efeito da extensibilidade, no entanto, revela ser mais acentuada comparativamente ao efeito da elasticidade (Figura 13.23). A Figura 13.23 mostra que o aumento de L^2 resulta num aumento da magnitude absoluta local quer da velocidade axial quer da componente transversal da velocidade, sendo sempre menor para o caso newtoniano. Apesar das diferenças locais registadas na Figura 13.23, o padrão do escoamento transversal é semelhante ao caso newtoniano (por exemplo, da Figura 13.3), onde o padrão de escoamento secundário é constituído apenas pelo par principal de vórtices.

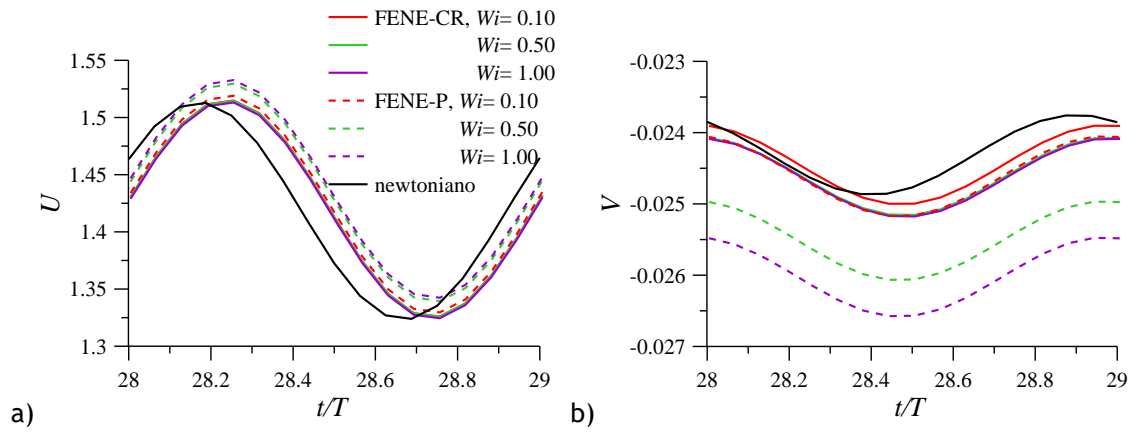


Figura 13.25- Variação da evolução de: a) U e b) V com Wi , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Comparação entre fluido newtoniano, FENE-CR e FENE-P com $Re = 25$, $\beta = 0.90$, $L^2 = 10$, para $AK = 1.50$ e $T = 1.00$.

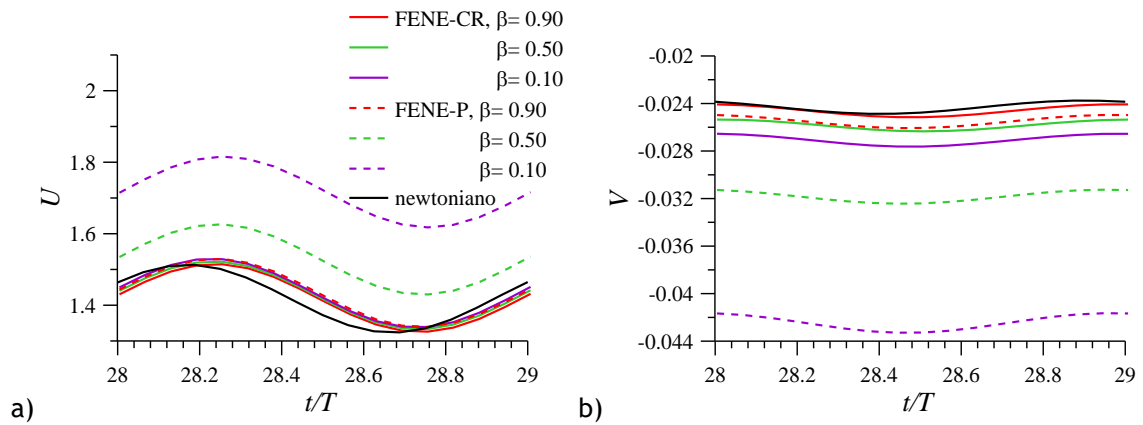


Figura 13.26- Variação da evolução de: a) U e b) V com β , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Comparação entre fluido newtoniano, FENE-CR e FENE-P com $Re = 25$, $Wi = 0.50$, $L^2 = 10$, para $AK = 1.50$ e $T = 1.00$.

O efeito do parâmetro de retardamento sobre a evolução local das componentes da velocidade é ilustrado na Figura 13.24, para as mesmas condições de escoamento pulsante, onde se verifica que o efeito de β é maior do que o de Wi , mas é menor do que o de L^2 . A diminuição do parâmetro de retardamento tem o mesmo efeito que o aumento da extensibilidade, isto é, resulta no aumento da magnitude absoluta das componentes da velocidade e do seu valor médio durante o período (Figura 13.24).

As Figura 13.25 e Figura 13.26, ilustram o efeito do modelo viscoelástico para $Re=25$. A magnitude de U e V depende consideravelmente do modelo, sendo sempre maior no caso FENE-P, comparativamente ao caso FENE-CR e newtoniano. Os parâmetros Wi e β , acentuam

este efeito, em particular no caso FENE-P. Contudo, o padrão de escoamento é semelhante ao caso newtoniano para os mesmos valores de T e AK .

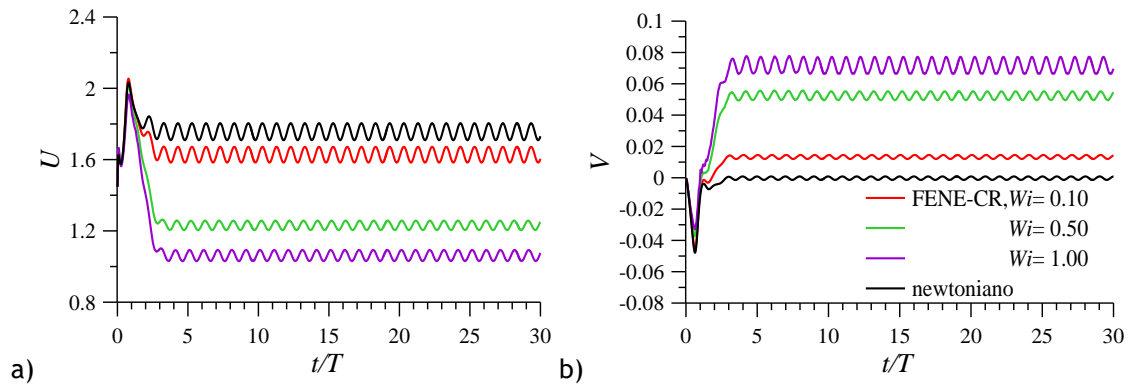


Figura 13.27- Variação da evolução de: a) U e b) V com Wi , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 250$, $\beta = 0.50$, $L^2 = 100$, para $AK = 1.00$ e $T = 6.68$.

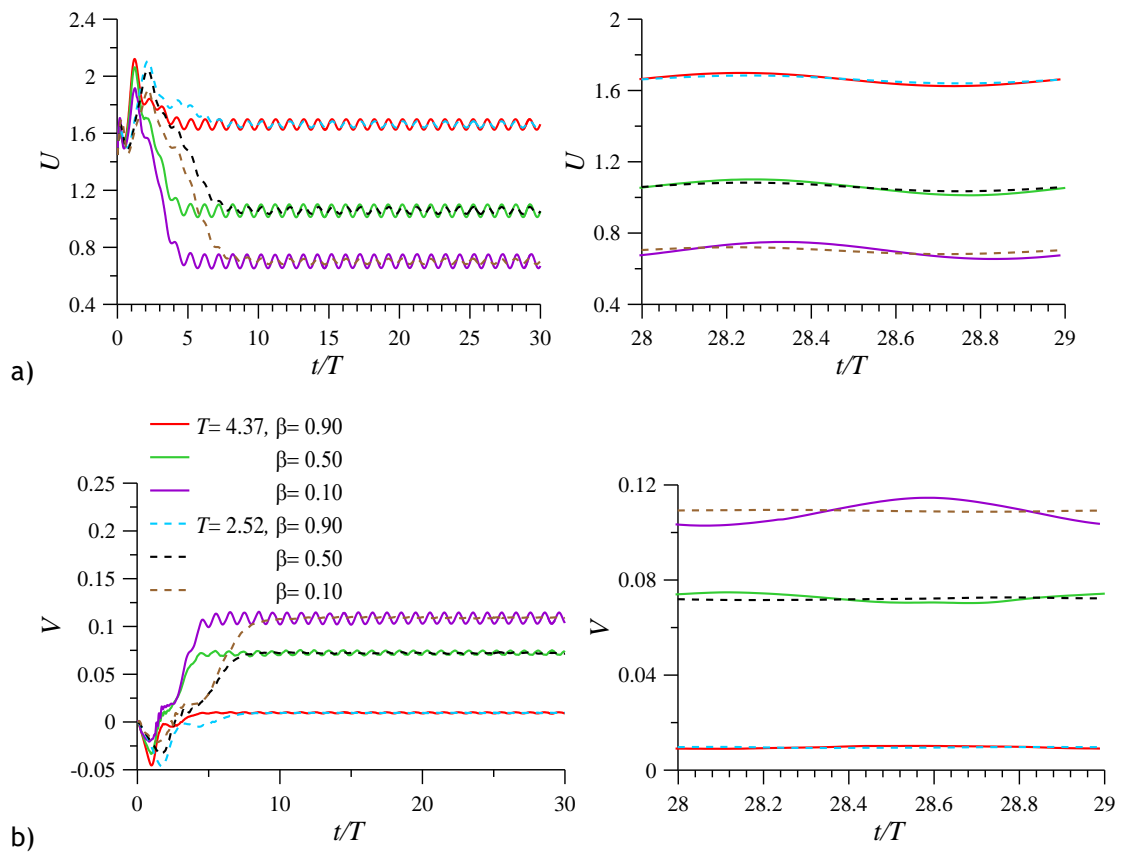


Figura 13.28- Variação da evolução de: a) U e b) V com β , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 250$, $Wi = 1.00$, $L^2 = 100$, para $AK = 1.00$ e diferentes valores de T .

O mesmo tipo de análise é efectuada para $Re = 250$, nas Figura 13.27, Figura 13.28 e Figura 13.29. De uma forma geral, a evolução local das componentes da velocidade são afectadas em primeiro lugar pelo valor da inércia, dos parâmetros viscoelásticos e da elasticidade, comparativamente aos parâmetros do escoamento pulsante de entrada admitidos. Isto é, a magnitude das componentes axial e transversal da velocidade é determinada primeiro pela inércia e pelos parâmetros viscoelásticos, tal como no caso estacionário, e o parâmetro pulsante T determina a amplitude da oscilação local destas componentes (Figura 13.28 e Figura 13.29). A Figura 13.27 mostra que o aumento de Wi resulta na diminuição da magnitude absoluta da componente axial e no aumento da componente transversal, tal como no caso estacionário nas mesmas condições de escoamento. O mesmo tipo de resultados é verificado na Figura 13.28 para a diminuição de β , e na Figura 13.29 para o aumento de L^2 .

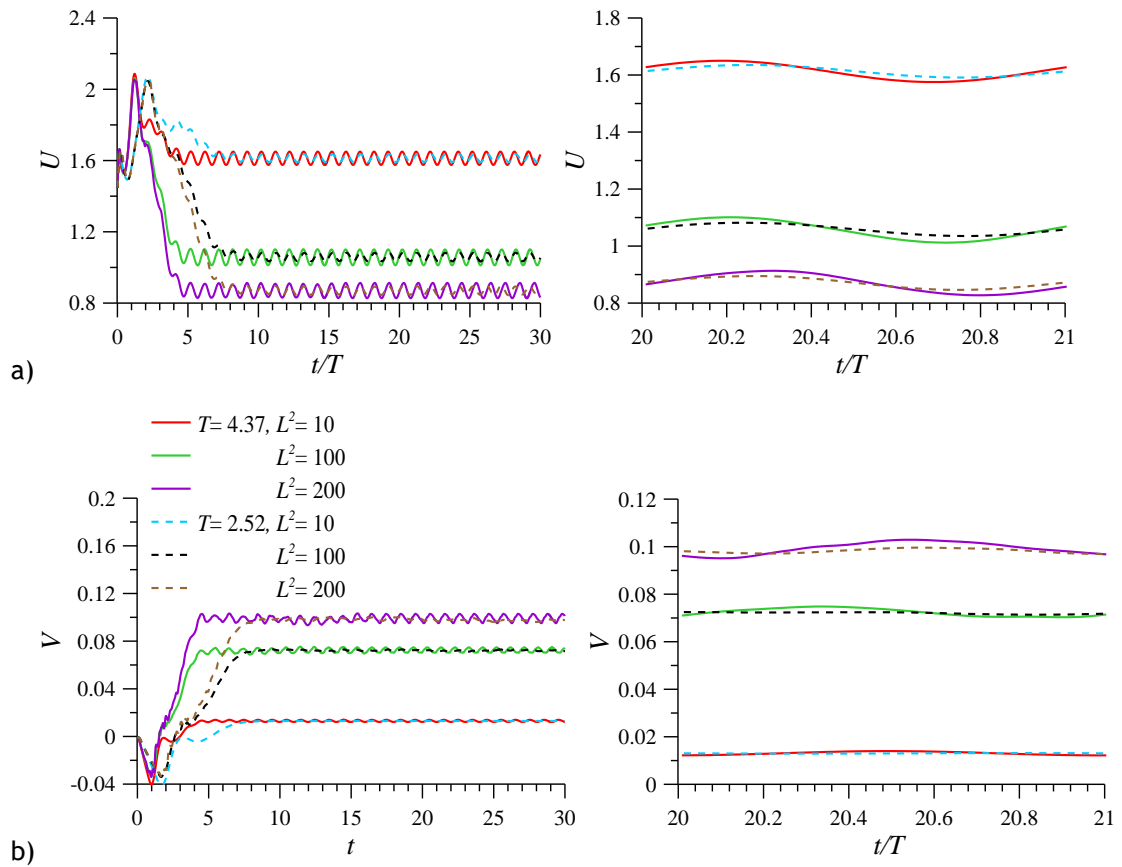


Figura 13.29- Variação da evolução de: a) U e b) V com L^2 , ao longo de t/T , no ponto $(1-Y, Z) = (0.87, 0.50)$ da posição $\theta = 150^\circ$. Fluido newtoniano e FENE-CR com $Re = 250$, $Wi = 1.00$, $\beta = 0.50$, para $AK = 1.00$ e diferentes valores de T .

Embora a magnitude das componentes da velocidade varie com a inércia, a elasticidade, a extensibilidade e o parâmetro de retardamento, as alterações do padrão de escoamento

secundário produzido pelo escoamento pulsante à entrada do canal é semelhante ao caso newtoniano. Para as condições de escoamento consideradas, os modelos viscoelásticos acentuam apenas a variação entre padrões de um e dois pares de vórtices.

Apesar das alterações produzidas pelos modelos e parâmetros viscoelásticos, comparativamente ao caso newtoniano para as mesmas condições de escoamento, não se verificou o desenvolvimento do escoamento de Lyne. Estes resultados vêm confirmar que a secção transversal quadrada inibe o desenvolvimento do escoamento de Lyne.

13.3. Conclusões

Os resultados apresentados mostram que o escoamento de Lyne nem sempre se desenvolve quando é imposto escoamento pulsante à entrada. Não existem resultados publicados sobre o escoamento pulsante através de curva com secção quadrada para comparação, mas é possível concluir que o formato das paredes da secção transversal é decisivo no desenvolvimento deste tipo de escoamento. Aliás, para as condições de escoamento consideradas neste trabalho, não se verificou o desenvolvimento do escoamento de Lyne em curva com secção transversal quadrada, indicando que serão necessárias condições de pulsação e inércia mais acentuadas para que isso se verifique.

Os resultados apresentados permitem também afirmar que existe um valor de T para o qual o efeito da inércia, do modelo de fluido e dos parâmetros viscoelásticos estão em equilíbrio com o efeito dos parâmetros pulsantes. Uma vez que: para T reduzido, o efeito da inércia, do modelo de fluido e dos parâmetros viscoelásticos prevalecem, e a linha de evolução do escoamento é semelhante ao caso estacionário, apesar da existência de oscilações com amplitude reduzida; o aumento de T , e o aumento de AK , resulta em alterações significativas na evolução do padrão de escoamento secundário que pouco ou nada têm em comum com o escoamento estacionário, incluindo o aparecimento e desaparecimento de pares adicionais de vórtices quer na parede interior quer na parede exterior da curva.

Outro factor importante, que poderá estar associado ao não desenvolvimento do escoamento de Lyne na geometria utilizada, é o comprimento angular da curva. Isto é, os resultados aqui apresentados mostram que localmente o escoamento pulsante atinge o desenvolvimento completo no tempo (em que os ciclos de oscilação se repetem), mas nada diz sobre o desenvolvimento no espaço. Ou seja, no estado estacionário, quando o comprimento angular da curva é elevado ($\theta \gg 180^\circ$) observam-se oscilações espaciais na evolução do escoamento com alteração significativa do padrão de escoamento secundário (incluindo o aparecimento de múltiplos pares de vórtices), que não são observadas em curvas com $\theta = 180^\circ$. O mesmo tipo de comportamento poderá ocorrer quando considerado escoamento pulsante.

Capítulo 14.

Conclusão e sugestões para trabalho futuro

14.1. Conclusão

O principal contributo deste trabalho consiste na descrição e caracterização quanto às condições de ocorrência de instabilidades inerciais e viscoelásticas, associadas ou não à presença de inércia, que surgem quando fluidos newtonianos e não-newtonianos com propriedades viscoelásticas fluem através de um canal de secção rectangular com curvatura. A discretização das equações de governo foi feita utilizando o método dos volumes finitos juntamente com a aplicação de um esquema de alta resolução (CUBISTA), por forma a ser possível obter resultados com boa precisão numérica. Os modelos constitutivos reológicos, para os fluidos aqui considerados, são do tipo diferencial e seguem o modelo FENE-CR e o modelo FENE-P. A geometria genérica consiste num canal curvo de comprimento angular igual a $\theta = 180^\circ$, ligado nos dois extremos a canais rectos, um de entrada e outro de saída, com secção transversal rectangular. As principais conclusões tiradas dos resultados apresentados são descritas em seguida.

O Capítulo 5, em que se analisa ao pormenor o escoamento de fluido newtoniano através de curva com secção transversal quadrada, para uma gama de números de Reynolds elevada ($Re \leq 2332$), é incluído como forma de validar o programa de simulação através da comparação com resultados experimentais encontrados na literatura. Os resultados numéricos apresentados vêm não só confirmar o que já era conhecido sobre escoamentos em desenvolvimento de fluido newtoniano em curvas, como também estão em consonância com os resultados experimentais da literatura, validando a precisão do programa numérico. Porém, o escoamento em canais curvos é fortemente dependente da geometria, e é necessário precaução quando são feitas comparações de resultados. O escoamento através de curva resulta essencialmente no desenvolvimento do escoamento secundário constituído, em geral, por: um par de vórtices principal, resultante da geometria do canal, e um par adicional de vórtices junto da parede exterior da curva, resultante do aumento da inércia. O desenvolvimento deste escoamento transversal tem como consequência a redução da velocidade máxima axial e o deslocamento dessa região no sentido da parede exterior da curva, assim como o aumento da velocidade transversal na secção e o aumento da tensão de corte junto da parede exterior da curva.

No Capítulo 6, o mesmo tipo de análise é efectuado pela primeira vez para os modelos viscoelásticos FENE-P e FENE-CR. Os resultados permitem concluir que, independentemente do modelo reológico do fluido, na primeira metade da curva (até 90°) o desenvolvimento do escoamento depende essencialmente da geometria. Na segunda metade da curva, o desenvolvimento do escoamento passa a depender da inércia em todos os modelos reológicos, e no caso dos modelos viscoelásticos passa a depender também da elasticidade e dos parâmetros dos modelos reológicos (elasticidade e parâmetro de retardamento). Para o modelo FENE-CR, o aumento de Re , Wi , L^2 e a diminuição de β , resulta na antecipação e intensificação do desenvolvimento de instabilidades secundárias na secção transversal, e numa evolução mais complexa do escoamento ao longo da curva, comparativamente ao caso newtoniano. Já no modelo FENE-P, o aumento de Wi e a diminuição de β acentua o efeito fluidificante do fluido, antecipando o desenvolvimento do segundo par de vórtices e aumentando consideravelmente o seu tamanho e intensidade. Contudo, o aumento de L^2 praticamente não afecta o desenvolvimento do escoamento secundário para o modelo FENE-P, em condições de elevada inércia e para a gama de Wi considerada. A presença de reofluidificação (“shear-thinning”) actua na mesma direcção da elasticidade do fluido, na medida em que favorece a transição do escoamento secundário de um para dois pares de vórtices.

O par adicional de vórtices, de uma forma geral, não surge a montante da posição angular $\theta \approx 60^\circ$, mas pode surgir a jusante quando as condições de, por exemplo, inércia são mais débeis. O valor de $Re_{crítico}$ de transição, ou de aparecimento do par adicional de vórtices, depende consideravelmente quer do modelo reológico quer da geometria, inércia e parâmetros viscoelásticos. $Re_{crítico}$ é mais reduzido para os modelos viscoelásticos quando comparado com o modelo newtoniano ($Re = 583$), e para o mesmo valor de inércia o aumento de Wi , L^2 e a diminuição de β , antecipa também esta transição. Para os modelos FENE-CR e FENE-P, quando $Re = 486$ o par adicional de vórtices é observado para $Wi > 0.7$, com $\beta = 0.50$ e $L^2 = 100$, mas é antecipado para valores de Wi mais reduzidos quando L^2 é aumentado e β é reduzido.

No Capítulo 7, verificou-se que o escoamento depende fortemente da geometria da curva. A razão de curvatura (R_c) é determinante no desenvolvimento do escoamento, comparativamente a outros factores, tais como o tipo de modelo de fluido, a elasticidade e os parâmetros viscoelásticos. O escoamento em curva apresenta uma evolução característica independentemente da curvatura. A redução da razão de curvatura leva essencialmente a um retardamento do efeito da força centrífuga, que só se faz sentir em posições angulares mais a jusante na curva. Os resultados revelam que, enquanto a curvatura determina a linha de evolução do escoamento, o modelo de fluido, a inércia, a elasticidade e os parâmetros viscoelásticos determinam a magnitude dessa evolução. Além disso, o efeito destes

parâmetros é análogo ao efeito do aumento da inércia, independentemente da razão de curvatura. A diminuição do raio de curvatura resulta também num aumento significativo da magnitude do escoamento transversal. Todavia, apesar de o escoamento secundário ser mais intenso para $R_c = 1.5$ do que para $R_c = 15.1$, a estrutura do escoamento secundário tende a ser mais complexo no segundo caso, para as mesmas condições de escoamento. Além disso, o escoamento mostrou ser menos estável em curvas com razão de curvatura reduzida, em que o escoamento passa a não-estacionário para condições de inércia e de elasticidade mais débeis. A variação de $Dn_{crítico}$ (transição de um para dois pares de vórtices) com R_c , revela que existe um valor de R_c para o qual o valor de $Dn_{crítico}$ é mínimo. Embora, na literatura, este valor não seja consensual, neste trabalho este valor é $R_c = 7.5$.

Para curvas com $R_c \leq 15.1$, o escoamento não pode ser descrito apenas por Dn . Este resultado é verificado quando, para o mesmo de Dn ($Dn = 125$), a diminuição de R_c e da inércia não resulta necessariamente no mesmo tipo de escoamento. Além disso, para um determinado valor de inércia, os vórtices adicionais podem surgir quando o escoamento está em desenvolvimento, mas isso não significa que estes persistam até ao final da curva. Assim, a definição do número de Dean só é válida para curvaturas reduzidas e para escoamento completamente desenvolvido. Os resultados revelaram ainda que, nas geometrias com $R_c \leq 3.5$, existem efeitos da curvatura a montante da secção curva do canal, alterando o perfil de escoamento à entrada da curva.

Admitindo a geometria com $R_c = 1.5$, o efeito da curvatura a montante e a jusante da secção curva do canal foi analisado no Capítulo 8. No final do canal recto de entrada, o escoamento é deslocado no sentido da parede interior da curva por efeito da curvatura. Este movimento do escoamento é independente do modelo reológico, da inércia, da elasticidade e dos parâmetros viscoelásticos, e resulta na diminuição da velocidade axial junto da parede exterior e no aumento junto da parede interior; no desenvolvimento de escoamento transversal cujo sentido é o da parede interior da curva, mas sem formação de vórtices; e o aumento das tensões de corte na parede interior da curva e diminuição na parede oposta. Este deslocamento do escoamento depende fortemente da geometria, uma vez que é observado mesmo para $Re = 1$. A magnitude da velocidade transversal, à saída do canal recto de entrada, diminui com o aumento da inércia, da elasticidade, da extensibilidade e da diminuição do parâmetro de retardamento. Contudo, é sempre maior para fluido newtoniano comparativamente com os fluidos viscoelásticos, e é sempre maior para o modelo FENE-P comparativamente ao modelo FENE-CR. Já a magnitude da velocidade axial é menor para o modelo FENE-P, enquanto no modelo FENE-CR é, em geral, semelhante ao caso newtoniano. A distância a montante da curva, onde o efeito da curvatura se faz sentir, aumenta com a inércia, mas é praticamente independente do modelo reológico e dos parâmetros viscoelásticos.

A jusante da curva, a intensidade do escoamento transversal diminui progressivamente, até que se aproxima de zero quando atinge desenvolvimento completo. Apesar de, no final do canal de saída, o escoamento axial apresentar desenvolvimento completo, o padrão de escoamento secundário é constituído por um par de vórtices com rotação contrária ao padrão de escoamento secundário na curva. A magnitude deste escoamento secundário é muito reduzida, mas justifica o aumento de $Re_{crítico}$ de transição (para regime turbulento) em canal recto a jusante de uma curva, verificado por diferentes autores.

O perfil de velocidade à entrada é um parâmetro importante para a evolução do escoamento em desenvolvimento, ao contrário do que acontece no escoamento completamente desenvolvido. Quando considerado perfil de entrada uniforme, o escoamento requer maior distância axial para desenvolver o escoamento característico das curvas, comparativamente ao escoamento com perfil de entrada completamente desenvolvido. O perfil de entrada uniforme retarda o desenvolvimento do par adicional de vórtices em todas as situações simuladas, mesmo nos casos de elevada elasticidade, extensibilidade e concentração de polímero que antecipam este resultado. Este comportamento deve-se à necessidade de estabelecer a camada limite junto às paredes, por esse motivo, a região de velocidade axial máxima só é deslocada no sentido da parede exterior da curva numa posição mais a jusante. Porém, o padrão do escoamento transversal mostra que a força centrífuga actua sobre o escoamento desde o início da curva, pelo desenvolvimento do par de vórtices principal com intensidade mais reduzida. No final da curva, ambos os escoamentos tendem a aproximar-se e, dependendo das condições de escoamento, podem igualar-se: no caso newtoniano o escoamento atinge desenvolvimento completo, mas nos casos viscoelásticos o mesmo não se verifica.

O efeito do perfil de entrada é acentuado pela diminuição da razão de curvatura, em particular, à saída da curva o desenvolvimento completo não é atingido, e os escoamentos em causa não se igualam. Devido ao efeito da curvatura observado a montante, a presença ou não do canal recto de entrada foi também avaliada no Capítulo 9. As diferenças no desenvolvimento do escoamento na curva, na presença e na ausência de canal recto de entrada, são maiores na primeira metade da curva e diminuem na segunda metade da curva, mas não se igualam. A presença de canal recto de entrada retarda o desenvolvimento do escoamento, devido ao deslocamento do escoamento no sentido da parede interior da curva, mas resulta numa maior estabilização do escoamento, permitindo obter convergência numérica dos resultados em escoamentos com valores, por exemplo, de elasticidade superiores. Estas diferenças aumentam com a elasticidade.

A variação da secção transversal rectangular, tratada no Capítulo 10, resulta em alterações significativas no desenvolvimento e no padrão do escoamento secundário. A combinação dos efeitos de confinamento do escoamento (produzido pelas paredes do canal), da força centrífuga (produzida pela inércia e curvatura), e do modelo de fluido dá origem a uma variação não linear do valor de $Dn_{crítico}$ (de transição de um para dois ou mais pares de

vórtices) com a razão de aspecto. Assim, o valor mínimo de $Dn_{crítico}$ necessário para que ocorra a transição de um par de vórtices para 2 ou mais pares, acontece para $A = 1.5$. Para valores inferiores e superiores a $A = 1.5$ o valor de $Dn_{crítico}$ aumenta. Na primeira metade da curva, o desenvolvimento do escoamento depende principalmente da razão de aspecto, enquanto na segunda metade da curva passa também a depender de outros parâmetros como, por exemplo, o modelo reológico e a elasticidade. Independentemente da razão de aspecto, a inércia, os modelos viscoelásticos, a elasticidade, e os parâmetros viscoelásticos resultam: na antecipação do desenvolvimento de instabilidades secundárias; no aumento da intensidade do escoamento secundário; e numa maior complexidade do padrão de escoamento secundário através do desenvolvimento de vórtices adicionais. O aumento da razão de aspecto resulta no aumento do número de pares adicionais de vórtices desenvolvidos ao longo da parede exterior da curva: para $A \leq 1.5$ o escoamento secundário desenvolve até dois pares de vórtices; para $A = 2$ o escoamento poderá desenvolver até três pares, mas pode desenvolver até cinco pares de vórtices quando considerado $A = 5$. Além disso, no processo de desenvolvimento do escoamento na curva, quando $A > 1$, é observado o desenvolvimento de uma região de reversão do sentido do escoamento transversal junto da parede interior da curva, mas que, em geral, não persiste até ao final da curva.

No Capítulo 11 são abordados os escoamentos com inércia reduzida ($Re = 25$) e sem inércia ($Re \approx 0$) em que as alterações do escoamento são de natureza viscoelástica e não inercial. Para inércia reduzida, o escoamento axial é ligeiramente deslocado no sentido da parede exterior, enquanto para $Re \approx 0$ o escoamento axial é deslocado no sentido da parede interior da curva. Em ambos os casos, desenvolve-se o escoamento secundário, embora não ocorra deslocamento efectivo do escoamento axial no sentido da parede exterior da curva. O escoamento secundário é constituído pelo par principal de vórtices característico, que ocupa toda a secção transversal. No desenvolvimento do escoamento secundário, a inércia (mesmo que reduzida) e o gradiente de pressão, estabelecido essencialmente pela força centrífuga, são as principais forças motrizes do escoamento secundário; na ausência de inércia a principal força responsável pela formação do escoamento secundário é a tensão normal axial elevada nas paredes da secção. Contudo, a magnitude do escoamento secundário é consideravelmente reduzida nos dois casos, podendo apresentar uma magnitude máxima inferior a 5% relativamente à velocidade axial. Independentemente das condições de escoamento, os parâmetros viscoelásticos e as propriedades fluidificantes do modelo FENE-P actuam sobre o escoamento de forma a promover e intensificar o escoamento secundário. O escoamento com inércia reduzida e sem inércia diferem do escoamento com inércia elevada no facto de não desenvolverem vórtices adicionais.

O escoamento em curvas pode desenvolver instabilidades que variam no tempo, este tema é abordado no Capítulo 12. Comparativamente ao caso newtoniano, o escoamento viscoelástico desenvolve instabilidades e torna-se não-estacionário para condições de inércia mais débeis. Assim, para $Re = 2332$, enquanto no caso newtoniano o escoamento é sempre

estável e atinge o estado estacionário, no caso viscoelástico passa a não-estacionário mesmo para valores de elasticidade consideravelmente reduzidos ($Wi = 0.10$). Quando o escoamento se torna instável e o campo de velocidades fica não-estacionário, as componentes da velocidade desenvolvem oscilações locais que se propagam ao longo do tempo. As oscilações concentram-se junto da parede exterior da curva, e a variação da amplitude e frequência destas oscilações com os parâmetros de escoamento não é linear. Isto deve-se ao facto de a variação dos parâmetros de escoamento resultar em alterações significativas do padrão de escoamento secundário. Contudo, a transição do padrão de escoamento segue uma linha de evolução semelhante com a variação da elasticidade, para cada valor de concentração de polímero no caso FENE-CR. A transição do padrão de escoamento é antecipada com aumento da elasticidade e a diminuição do parâmetro de retardamento.

Os resultados sobre o escoamento pulsante à entrada, apresentados no Capítulo 13, vêm confirmar que o escoamento de Lyne nem sempre se desenvolve quando é imposto escoamento pulsante à entrada. Não existem resultados publicados sobre o escoamento pulsante através de curva com secção quadrada para comparação, mas é possível concluir que o formato das paredes da secção transversal é decisivo no desenvolvimento deste tipo de escoamento. Aliás, para as condições de escoamento consideradas neste trabalho, não se verificou o desenvolvimento do escoamento de Lyne em curva com secção transversal quadrada, indicando que serão necessárias condições de pulsação e inércia mais acentuadas para que isso se verifique.

Os resultados apresentados permitem concluir que o escoamento através de curva desenvolve sempre escoamento transversal, independentemente das condições de escoamento. Além disso, a inércia, os modelos viscoelásticos e os parâmetros viscoelásticos actuam no sentido de antecipar e intensificar o desenvolvimento do escoamento secundário. Porém, o padrão de escoamento secundário e a evolução do escoamento são difíceis de prever, em particular no escoamento em desenvolvimento, como o tipo de escoamento apresentado neste trabalho. Por estes motivos, a extrapolação de resultados para diferentes problemas deve ser feita com precaução, e os problemas sobre o escoamento através de canal com curvatura devem ser, se possível, analisados em particular.

14.2. Sugestões para trabalho futuro

Após a realização deste trabalho, surgem outras linhas de investigação que poderão ser seguidas em trabalhos futuros, com o objectivo de melhor compreender o desenvolvimento do escoamento através de curvas. É importante realizar uma investigação experimental abordando as diferentes condições de escoamento admitidas neste trabalho, considerando fluidos poliméricos diluídos (por exemplo, fluidos de Boger), como forma de confirmar os resultados numéricos aqui obtidos.

A inexistência de outros resultados publicados sobre o escoamento pulsante em desenvolvimento através de curvas com secção transversal rectangular, e o facto de não se ter observado o desenvolvimento do escoamento de Lyne para as condições de escoamento admitidas, mostram a necessidade em aprofundar o tema.

O escoamento não-estacionário, na região de transição do regime laminar para regime turbulento, deve também ser estudado, para esta e outras geometrias, assumindo uma gama maior de valores de inércia, modelos viscoelásticos, elasticidade e parâmetros viscoelásticos, de forma a obter um quadro mais completo da variação do padrão de escoamento nesta região.

Referências

- Acharya, N., M. Sen, H.C. Cheng (2001). Analysis of heat transfer enhancement in coiled-tube heat exchangers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 44: 3189.
- Adler, M. (1934). Strömung in gekrümmten Röhren. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 14(5): 257.
- Aggarwal, S., K.D.P. Nigam (2001). Modelling of Coiled Tube Chemical Reactor. *Chem. Eng. J.* 84: 437.
- Agrawal, Y., L. Talbot, K. Gong, (1978). Laser anemometer study of flow development in curved circular pipes. *J. Fluid Mech.* 85(3): 497.
- Akbarinia, A., A. Behzadmehr (2007). Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in horizontal curved tubes. *Appl. Therm. Eng.* 27: 1327.
- Akiyama, M., K.C. Cheng (1974a). Graetz problem in curved pipes with uniform Wall heat flux. *Applied Science Research* 29: 401.
- Akiyama, M., K.C. Cheng (1974b). Laminar forced convection in the thermal entrance region of curved pipes with uniform wall temperature. *Can. J. Chem. Eng.* 52: 234.
- Alves, M.A.M. (2004). Escoamentos de Fluidos Viscoelásticos em Regime Laminar, Análise Numérica, Teórica e Experimental. *Tese de doutoramento*, FEUP, Porto, Portugal.
- Alves, M.A., P.J. Oliveira, F.T. Pinho (2003). A convergent and universally bounded interpolation scheme for the treatment of advection. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 41: 47.
- Arnal, M.P., D.J. Goering, J.A.C. Humphrey, (1992). Unsteady laminar flow developing in a curved duct. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 13(4): 347.
- Austin, L.R., J.D. Seader (1973). Fully developed viscous flow in coiled circular pipes. *AIChE Journal* 19 (1): 85.
- Austin, L.R., J.D. Seader (1974). Entry region for steady viscous flow in coiled circular pipes. *AIChE Journal* 20 (4): 820.
- Baaijens, F.P.T. (1998). Mixed finite element methods for viscoelastic flow analysis: a review. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 79(2): 361.
- Back, Y.-R, J.-H. Lee, B.-H Kang, M.-D. Oh (1994). Numerical simulation of fully developed flow and heat transfer characteristics in a curved tube with pulsating pressure gradient. *KSME Journal* 8(3): 219.
- Bara, B.M. (1991). Experimental Investigation of Developing and Fully Developed Flow in a Curved Duct of Square Cross Section. *PhD Thesis*, University of Alberta, Edmonton, Alberta, Canada.
- Bara, B., K. Nandakumar, J.H. Masliyah (1992). An experimental and numerical study of the Dean problem: flow development towards two-dimensional multiple solutions. *J. Fluid Mech.* 244: 339.
- Barnes, H.A., J.F. Hutton, K.Waltres (1989). An Introduction to Rheology. *Elsevier Science Publishers*, Amsterdam.
- Barua, S.N. (1963). On secondary flow in stationary curved pipes. *Quart. J. Mech. App. Math.* 16(1): 61.
- Baurmeister, U., D.F. James, W. Zingg (1977). Blood oxygenation in coiled silicone-rubber tubes of complex geometry. *Med. Biol. Eng. Comput.* 15: 106.
- Baylis, J.A. (1971). Experiments on laminar flow in curved channels of square section. *J. Fluid Mech.* 48(3): 417.
- Belaidi, A., M.W. Johnson, J.A.C. Humphrey (1992). Flow instability in a curved duct of rectangular cross-section. *J. Fluid Eng.* 114: 585.
- Belfort, G., M.E. Brewster, K. Y. Chung (1993). Dean vortices with wall flux in a curved channel membrane system. 1. A new approach to membrane module design. *J. Membr. Sci.* 81: 127.
- Benjamin, T.B. (1978a). Bifurcation phenomena in steady flows of a viscous fluid I: Theory. *Proceedings of the Royal Society A*, 359: 1.
- Benjamin, T.B. (1978b). Bifurcation phenomena in steady flows of a viscous fluid II: Experiments. *Proceedings of the Royal Society A* 359: 27.
- Berger, S.A., L. Talbot, L.-S. Yao (1983). Flow in Curved Pipes. *Annual Review of Fluid Mechanics* 15: 461.
- Bessoth, F. G., A J. de Mello, A. Manz (1999). Microstructure for efficient continuous flow mixing. *Anal. Commun.* 36: 213.
- Bird, R.B., R.C. Armstrong, O. Hassager (1987a). Dynamics of Polymeric Liquids. Vol.1: Fluid Mechanics. *John Wiley & Sons*, New York.
- Bird, R.B., R.C. Armstrong, O. Hassager (1987b). Dynamics of Polymeric Liquids. Vol.2: Kinetic Theory. 2nd Edition, *John Wiley & Sons*, New York.
- Bird, R.B., J.M. Wiest (1995). Constitutive equations for polymeric liquids. *Annual Review of Fluid Mechanics* 27: 169.
- Bird, R.B., P.J. Dotson, N.L. Johnson (1980). Polymer solution rheology based on a finitely extensible bead-spring chain model. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 7: 213.
- Boger, D.V., K. Walters (1993). Rheological phenomena in focus - Volume 4. *Elsevier*, Amsterdam.

- Bolinder, C.J., B. Sundén (1995). Flow visualization and LDV measurements of laminar flow in a helical square duct with finite pitch. *Experimental Thermal and Fluid Science* 11: 348.
- Bolinder, C.J., B. Sundén (1999). Numerical prediction of laminar flow and forced convective heat transfer in a helical square duct with a finite pitch. *Int. J. Heat Mass Transfer* 39 (15): 3101.
- Boutabaa, M., L. Helin, G. Mompean, L. Thais (2009). Numerical study of Dean vortices in developing Newtonian and viscoelastic flows through a curved duct of square cross-section. *Comptes Rendus Mécanique* 337: 40.
- Bovendeerd, P.H.M., A.A. van Steenhoven, F.N. van de Vosse, G. Vossers (1987). Steady entry flow in a curved pipe. *J. Fluid Mech.* 177: 233.
- Bowen, P.J., A.R. Davies, K. Walters (1991). On viscoelastic effects in swirling flows. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 38: 113.
- Bruinsma, O. S. L., R. S. Geertsma, P. Bank, J.A. Moulijn (1988a). Gas phase pyrolysis of coal-related aromatic compounds in a coiled tube flow reactor: 1. Benzene and derivatives. *Fuel* 67 (3): 327.
- Bruinsma, O. S. L., P.J.J. Tromp, H.J.J. Sauvage Nolting, J.A. Moulijn (1988b). Gas phase pyrolysis of coal-related aromatic compounds in a coiled tube flow reactor: 2. Heterocyclic compounds, their benzo and dibenzo derivatives. *Fuel* 67 (3): 334.
- Byars, J.A., A. Oztekin, R.A. Brown, G.H. McKinley (1994). Spiral instabilities in the flow of highly elastic fluids between rotating parallel disks. *J. Fluids* 271: 173.
- Carelli, M. D., L.E. Conway, L. Oriani, B. Petrovic, C.V. Lombardi, M.E. Ricotti, A.C.O. Barroso, J.M. Collado, L.N. Cinotti, E. Todreas, D. Grgic, M.M. Moraes, R.D. Boroughs, H. Ninokata, D.T. Ingersoll, F. Oriolo (2004). The design and safety features of the IRIS reactor. *Nucl. Eng. Des.* 230: 151.
- Castro, A.G., J.A. Covas, A.C. Diogo (2001). Reologia e suas Aplicações Industriais. *Ciência e Técnica*, Instituto Piaget, Lisboa.
- Chakrabandhu, K., R.K. Singh (2006). Determination of food particle residence time distributions in coiled tube and straight tube with bends at high temperature using correlation analysis. *J. Food Eng.* 76 (2): 238.
- Chandran, K.B., T.L. Yearwood (1981). Experimental study of physiological pulsatile flow in a curved tube. *J. Fluid Mech.* 111: 59.
- Chandratilleke, T.T., N. Nadim (2012). Chapter 6: Forced convective heat transfer and fluid flow characteristics in curved ducts. In An overview of heat transfer phenomena by Salim N. Kazi, *Edited InTech*: 125-150. ISBN: 978-953-51-0827-6.
- Chang, H.K., L.F. Mockros (1971). Convective dispersion of blood gases in curved channels. *AIChE J.* 17: 541.
- Chang, H.K., J.M. Tarbell (1985). Numerical simulation of fully developed sinusoidal and pulsatile (physiological) flow in curved pipes. *J. Fluid Mech.* 161: 175.
- Chen, W.-H, R. Jan (1993). The torsion effect on fully developed laminar flow in helical square ducts. *J. Fluids Eng.* 115 (2): 292.
- Cheng, K.C., M. Akiyama (1970). Laminar forced convection heat transfer in curved rectangular channels. *Int. J. Heat Mass Transfer* 13: 471.
- Cheng, K.C., R.-C. Lin, J.-W. Ou (1976). Fully developed laminar flow in curved rectangular channels. *J. Fluid Eng.* 98: 41.
- Chilcott, M.D., J.M. Rallison (1988). Creeping flow of dilute polymer solutions past cylinders and spheres. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 29: 381.
- Choi, J.M., N.K. Anand (1993). Heat-Transfer in a Serpentine Channel with a Series of Right-Angle Turns. *Numer. Heat Transfer A* 23: 189.
- Choi, H.K., S.O. Park (1992). Laminar entrance flow in curved annular ducts. *Int. J. Heat and Fluid Flow* 13(1): 41.
- Choi, U.S., L. Talbot, I. Cornet (1979). Experimental study of wall shear rates in the region of a curved tube. *J. Fluid Mech.* 93(3): 465.
- Chung, K.-Y., R. Bates, G. Belfort (1993a). Dean vortices with wall flux in a curved channel membrane system: 4. Effect of vortices on permeation fluxes of suspensions in microporous membrane. *J. Membr. Sci.* 81: 139.
- Chung, K.Y., M.E. Brewster, B. Belfort (1996). Dean vortices with wall flux in a curved channel membrane systems: 2. The velocity field. *AIChE J.* 42: 347.
- Chung, K.-Y., M.E. Brewster, G. Belfort (1998). Dean vortices with wall flux in a curved channel membrane system: 3. Concentration polarization in a spiral reverse osmosis slit. *Chem. Eng. Jpn.* 31: 683.
- Chung, K.-Y., W.A. Edelstein, G. Belfort (1993b). Dean vortices with wall flux in a curved channel membrane system. 6. Two dimensional magnetic resonance imaging of the velocity field in a curved impermeable slit. *J. Membr. Sci.* 81: 151.
- Cioncolini, A., L. Santini (2006a). An experimental investigation regarding the laminar to turbulent flow transition in helically coiled pipes. *Exp. Thermal and Fluid Sci.* 30(4): 367.
- Cioncolini, A., L. Santini (2006b). On the laminar to turbulent flow transition in diabatic helically coiled pipe flow. *Exp. Thermal and Fluid Sci.* 30(7): 653.
- Clegg, D.B., G. Power (1963). Flow of a Bingham fluid in a slightly curved tube. *Applied Science Research A* 12: 199.

- Coates, P.J., R.C. Armstrong, R.A. Brown (1992). Calculation of steady-state viscoelastic flow through axisymmetric contraction with the EEME formulation. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 42: 141.
- Collins, W.M., S.C.R. Dennis (1975). The steady motion of viscous fluid in a curved tube. *Q. J. Mech. Appl. Mathematics* 28 (2): 133.
- Collins, W.M., S.C.R. Dennis (1976a). Viscous eddies near a 90° and a 45° corner in flow through a curved tube of triangular cross-section. *J. Fluid Mech.* 76(3): 417.
- Collins, W.M., S.C.R. Dennis (1976b). Steady flow in a curved tube of triangular cross section. *Proceedings of the Royal Society of London A* 352: 189.
- Courant, R., E. Isaacson, M. Rees (1952). On the solution of non-linear hyperbolic differential equations by finite differences. *Comm. Pure Appl. Math.* 5: 243.
- Crochet, M.J., A.R. Davies, K. Walters (1984). Numerical Simulation of Non-Newtonian Flow. Ed. Elsevier, Amsterdam.
- Cruz, D.O.A., F.T. Pinho, P.J. Oliveira (2005). Analytical solution for fully developed laminar flow of some viscoelastic liquids with a Newtonian solvent contribution. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 132: 28-35.
- Cuming, H.G. (1952). The secondary flow in curved pipes. *Aeronautical Research Council, Reports and Memoranda*, No. 2880.
- Darus, A.N., Y.Y. Fatt (2008). Development of secondary flow in a curved rectangular duct. *Journal Mekanikal* 27: 1.
- Das, S.K., M.N. Biswas, A.K. Mitra (1991). Non-newtonian liquid flow in bends. *Chem. Eng. J.* 45:165.
- Das, B. (1992). Flow of a Bingham fluid in a slightly curved tube. *Int. J. Eng. Science* 30(9): 1193.
- Dash, R. K., G. Jayaraman, K.N. Mehta (1999). Flow in a catheterized curved artery with stenosis. *J. Biomech.* 32: 49.
- Daskopoulos, P., A.M. Lenhoff (1990). Flow in curved ducts: rotating ducts. *J. Fluid Mech.* 217: 575.
- Dealy, J.M. (2010). Weissenberg and Deborah Numbers - their definition and use. *Rheology Bulletin* 79(2): 14.
- Dean, W.R. (1927). Note on the motion of fluid in a curved pipe. *Philosophical Magazine* 20: 208-223.
- Dean, W.R. (1928a). The streamline motion of fluid in a curved pipe. *Philosophical Magazine* 30: 673.
- Dean, W.R. (1928b). Fluid Motion in a curved channel. *Proceedings of the Royal Society of London A* 121: 402.
- Dean, W.R., J.M. Hurst (1959). Note on the motion of fluid in a curved pipe. *Mathematika* 6(1): 77.
- Debbaut, B., T. Avalosse, J. Dooley, K. Hughes (1997). On the development of secondary motions in straight channels induced by the second normal stress difference: experiments and simulations. *J. Non-Newtonian Fluid* 69: 255.
- Deiber, J. A., W.R. Schowalter (1981). Modelling the flow of viscoelastic fluids through porous media. *AIChE J.* 27: 912.
- Dennis, S.C.R. (1980). Calculation of the steady flow through a curved tube using a new finite-difference method. *J. Fluid Mech.* 99(3): 449.
- Dennis, S.C.R., M. Ng (1982). Dual solution for steady laminar flow through a curved tube. *Q. Journal Mech. Appl. Math.* 35(3): 305.
- De Vriend, H.J. (1981a). Velocity redistribution in curved rectangular channels. *J. Fluid Mech.* 107: 423.
- De Vriend, H.J. (1981b). Fully developed laminar flow in curved ducts. *Internal Report 2-78*, Laboratory of Fluid Mechanics, Department of Civil Engineering, Delft University Technology.
- De Waele, A. (1923). Viscometry and Plastometry. *Journal of the Oil Colour Chemists Association* 6: 33.
- Dodson, A.G., P. Twonsend, K. Walters (1974). Non-Newtonian flow in pipes of non-circular cross section. *Computers and Fluids* 2: 317.
- Dorson, W., E. Baker, H. Hull (1968). A shell and tube oxygenator. *Trans. Am. Soc. Artif. Intern. Organs* 14: 242.
- Duarte, A.S.R., A.I.P. Miranda, P.J. Oliveira (2008). Numerical and analytical modelling of unsteady viscoelastic flows: the start-up and pulsating test case problems. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 154: 153.
- Duh, T.Y., Y.D. Shih (1989). Fully developed flow in curved channels of square cross-section inclined. *J. Fluid Eng.* 111: 172.
- Eckmann, D.M., J.B. Grotberg (1987). Oscillatory flow and mass transfer in a curved tube. *J. Fluid Mech.* 188: 509.
- Ehrfeld, W., K. Golbig, V. Hessel, H. Löwe, T. Richter (1999). Characterization of mixing in micromixers by a test reaction: single mixing units and mixer arrays. *Ind. Eng. Chem. Res.* 38: 1075.
- Elmaleh, S., N. Ghaffor (1996a). Cross-flow ultrafiltration of hydrocarbon and biological solid mixed suspensions. *J. Membr. Sci.* 118: 111.
- Elmaleh, S., N. Ghaffor (1996b). Upgrading oil refinery effluents by crossflow ultrafiltration. *Water Sci. Technol.* 34: 231.
- Erbacher, C., F.G. Bessoth, M. Busch, E. Verpoorte, A. Manz (1999). Towards integrated continuous-flow chemical reactors. *Mikrochim. Acta* 131: 19.
- Ericksen, J.L. (1956). Over-determination of the speed in rectilinear motion of non-newtonian fluids. *Quarterly of Applied Mathematics* 14: 318.
- Eustice, J. (1910). Flow of water in curved pipes. *Proceedings of the Royal Society A* 84: 107.

- Eustice, J. (1911). Experiments of streamline motion in curved pipes. *Proceedings of the Royal Society A* 85: 119.
- Facão, J., A.C. Oliveira (2005). Modelling laminar heat transfer in a curved rectangular duct with a computational fluid dynamics code. *Numerical Heat Transfer, Part A* 48: 165.
- Fan, Y., R.I. Tanner, N. Phan-Thien (2001). Fully developed viscous and viscoelastic flows in curved pipes. *J. Fluid Mech.* 440: 327.
- Fellouah, H., C. Castelain, A. Ould El Moctar, H. Peerhossaini (2006a). A criterion for detection of the onset of Dean instability in Newtonian fluids. *European J. Mech. B/Fluids* 25: 505.
- Fellouah, H., C. Castelain, A. Ould El Moctar, H. Peerhossaini (2006b). A numerical study of Dean instability in non-Newtonian fluids. *J. Fluids Eng.* 128: 34.
- Fellouah, H., C. Castelain, A. Ould El Moctar, H. Peerhossaini (2010). The Dean instability in power-law and Bingham fluids in a curved rectangular duct. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 165: 163.
- Fernández, F.G.A., D.O. Hall, E.C. Guerrero, K.K. Rao, E.M. Grima (2003). Outdoor production of *Phaeodactylum tricornutum* biomass in a helical reactor. *J. Biotechnol.* 103: 137-152.
- Ferziger, J.H., M. Peric (1996). Computational Methods for Fluid Dynamics, *Springer-Verlag*. Berlin.
- Figueiredo, A.R., A.M. Raimundo (1996). Analysis of the performances of Heat exchangers used in Hot-water stores. *Appl. Therm. Eng.* 16: 605.
- Finlay, W.H., J.B. Keller, J.H. Ferziger (1988). Instability and transition in curved channel flow. *J. Fluid Mech.* 194: 417.
- Garimella, S., D.E. Richart, R.N. Christensen (1988). Experimental Investigation of Heat Transfer in Coiled Annular Ducts. *ASME J. Heat Transfer* 110: 329.
- Gaskell, P.H., A.K.C. Lau (1988). Curvature compensated convective transport: SMART, a new boundedness preserving transport algorithm. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 8: 617.
- Gehlert, G., S. Luque, G. Belfort (1998). Comparison of ultra- and microfiltration in the presence and absence of secondary flow with polysaccharides, proteins and yeast suspensions. *Biotechnol. Prog.* 14: 931.
- Georgiev, J., V. Kovatchev (1974). Multichannel low temperature heat exchanger. *Cryogenics* 14(1): 25.
- Ghia, K.N., J.S. Sokhey (1977). Laminar incompressible viscous flow in curved ducts of rectangular cross-section. *J. Fluid Eng.* 99: 640.
- Ghogomu, J.N., C. Guigui, J.C. Roucha, M.J. Clifton, P. Aptel (2001). Hollow-fibre membrane module design: comparison of different curved geometries with Dean vortices. *J. Membr. Sci.* 181: 71.
- Giesekus, H. (1962). Elasto-viskose Flüssigkeiten, für die in stationären Schichtströmungen Sämtliche Normalspannungskomponenten verschieden groß sind. *Rheologica Acta* 2: 50
- Giesekus, H. (1982). A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 11(1-2): 69.
- Gijzen, F.J.H., E. Allanic, F.N. van de Vosse, J.D. Janssen (1999). The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: unsteady flow in a 90° curved tube. *J. Biomechanics* 32: 705.
- Gilroy, K., E. Brighton, J.D.S. Gaylor (1977). Fluid vortices and mass transfer in a curved channels artificial membrane lung. *AIChE J.* 23: 106.
- Glenn, A.L., K.V. Bulusu, F. Shu, M.W. Plesniak (2012). Secondary flow structures under stent-induced perturbations for cardiovascular flow in a curved artery model. *Int. J. Heat and Fluid Flow* 35: 76.
- Green, A.E., R.S. Rivlin (1956). Steady flow of non-Newtonian fluids through tubes. *Quarterly of Applied Mathematics* 14: 299.
- Grindley, J.H., A.H. Gibson (1908). On the Frictional Resistances to the Flow of Air through a Pipe. *Proceedings of the Royal Society A* 80: 114.
- Grundmann, R. (1985). Friction diagram of the helically coiled tube. *Chem. Eng. Process.* 19: 113.
- Guan, X., T.B. Martonen (1997). Simulations of flow in curved tubes. *Aerosol Science and Technology* 26(6): 485.
- Guan, X., T.B. Martonen (2000). Flow transition in bends and applications to airways. *J. Aerosol Science* 31(7): 833.
- Guigui, C., C. Manno, P. Moulin, M.J. Clifton, J.C. Rouch, P. Aptel, J.M. Laine (1998). The use of Dean vortices in coiled hollow-fibre ultrafiltration membranes for water and wastewater treatment. *Desalination* 118: 73.
- Guobing, Z., Z. Yufeng (2006). Experimental investigation on hysteresis effect of refrigerant flowing through a coiled adiabatic capillary tube. *Energy Conv. Manage.* 47: 3084.
- Gupta, P.K., P.K. Kush, A. Tiwari (2007). Design and optimization of coil finned-tube heat exchangers for cryogenic applications. *Cryogenics* 47: 322.
- Hadi, A.M., S.A. Fathi, A. Zai (2005). Flow of non-Newtonian fluid in curved duct with varying aspect ratio. *Iraqi Journal of Science* 46(1): 238.
- Hagedorn, J., F. Kargi (1990). Coiled tube membrane bioreactor for cultivation of hybridoma cells producing monoclonal antibodies. *Enzyme Microb. Technol.* 12(11): 824.
- Haines, P.E., J.P. Denier, A.P. Bassom (2013). Dean vortices in finite aspect ratio ducts. *Journal of Fluid Mechanics Rapids* 716, R8: 1.
- Halász, I (1979). Mass Transfer in ideal and geometrically deformed open tubes: 2. Potential application of ideal and coiled open tubes in liquid chromatography. *J. Chromatogr.* 173: 229.

- Hameed, M.S., S. Muhammed (2003). Mass transfer into liquid falling film in straight and helically coiled tubes. *Int. J. Heat Mass Transfer* 46: 1715.
- Hamakiotes, C.C., S.Berger (1988). Fully developed pulsatile flow in a curved pipe. *J. Fluid Mech.* 195: 23.
- Hamakiotes, C.C., S. Berger (1990). Periodic flows through curved tubes: the effect of the frequency parameter. *J. Fluid Mech.* 210: 353.
- Haraburda, S. (1995). Consider helical-coil heat exchangers. *Chem. Eng.* 102: 149.
- Hart, J., J. Ellenberger, P.J. Hamersma (1988). Single and two-phase flow through helically coiled tubes. *Chemical Engineering Science* 43(4): 775.
- Hasson, D. (1955). Streamline flow resistance in coils. *Res. Corresp.* 1.
- Hatzikostantinou, P.M., V.D. Sakalis (2004). A numerical-variational procedure for laminar flow in curved square ducts. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids* 45: 1269.
- Haverkamp, V., W. Ehrfeld, K. Gebauer, V. Hessel, H. Löwe, T. Richter, C. Wille (1999). The potential of micromixers for contacting of disperse liquid phases. *Fresenius J. Anal. Chem.* 364: 617.
- Hawthorne, W.R. (1951). Secondary circulation in fluid flow. *Proc. of the Royal Society A* 206: 374.
- Helin, L., L. Thais, G. Mompean, (2009). Numerical simulation of viscoelastic Dean vortices in a curved duct. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 156: 84.
- Herrchen, M., H.C. Öttinger (1997). A Detailed Comparison of Various FENE Dumbbell Models. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 68 (1): 17.
- Hessel, V., H. Löwe, F. Schönfeld (2005). Micromixers - a review on passive and active mixing principles. *Chemical Engineering Science* 60: 2479.
- Hille, P., R. Vehrenkamp, E.O. Schulz-Dubois (1985). The development and structure of primary and secondary flow in a curved square duct. *J. Fluid Mech.* 151: 219.
- Hofmann, K., I. Halász (1979). Mass Transfer in ideal and geometrically deformed open tubes: 1. Ideal and coiled tubes with circular cross-section. *J. Chromatogr.* 173: 211.
- Hofmann, K., I. Halász (1980). Mass Transfer in ideal and geometrically deformed open tubes: 3. Deformed metal and plastic tubes. *J. Chromatogr.* 199: 3.
- Horsfield, K., G. Dart, D.E. Olson, G.F. Filley, G. Cumming (1971). Models of the human bronchial tree. *J. Appl. Physiol.* 31: 207.
- Humphrey, J. (1978). Numerical calculation of developing laminar flow in pipes of arbitrary curvature radius. *The Can. J. Chem. Eng.* 56: 151-164.
- Humphrey, J.A.C., A.M.K. Taylor, J.H. Whitelaw (1977). Laminar flow in a square duct of strong curvature. *J. Fluid Mech.* 83(3): 509.
- Humphrey, J.A.C., S.M. Chang, A. Modavi (1982). Developing turbulent flow in 180° bend and downstream tangent of square cross-sections. *LBL Report 14844* (Berkeley).
- Humphrey, J.A.C., H. Iacovides, B.E. Launder (1985). Some numerical experiments on developing laminar flow in circular-sectioned bends. *J. Fluid Mech.* 154: 357.
- Hwang, G.J., C.H. Chao (1991). Forced laminar convection in a curved isothermal square duct. *Journal of Heat Transfer* 113: 49.
- Iemoto, Y., M. Nagata, F. Yamamoto (1985). Steady laminar flow of a power-law fluid in a curved pipe of circular cross-section with varying curvature. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 19: 161.
- Iemoto, Y., M. Nagata, F. Yamamoto (1986). Steady laminar flow of viscoelastic fluid in a curved pipe of circular cross-section with varying curvature. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 22: 101.
- Inagaki, Y., H. Koiso, H. Takumi, I. Ioka, Y. Miyamoto (1998). Thermal hydraulic study on a high-temperature gas-gas heat exchanger with helically coiled tube bundles. *Nucl. Eng. Des.* 185: 141.
- Islam, Md.S., R.N. Mondal (2013). Effects of curvature on unsteady solutions through a curved square duct flow. *Procedia Engineering* 56: 217.
- Issa, R.I., P.J. Oliveira (1994). Numerical predictions of phase separation in two-phase flow through T-junctions. *Comput. Fluids* 23: 347.
- Ito, H. (1951). Theory on laminar flow through curved pipes of elliptic and rectangular cross-sections. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohku Univ., Sendai Japan*, Vol. 1: 1.
- Ito, H (1959). Friction factors for turbulent flow in curved pipes. *J. Basic Eng. Trans. ASME*, 81: 123.
- Ito, H. (1960). Pressure losses in smooth pipe bends. *Journal of Basic Engineering* 82: 131.
- Ito, H. (1969). Laminar flow in curved pipes. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 49(11): 653.
- Ito, H., (1987). Flow in curved pipes. *Japan Society of Mechanical Engineers* 30(262): 543.
- Jain, R., G. Jayaraman (1990). On the steady laminar flow in a curved pipe of varying elliptic cross-section. *Fluid Dyn. Res.* 5: 351.
- James, P.W. (1975). Unsteady elastic-viscous flow in a curved pipe. *Rheol. Acta* 14: 679.
- James, P.W. (1976). Unsteady elastic-viscous flow in a rotating pipe. *Rheol. Acta* 15: 172.
- James, D.F. (2009). Boger Fluids. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 41: 129.
- Janssen, L. A. M (1976). Axial dispersion in laminar flow through coiled tubes. *Chem. Eng. Sci.* 31: 215.
- Jarrahi, M., C. Castelain, H. Peerhossaini (2011). Secondary flow patterns and mixing in laminar pulsating flow through a curved pipe. *Exp. Fluids* 50: 1539.
- Jayaraman, G., K. Tiwari (1982). Flow in a catheterized curved artery. Med. and Jensen, M. K.; Bergles, A. E. Critical heat flux in helical coils with a circumferential heat flux tilt toward the outside surface. *Int. J. Heat Mass Transfer* 25 (9): 1383.

- Jensen, M.K., A.E. Bergles. Critical heat flux in helical coils with a circumferential heat flux tilt toward the outside surface. *Int. J. Heat Mass Transfer* 25(9): 1383.
- Jiang, F., K.S. Drese, S. Hardt, M. Kuipper, F. Schonfeld (2004). Helical Flows and Chaotic Mixing in Curved Micro Channels. *AIChE J.* 50: 2297.
- Jitchote, W., A.M. Robertson (2000). Flow of second order fluids in curved pipes. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 90: 91.
- Jo, J.C., M.J. Jhung (2008). Flow-induced vibration and fretting-wear predictions of steam generator helical tubes. *Nucl. Eng. Des.* 238(4): 890.
- Jones, J.R. (1960). Flow of a non-Newtonian liquid in a curved pipe. *Quart. J. Mech. App. Math.* 13(4): 428.
- Joo, Y. L., E.S.G. Shaqfeh (1991). Viscoelastic Poiseuille flow through a curved channel: A new elastic instability. *Physics of Fluids A* 3(9): 2043.
- Joo, Y.L., E.S.G. Shaqfeh (1992a). A purely elastic instability in Dean and Taylor-Dean flow. *Physics of Fluids A* 4(3): 524.
- Joo, Y.L., E.S.G. Shaqfeh (1992b). The effect of inertia on the viscoelastic Dean and Taylor-Couette flow instabilities with application to coating flows. *Physics of Fluids A* 4(11): 2415.
- Joo, Y.L., E.S.G. Shaqfeh (1994). Observation of purely elastic instabilities in the Taylor-Dean Flow of a Boger fluid. *J. Fluid Mech.* 262: 27.
- José, F.-S., J. Sieres, M. Vázquez (2003). Heat and mass transfer analysis of a helical coil rectifier in an ammonia-water absorption system. *Int. J. Therm. Sci.* 42: 783.
- Joseph, B., E.P. Smith, R.J. Adler (1975). Numerical treatment of laminar flow in helically coiled tubes of square cross section. Part I: Stationary helically coiled tubes. *AIChE Journal* 21(5): 965.
- Kajishima, T., Y. Miyake, T. Inaba (1989). Numerical simulation of laminar flow in curved ducts of rectangular cross section. *Japan Society of Mechanical Engineers - Series II* 32(4): 516.
- Kalb, C.E., J.D. Seader (1972). Heat and mass transfer phenomena for viscous flow in circular tubes. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 15: 801.
- Kalb, C.E., J.D. Seader (1974). Fully developed viscous flow, Heat transfer in curved tubes with uniform wall temperatures. *AIChE J.* 20: 340.
- Kamel, M.T., P.N. Kaloni (1977). On the Flow of a Cosserat Fluid through a Curved Pipe. *J. App. Mathematics and Physics (ZAMP)* 28: 551.
- Kao, H.C. (1992). Some aspects of bifurcation structure of laminar flow in curved ducts. *J. Fluid Mech.* 243: 519.
- Kapur, J.N., V.P. Tyagi, R.C. Srivastava (1964). Streamline flow through a curved annulus. *Appl. Sci. Res.* 14: 253.
- Kaur, J., G.P. Agarwal (2002). Studies on protein transmission in thin channel flow module: the role of Dean vortices for improving mass transfer. *J. Membr. Sci.* 196: 1.
- Kawase, Y., M. Mooyoung (1987). Momentum and heat-transfer in non-Newtonian fluids flowing through coiled tubes. *Ind. Eng. Chem. Res.* 26: 1248.
- Khosla, P.K., S.G. Rubin (1974). A diagonally dominant second-order accurate implicit scheme. *Comput. Fluids* 2: 207.
- Kluwick, A., H. Wohlfahrt (1986). Hot-wire-anemometer study of the entry flow in curved duct. *J. Fluid Mech.* 165: 335.
- Komai, Y., K. Tanishita (1997). Fully developed intermittent flow in a curved tube. *J. Fluid Mech.* 347: 263.
- Koutsky, J.A., R.J. Adler (1964). Minimization of axial dispersion by use of secondary flow in helical tubes. *Can. J. Chem. Eng.* 42: 239.
- Kramers, H.A. (1944). The viscosity of macromolecules in a streaming fluid. *Physica* 11: 1.
- Krams, R., J.J. Wentzel, I. Cespedes, R. Vinke, S. Carlier, A.F.W. Van Der Steen, C.T. Lancee, C.J. Slager (1999). Effect of catheter placement on 3-D velocity profiles in curved tubes resembling the human coronary system. *Ultrasonic Med. Biol.* 25: 803.
- Kurokawa, M., K.C. Cheng, L. Shi (1998). Flow visualization of re-laminarization phenomena in curved pipes and the related measurements. *J. of Visualization* 1(1): 9.
- Kuakuvu, D.N., P. Moulin, F. Charbit (2000). Dean vortices: a comparison of woven versus helical and straight hollow fibre membrane modules. *J. Membr. Sci.* 171: 59.
- Kubair, V., C.B.S. Varrier (1961/62). Pressure drop for liquid flow in helical coils. *Trans. Indian Inst. Chem. Eng.* 14: 93.
- Larrain, J., C.F. Bonilla (1970). Theoretical analysis of pressure drop in the laminar flow of fluid in a coiled pipe. *Trans. Soc. Rheol.* 14: 135.
- Larson, R.G., E.S.G. Shaqfeh, S.J. Muller (1990). A purely viscoelastic instability in Taylor-Couette flow. *J. Fluid Mech.* 218: 573.
- Lasbet, Y., B. Auvity, C. Castelain, H. Peerhossaini (2007). Thermal and Hydrodynamic Performances of Chaotic Mini-Channel: Application to the Fuel Cell Cooling. *Heat Transfer Eng.* 28(8-9): 795.
- Leclerc, D.F., C.J. Smith, E.C. Clifford Toren (1987). Axial dispersion in coiled tubular reactors: The effect of curvature at low Dean numbers. *Anal. Chim. Acta* 194: 109.
- Liang, S.-J., Y.-J. Jan, C.-A. Huang (2013). A quasi-implicit time-advancing scheme for flow in a three-dimensional curved duct. *Numerical Heat Transfer - Part B* 64(4): 306.

- Liao, Q., T.C. Jen (2008). Numerical simulation of fluid flow and heat transfer in a curved square duct by using the Lattice Boltzmann method. *Num. Heat Transfer A* 54(5): 451.
- Lielens, G., R. Keunings, V. Legat (1999). The FENE-L and FENE-LS closure approximations to the kinetic theory of finitely extensible dumbbells. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 87: 179.
- Ligrani, P.M., R.D. Niver (1988). Flow visualization of Dean vortices in a curved channel with 40 to 1 aspect ratio. *Physics of Fluids* 31(12): 3605.
- Ligrani, P.M., W.H. Finlay, W.A. Fields, S.J. Fuqua, C.S. Subramanian (1992). Features of wavy vortices in a curved channel from experimental and numerical studies. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 4: 695.
- Ligrani, P.M., J.E. Longest, M.R. Kendall, W.A. Fields (1994). Splitting, merging and spanwise wavenumber selection of Dean vortex pairs. *Experiments in Fluids* 18: 41.
- Lin, J.Y., J.M. Tarbell (1980). An experimental and numerical study of periodic flow in a curved tube. *J. Fluid Mech.* 100(3): 623.
- Lin, C.X., P. Zhang, M.A. Ebadian (1997). Laminar forced convection in the entrance region of helical pipes. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 40(14): 3293.
- Lin, C.H., C.H. Tsai, C.W. Pan, L.M. Fu (2007). Rapid circular microfluidic mixer utilizing unbalanced driving force. *Biomed. Microdevices* 9(1): 45.
- Liu, S., J.H. Masliyah (1994). Developing convective heat transfer in helical pipes with finite pitch. *Int. J. Heat and Fluid Flow* 15(1): 66.
- Liu, R.H., K.V. Sharp, M.G. Olsen, M.A. Stremler, J.G. Santiago, R.J. Adrian (2000). A Passive Three-Dimensional C-shape Helical Micromixer. *J. Microelectromech. Syst.* 9(2): 190.
- Liu, L., L. Li, Z. Ding, R. Ma, Z. Yang (2005). Mass transfer enhancement in coiled hollow fibre membrane modules. *J. Membr. Sci.* 264: 113.
- Longest, J.M. (1989). Flow visualization in a curved rectangular channel with 40 to 1 aspect ratio and a straight channel with imposed bulk flow unsteadiness. *MSc Thesis*, Naval Postgraduate School, Monterey - California, United States of America.
- Ludwig, H. (1951). Die Ausgebildete Kanalströmung in Einem Rotierenden System. *Ingenieur-Archiv.* 19: 296.
- Lyne, W.H. (1970). Unsteady viscous flow in a curved pipe - 1. *J. Fluid Mech.* 45: 13.
- Malheiro, J.M., P.J. Oliveira, F.T. Pinho (2013). Parametric study on the three-dimensional distribution of velocity of a FENE-CR fluid flow through a curved channel. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 200: 88.
- Manlapaz, R.L., S.W. Churchill (1980). Fully developed laminar flow in a helically coiled tube of finite pitch. *Chemical Engineering Communications* 7(1-3): 57.
- Mashelkar, R.A., G.V. Devarajan (1976a). Secondary Flow of Non-Newtonian Fluids: Part 1- Laminar Boundary Layer Flow of a Generalized Non-Newtonian Fluids in a Coiled Tube. *Trans. Inst. Chem. Eng.* 54: 100.
- Mashelkar, R.A., G.V. Devarajan (1976b). Secondary flow of non-Newtonian fluids. 2. Frictional losses in laminar-flow of purely viscous and viscoelastic fluids through coiled tubes. *T. I. Chem. Eng-Lond.* 54: 108.
- Masliyah, J.H. (1980). On laminar flow in curved semi-circular ducts. *J. Fluid Mech.* 99 (3): 469.
- Masliyah, J.H., K. Nandakumar (1979). Fully developed viscous flow and heat transfer in curved semicircular sectors. *AIChE Journal* 25(3): 478.
- Matos, H (2010). Modelação de escoamentos em bifurcações envolvendo líquidos não newtonianos. *Tese de doutoramento*, UBI, Covilhã, Portugal.
- Matsson, O.J.E., P.H. Alfredsson (1992). Experiments on instabilities in curved channel flow. *Physics of Fluids A* 4(8): 1666.
- McConalogue, D.J., R.S. Srivastava (1968). Motion of a fluid in a curved tube. *Proceedings of the Royal Society A* 307: 37.
- McLeish, T.C.B., R.G. Larson (1998). Molecular Constitutive Equations for a Class of Branched Polymers: The Pom-Pom Polymer. *J. of Rheology* 42(1): 81.
- Mees, P.A.J., K. Nandakumar, J.H. Masliyah (1996a). Instability and transitions of flow in a curved square duct: the development of two pairs of Dean vortices. *J. Fluid Mech* 314: 227.
- Mees, P.A.J., K. Nandakumar, J.H. Masliyah (1996b). Steady spatial oscillations in a curved duct of square cross-section. *Physics of Fluids* 8(12): 3264.
- Mees, P.A.J., K. Nandakumar, J.H. Masliyah (1996c). Secondary instability of flow in a curved duct of square cross-section. *J. Fluid Mech.* 323: 387.
- Meijerink, J.A., H.A. Van der Vorst (1977). An iterative solution method for linear system which the coefficient matrix is a symmetric M-matrix. *Math. Comp.* 31(137): 148.
- Miranda, A.I.G.P. (2007). Modelação Matemática de Escoamentos não Estacionários de Fluidos Complexos com Vista a Aplicações Hemodinâmicas. *Tese de Doutoramento*, UBI, Covilhã, Portugal.
- Miranda, A.I.P., P.J. Oliveira, F.T. Pinto (2008). Steady and unsteady laminar flows of newtonian and generalized Newtonian fluids in a planar T-junction. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 57: 295.
- Mishra, P., S.N. Gupta (1979a). Momentum transfer in curved pipes, Part 1: Newtonian fluids. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 18(1): 130.
- Mishra, P., S.N. Gupta (1979b). Momentum transfer in curved pipes: 2 Non-Newtonian fluids. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 18(1): 137.
- Moffatt, H.K. (1963). Viscous and resistive eddies near a sharp corner. *J. Fluid Mech.* 18(1): 1.

- Mondal, R.N., Md.M. Alam (2007). Numerical prediction of non-isothermal flow through a rotating curved duct with square cross-section. *Thammasat Int. J. Sc. Tech.* 12(3): 24.
- Mondal, R.N., Y. Kaga, T. Hyakutake, S. Yanase (2007a). Bifurcation diagram for two-dimensional steady and unsteady solutions in a curved square ducts. *Fluid Dynamics Research* 39: 413.
- Mondal, R.N., D. Tarafder, M.A. Huda, M. Samsuzzoha, M.S. Uddin (2007b). Solution structure and stability of fully developed thermal flows through a curved rectangular duct. *J.App. Sci.* 7(13): 1709.
- Mondal, R.N., M.A. Huda, S.F. Ahmmed, D. Tarafder (2007c). Effects of secondary flow on convective heat transfer through a curved rectangular duct. *J. App. Sci. Research* 3(12): 1842.
- Mondal, R.N., M.A. Huda, S.F. Ahmmed, S.M.A Rahman, M. Ara (2007d). Unsteady solution of the thermal flows through a curved rectangular duct with differentially heated vertical sidewalls. *J. App. Sci.* 7(17): 2437.
- Mondal, R.N., Md.S. Uddin, A. Islam (2008). Non-isothermal flow through a curved rectangular duct for large Grashof number. *J. Physics Science* 12: 109.
- Mondal, R.N., Md.S. Islam, S.Md.T. Hossain (2009a). Flow instability through a curved duct with square cross-section. *Journal of Bangladesh Mathematical Society* 29: 71.
- Mondal, R.N., B. Roy, A.K. Datta (2009b). Flow through a curved rectangular duct. Proceedings of the International Conference on Mechanical Engineering 2009 (ICME2009), 26-28 December 2009, Dhaka, Bangladesh, FM-15: 1.
- Mondal, R.N., N. Islam, L.E. Ali, A.K. Datta (2009c). Solution structure, stability and transitions of non-isothermal flow through a curved rectangular duct. *Indian Journal of Science and Technology* 2(8): 35.
- Mondal, R.N., Md. R. Islam, L.E. Ali (2010). Transient heat and fluid flow through a curved rectangular duct. *Proceedings of the 13th Asian Congress of Fluid Mechanics*, 17-21 December 2010, Dhaka, Bangladesh.
- Mondal, R.N., A.K. Datta, S.C. Roy (2011). Unsteady fluid flow through a rotating curved square duct: the case of positive and negative rotation. *Proceedings of the International Conference on Mechanical Engineering 2011 - ICME2011*, 18-20 December 2011, Dhaka, Bangladesh.
- Mondal, R.N., Md.S. Islam, Md.K. Uddin (2013b). Unsteady solution with convective heat transfer through a curved duct. *Procedia Engineering* 56: 141.
- Mondal, R.N., Md.Z. Islam, Md.S. Islam (2013c). Transient heat and fluid flow through a rotating curved rectangular duct: the case of positive and negative rotation. *Procedia Engineering* 56: 179.
- Mondal, R.N., S. Islam, K. Uddin, A. Hossain (2013d). Effects of aspect ratio on unsteady solutions through curved duct flow. *Applied Mathematics and Mechanics* (English Edition), 34 (9): 1107.
- Mondal, R.N., Md.S. Islam (2013). Numerical prediction of unsteady heat and fluid flow through a curved rectangular duct of large aspect ratio. *Procedia Engineering* 56: 489.
- Mompean, G., L. Thais (2010). Finite volume numerical simulation of viscoelastic flows in general orthogonal coordinates. *Mathematics and Computers in Simulation* 80: 2185.
- Mori, Y., W. Nakiyama (1965). Study on forced convective heat transfer in curved pipes: 1st Report, laminar region. *Int. J. Heat Mass Transfer - Part I* 8: 67.
- Mori, Y., W. Nakiyama (1967a) Study on forced convective heat transfer in curved pipes: 2nd Report, turbulent region. *Int. J. Heat Mass Transfer - Part II* 10: 37.
- Mori, Y., W. Nakiyama (1967b). Study on forced convective heat transfer in curved pipes: 3rd Report Theoretical analysis under the condition of uniform wall temperature and practical formulae. *Int. J. Heat Mass Transfer - Part III* 11: 681.
- Mori, Y., Y. Uchida, T. Ukon (1971). Forced convective heat transfer in a curved channel with a square cross section. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 14: 1787.
- Mote, R., S.D. Probert, D. Nevrala (1991). The performance of a coiled finned-tube heat-exchanger submerged in a hot-water store: The effect of the exchanger's orientation. *Appl. Energy*, 38(1): 1.
- Moulin, P., D. Veyret, F. Charbit (2001). Dean vortices: comparison of numerical simulation of shear stress and improvement of mass transfer in membrane processes at low permeation fluxes. *J. Membr. Sci.* 183: 149.
- Moulin, P., C. Serra, J.C. Rouch, M.J. Clifton, P. Aptel (1996). Mass transfer improvement by secondary flows - Dean vortices in coiled tubular membranes. *J. Membr. Sci.* 114: 235.
- Muller, S.J., R.G. Larson, E.S.G. Shaqfeh (1989). A purely elastic transition in Taylor-Couette flow. *Rheologica Acta* 28: 499.
- Mullin, T., C.A. Greated (1980a). Oscillatory flow in curved pipes. Part 1. The developing-flow case. *J. Fluid Mech.* 98(2): 383.
- Mullin, T., C.A. Greated (1980b). Oscillatory flow in curved pipes. Part 2. The fully developed case. *J. Fluid Mech.* 98(2): 397.
- Munson, B.R. (1975). Experimental results for oscillating flow in a curved pipe. *Physics of Fluids* 18: 1607.
- Nandakumar, K., J.H. Masliyah (1982). Bifurcation in steady laminar flow through curved tubes. *J. Fluid Mech.* 119: 475.
- Naphon, P., S. Wongwises (2006). A review of flow and heat transfer characteristics in curved tubes. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 10: 463.
- Nguyen, N.T., Z.J. Wu (2005). Micromixers - A review. *Micromech. Microeng.* 15: R1.
- Niimi, H., Y. Kawano, I. Sugiyama (1984). Structure of blood flow through a curved vessel with an aneurysm. *Biorheology* 21: 603.

- Nobari, M.R.H., E. Amani (2009). A numerical investigation of developing flow and heat transfer in a curved pipe. *Int. J. Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* 19(7): 847.
- Nobari, M.R.H., M.T. Mehrabani (2010). A numerical study of fluid flow and heat transfer in eccentric curved annuli. *Int. J. Thermal Science* 49: 380.
- Nobari, M.R.H., B.R. Ahrabi, G. Akbari (2009). A numerical analysis of developing flow and heat transfer in a curved annular pipe. *Int. J. Thermal Science* 48: 1542.
- Nobari, M.R.H., M. Mirzaei, Z. Hosseinzadeh Nik (2012). A numerical investigation of developing flow in an eccentric curved annulus in the presence of gravity. *Int. J. Non-Linear Mech.* 47: 108.
- Norouzi, M., Biglari, N., (2013). An analytical solution for Dean flow in curved ducts with rectangular cross section. *Physics of Fluids* 25: 053602(1).
- Norouzi, M., M.H. Kayhani, M.R.H. Nobari, M.K. Demneh (2009). Convective heat transfer of viscoelastic flow in a curved duct. *World Academy of Science, Engineering and Technology* 32: 327.
- Norouzi, M., M.H. Kayhani, M.R.H. Nobari, F. Talebi (2011). Analytical investigation of viscoelastic creeping flow and heat transfer inside a curved rectangular duct. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering* 45(1): 53.
- Norouzi, M., M.H. Kayhani, C. Shu, M.R.H. Nobari (2010a). Flow of second-order fluid in a curved duct with square cross-section. *J. Non-Newtonian Fluids Mech.* 165: 323.
- Norouzi, M., M.R.H. Nobari, M.H. Kayhani, F. Talebi (2012). Instability investigation of creeping viscoelastic flow in a curved duct with rectangular cross-section. *Int. J. of Non-Linear Mech.* 47: 14.
- Nunge, R.J., L.R. Adams (1973). Reverse osmosis in laminar flow through curved tubes. *Desalination* 13:17.
- Nunge, R.J., T.S. Lin, W.N. Gill (1972). Laminar dispersion in curved tubes and channels. *J. Fluid Mech.* 51(2): 363.
- Ohadi, M.M., E.M. Sparrow (1989). Heat transfer in a straight tube situated downstream of a bend. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 32(2): 201.
- Ohadi, M.M., E.M. Sparrow (1990). Effect of a 180° bend on heat transfer in a downstream positioned straight tube. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 33(6):1359.
- Ohadi, M.M., E.M. Sparrow, A. Walavalkar, A.I. Ansari (1990). Pressure drop characteristics for turbulent flow in a straight circular tube situated downstream of a bend. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 33(4):583.
- Oldroyd, J.G. (1950). On the formulation of rheological equations of state. *Proc. R. Soc. Lond. A* 200: 523.
- Oldroyd, J.G. (1955). The effect of interfacial stabilizing films on the elastic and viscous properties of emulsions. *Proc. R. Soc. Lond. A* 232: 567.
- Oliveira, P.J. (1992). Computer Modelling of Multidimensional Multiphase Flow and Applications to T-junctions. *PhD Thesis*, Imperial College, University of London.
- Oliveira, P.J. (2001). Method for Time-Dependent Simulations of Viscoelastic Flows: Vortex Shedding Behind Cylinder. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 101(1-3): 113.
- Oliveira, P.J. (2003). Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planar expansion geometries. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 114: 33.
- Oliveira, P.J. (2009). Alternative derivation of differential constitutive equations of Oldroyd-B type. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 160: 40.
- Oliveira, P.J., F.T. Pinho (1999). Numerical procedure for the computation of fluid flow with arbitrary stress-strain relationships. *Numerical Heat Transfer - Part B* 35: 295.
- Oliveira, P.J., F.T. Pinho, G.A. Pinto (1998). Numerical simulation of non-linear elastic flows with a general collocated finite-volume method. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 79: 1.
- Olson, D.E., B. Snyder (1985). The upstream scale of flow development in curved circular pipes. *J. Fluid Mech.* 150: 139.
- Ookawara, S., D. Street, K. Ogawa (2006). Numerical study on development of particle concentration profiles in a curved microchannel. *Chem. Eng. Sci.* 61(11): 3714.
- Ostwald, W. (1925). Über die Geschwindigkeits Funktion der Disperser Systeme I. *Kolloid-Zeitschrift*, 36 (99): 99.
- Owens, R.G., T.N. Phillips (2005). Computational Rheology. *Imperial College Press*, London.
- Padmanabhan, N., G. Jayaraman (1984). Flow in the curved tube with constriction - an application to the arterial system. *Medical & Biological Engineering & Computing* 22:216.
- Patel, I.C., J.A. Sirs (1983). Indicator dilution measurement of flow parameters in curved tubes and branchings network. *Phys. Med. Biol.* 22: 714.
- Patil, R.K., B.W. Shende, P.K. Ghosh (1982). Designing a helical coil heat exchanger. *Chem. Eng.* 92: 85.
- Park, C., S. Lee, H. Kang, Y. Kim (2007). Experimentation and modelling of refrigerant flow through coiled capillary tubes. *Int. J. Refrig.* 1.
- Patankar, S.V. (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. *Hemisphere Publishing Corporation*, Washington DC.
- Patankar, S.V., D.B. Spalding (1972). A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *Int. J. Heat Mass Transfer* 15: 1787.
- Peterlin, A. (1966). Hydrodynamics of macromolecules in a velocity field with longitudinal gradient. *J. Polym. Sci. Part B - Polym. Lett.* 4B: 287.
- Phan-Thien, N., R.I. Tanner (1977). A New Constitutive Equation Derived from Network Theory. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2(4): 353.

- Phan-Thien, N., R. Zheng (1990). Viscoelastic flow in a curved channel: A similarity solution for the Oldroyd-B fluid. *J. Applied Mathematics and Physics (ZAMP)* 41: 766.
- Pimenta, T.A., J.B.L.M. Campos (2012). Friction losses of Newtonian and non-newtonian fluids flowing in laminar regime in helical coil. *Experimental Thermal and Fluid Science* 36: 194.
- Pinho, F.T., P.J. Oliveira (2001). A metodologia dos volumes finitos aplicada à reologia computacional: I - Introdução. *e-rheo.pt* 1: 1.
- Pinho, F.T. (2003). A GNF framework for turbulent flow models of drag reducing fluids and proposal for a k- ϵ type closure. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 114: 149.
- Pires, M., A. Sequeira (2011). Flows of generalized Oldroyd-B fluids in curved pipes. *Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications* 80: 21.
- Pontrelli, G., A. Tatone, (2006). Wave propagation in a fluid flowing through a curved thin-walled elastic tube. *Eur. J. Mech. B: Fluids* 25: 987.
- Pourjafar, M., K. Sadeghy (2012). Dean instability of Giesekus fluids in azimuthal flow between two fixed, infinitely-long, concentric cylinders at arbitrary gap spacing. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 177-178: 54.
- Prabhanjan, D.F., G.S.V. Raghavan, T.J. Rennie (2002). Comparison of heat transfer rates between a straight tube heat exchanger and a helically coiled heat exchanger. *Int. Commun. Heat Mass Transfer* 29: 185.
- Prasad, B.V.S.S.S., D.H. Das, A.K. Prabhakar (1989). Pressure drop, heat transfer and performance of a helically coiled tubular exchanger. *Heat Recovery Syst. CHP* 9: 249.
- Purnode, B., V. Legat (1996). Hyperbolicity and change of type in flows of FENE-P fluids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 65: 111.
- Rahman, M.M., M.A. Hye (2013). Non-isothermal flow through a curved channel with strong curvature. *J. Intelligent Systems and Applications* 9: 76.
- Rommelgas, J., L.G. Leal (2000). Computational studies of the FENE-CR model in a two-roll mill. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 89: 231.
- Rennie, T.J., V.G.S. Raghavan (2005). Experimental studies of a double pipe helical heat exchanger. *Exp. Therm. Fluid Sci.* 29: 919.
- Rennie, T.J., V.G.S. Raghavan (2006). Numerical studies of a double pipe helical heat exchanger. *Appl. Therm. Eng.* 26: 1266.
- Rennie, T.J., V.G.S. Raghavan (2007). Thermally dependent viscosity and non-Newtonian flow in a double-pipe helical heat exchanger. *Appl. Therm. Eng.* 27: 862.
- Rhie, C.M., W.L. Chow (1983). Numerical study of turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AAIA J.* 21: 1525.
- Rindt, C.C.M., A.A. van Steenhoven, J.D. Janssen, G. Vossers (1991). Unsteady entrance flow in a 90° curved tube. *J. Fluid Mech.* 226: 445.
- Rindt, C.C.M., J.J.M. Sillekens, A.A. Van Steenhoven (1998). Developing mixed convection in a coiled heat exchanger. *Int. J. Heat Mass Transfer* 41: 61.
- Rindt, C.C.M., J.J.M. Sillekens, A.A. Van Steenhoven (1999). The influence of the wall temperature on the development of heat transfer and secondary flow in a coiled heat exchanger. *Int. Commun. Heat Mass Transfer* 26(2): 187.
- Robertson, A.M., S.J. Muller (1996). Flow of Oldroyd-B fluids in curved pipes of circular and annular cross-section. *Int. J. of Non-Linear Mech.* 31(1): 1.
- Rocha, G.I.N. (2010). Escoamentos de Fluidos Não Newtonianos e Instabilidades Elásticas. *Tese de doutoramento*, UBI, Covilhã, Portugal.
- Rosenfeld, M., D. Kwak, M. Vinokur (1991). A Fractional Step Solution Method for the Unsteady Incompressible Navier-Stokes Equations in Generalized Coordinate Systems. *J. of Computational Physics* 94: 102.
- Salehi-Shabestari, A., K. Sadeghy, M. Raisee (2012). On the use of lattice-Boltzmann model for simulating dean flow on non-Newtonian fluids in curved square ducts. *Commun Nonlinear Science and Numerical Simulation* 17: 4250.
- Sankar, S.R., K. Nandakumar, J.H. Masliyah (1988). Oscillatory flows in coiled square ducts. *Physics of Fluids* 31(6): 1348.
- Sarin, V.B. (1993). Flow of an elastico-viscous liquid in a curved pipe of slowly varying curvature. *Int. J. Biomed. Comput.* 32: 135.
- Sarin, V.B. (1997). The steady laminar flow of elastic-viscous liquid in a curved pipe of varying elliptic cross section. *Mathl Comput. Modelling* 26(3): 109.
- Savins, J G, G.C. Wallick (1965). Viscosity profiles, discharge rates, pressures and torques for a rheologically complex fluid in a helical flow. *AIChE J* 12: 357.
- Schmidt, E.F (1967). Wärmeübergang und Druckverlust in Rohrschlangen. *Chemie Ingenieur Technik* 39 (13): 781.
- Schnabel, S., P. Moulin, T. Nguyen, D. Roizard, P. Aptel (1998). Removal of volatile organic components (VOC's) from water by pervaporation with dense silicone hollow fibres. Separation improvement by Dean vortices. *J. Membr. Sci.* 142: 129.
- Schönfeld, F., S. Hardt (2003). Simulation of helical flows in microchannels. *AIChE J.* 50(4): 2297.
- Seader, J.D., L.M. Southwick (1981). Saponification of ethyl acetate in curved tubes reactors. *Chem. Eng. Commun.* 9: 175.

- Shanthini, W., K. Nandakumar (1986). Bifurcation Phenomena of generalized Newtonian fluids in curved rectangular ducts. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 22: 35.
- Sharma, H.G., A. Prakash (1977). Flow of a second order fluid in a curved pipe. *Indian J. Pure Applied Mathematics* 8(5): 546.
- Sharp, M.K., R.D. Kamm, A.H. Shapiro, E. Kimmel, G.E. Karniadakis (1991). Dispersion in a curved tube during oscillatory flow. *J. Fluid Mech.* 223: 537.
- Siggers, J.H., S.L. Waters (2005). Steady flows in pipes with finite curvature. *Physics of Fluids* 17(7): 077102(1).
- Siggers, J.H., S.L. Waters (2008). Unsteady flows in pipes with finite curvature. *J. Fluid Mech.* 600: 133.
- Silva, R.J., R.M. Valle, M. Ziviani (1999). Numerical hydrodynamic and thermal analysis of laminar flow in curved elliptic and rectangular ducts. *Int. J. Thermal Science* 38: 585.
- Singh, M., (1974). Entry Flow in a Curved Pipe. *J. Fluid Mech.* 65(3): 517.
- Singh, M.P., P.C. Sinha, M. Aggarwal (1978). Flow in the entrance of the aorta. *J. Fluid Mech.* 87(1): 97.
- Singh, R.P., P. Mishra (1980). Friction factor for Newtonian and non-Newtonian fluid flow in curved pipes. *J. Chemical Engineering of Japan* 13(4):275.
- Smith, F.T. (1975). Pulsatile flow in curved pipes. *J. Fluid Mech.* 71(1): 15.
- Smith, F.T. (1976a). Steady motion within a curved pipe. *Proc. R. Soc. London Ser. A* 347: 345.
- Smith, F.T. (1976b). Fluid flow into a curved pipe. *Proc. R. Soc. London Ser. A* 351: 71.
- Snyder, B., J.R. Hammersley, D.E. Olson (1985). The axial skew of flow in curved pipes. *J. Fluid Mech.* 161: 281.
- Soh, W.Y., S.A. Berger (1984). Laminar entrance flow in a curved pipe. *J. Fluid Mech.* 148: 109.
- Soh, W.Y., S.A. Berger (1987). Fully developed flow in a curved pipe of arbitrary curvature ratio. *Int. J. Numerical Methods in Fluids* 7: 733.
- Soh, W.Y., (1988). Developing fluid flow in a curved duct of square cross-section and its fully developed dual solutions. *J. Fluid Mech.* 188: 337.
- Spedding, P.L., E. Benard, G.M. McNally (2004). Fluid flow through 90 degree bends. *Dev. Chem. Eng. Mineral Process.* 12 (1/2): 107.
- Spriggs, T.W. (1965). A Four-Constant Model for Viscoelastic Fluids. *Chemical Eng. Sci.* 20 (11): 931.
- Squire, H.B., K.G. Winter (1951). The secondary flow in a cascade of airfoils in a non-uniform stream. *Journal of the Aeronautical Science* April: 271.
- Sreenivasan, K.R., P.J. Strykowski (1983). Stabilization effect in flow through helically coiled pipes. *Experiments in Fluids* 1: 31.
- Srinivasan, S., C. Tien (1971). Reverse osmosis in a curved tubular membrane duct. *Desalination* 9: 127.
- Srinivasan, P.S., S.S. Nandapurkar, F.A. Holland (1968). Pressure drop and heat transfer in coils. *Chem. Eng.* 113.
- Srivastava, R.S., V.B. Sarin (1973a). Heat transfer effects for an elastic-viscous fluid in a curved pipe. *Indian J. Pure App. Mathematics* 4 (4): 437.
- Srivastava, R.S., V.B. Sarin (1973b). Heat transfer effects for an elastic-viscous fluid in a curved pipe of elliptic cross-section. *Indian J. Pure Appl. Math.* 4: 509.
- Su, M.D., R. Friedrich (1994). Numerical simulation of fully developed flow in a curved duct of rectangular cross-section. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 37(8): 1257.
- Sudo, K., M. Sumida, R. Yamane (1992). Secondary motion of fully developed oscillatory flow in a curved pipe. *J. Fluid Mech.* 237: 189.
- Sugiyama, S., T. Hayashi, K. Yamazaki (1983). Flow characteristics in the curved rectangular channels. *Japan Society of Mechanical Engineers* 26(216): 964.
- Sugiyama, S., M. Yamamoto, H. Nishikawa, Y. Oda (1991). Numerical investigation on fully-developed and unsteady flows in a curved duct. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C* 57(533): 18.
- Sumida, M. (2007). Pulsatile entrance flow in curved pipes: effect of various parameters. *Exp. Fluids* 43: 949.
- Talbot, L., S.J. Wong (1982). A note on boundary-layer collision in a curved pipe. *J. Fluid Mech.* 122: 505.
- Talbot, L., K.O. Gong (1983). Pulsatile entrance flow in a curved pipe. *J. Fluid Mech.* 127: 1.
- Tamamidis, P., G. Zhang, D.N. Assanis (1996). Comparison of Pressure-Based and Artificial Compressibility Methods for Solving 3D Steady Incompressible Viscous Flows. *J. of Computational Physics* 124: 1.
- Tanner, R.I. (1992). Engineering Rheology. Revised Edition. *Oxford Press Oxford*, United Kingdom.
- Tarbell, J.M., M.R. Samuels (1973). Momentum and heat transfer in helical coils. *The Chemical Engineering Journal* 5: 117.
- Taylor, G.I (1929). The criterion for turbulence in curved pipes. *Proc. of the Royal Society A* 124: 243.
- Taylor, A.M.K.P., J.H. Whitelaw, M. Yianneskis (1982). Curved ducts with strong secondary motion: velocity measurements of developing laminar and turbulent flow. *J. Fluid Eng.* 104: 350.
- Thangam, S., N. Hur (1990). Laminar secondary flows in curved rectangular ducts. *J. Fluid Mech.* 217: 421.
- Therriault, D.; S.R. White, J.A. Lewis (2003). Chaotic mixing in 3D microvascular fabricated by direct-write assembly. *Nat. Mater.* 2: 265.

- Thomas, R.H., K. Walters (1963). On the flow of an elastic-viscous liquid in a curved pipe under a pressure gradient. *J. Fluid Mech.* 16(2): 228.
- Thomas, R.H., K. Walters (1965). On the flow of an elastic-viscous liquid in a curved pipe of elliptic cross-section under pressure-gradient. *J. Fluid Mech.* 21(1): 173.
- Thomson, J. (1876). On the origin of windings of rivers in alluvial plains, with remarks on the flow of water round bends in pipes. *Proceedings of the Royal Society of London A* 25: 5.
- Thomson, J. (1877). Experimental demonstration in respect to the origin of windings of rivers in alluvial plains, and to the mode of flow of water round bends of pipes. *Proceedings of the Royal Society of London A* 26: 356.
- Tijssen, R. (1978). Liquid chromatography in helical coiled open tubular columns. *Sep. Sci. Technol.* 13: 681.
- Tijssen, R. (1980). Axial dispersion and flow phenomena in helically coiled tubular reactors for flow analysis and chromatography. *Anal. Chim. Acta* 114: 71.
- Timité, B., C. Castelain, H. Peerhossaini (2010). Pulsatile viscous flow in a curved pipe: Effects of pulsation on the development of secondary flow. *Int. J. Heat and Fluid Flow* 31: 879.
- Timité, B., C. Castelain, H. Peerhossaini (2011). Mass transfer and mixing by pulsatile three-dimensional chaotic flow in alternative curved pipes. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 54: 3933.
- Topakoglu, H. C (1967). Steady state laminar flow in incompressible viscous fluid in curved pipes. *Math Mech.* 16: 1321.
- Topakoglu, H.C., M.A. Ebadian (1985). On the steady laminar flow of an incompressible viscous fluid in a curved pipe of elliptical cross-section. *J. Fluid Mech.* 158: 329.
- Torii, R., N. Wood, A. Hughes, S. Thom, J. Aguado-Sierra, J. Davies, D. Francis, K. Parker, X. Xu (2004). A computational study on the influence of catheter-delivered intravascular probes on blood flow in a coronary artery model. *J. Biol.* 40: 2501.
- Truesdell, Jr.L.C., R.J. Adler (1970). Numerical treatment of fully developed laminar flow in helically coiled tubes. *AIChE Journal* 16(6): 1010.
- Tsai, S.F., T.W.H. Sheu (2007). Numerical exploration of flow topology and vortex stability in a curved duct. *Int. J. Numerical Methods in Engineering* 71: 564.
- Van Doormaal, J.P., G.D. Raithby (1984). Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer Part A: Applications* 7: 147.
- Van Dyke, M. (1978). Extended Stokes series: laminar flow through a loosely coiled pipe. *J. Fluid Mech.* 85 (1): 129.
- Vanka, S.P., G. Luo, C.M. Winkler (2004). Numerical Study of Scalar Mixing in Curved Channels at Low Reynolds Numbers. *AIChE J.* 50: 2359.
- Vashisth, S., V. Kumar, K.D.P. Nigam (2008). A Review on the Potential Applications of Curved Geometries in Process Industry. *Industrial & Engineering Chemistry Research* 47: 3291.
- Versteeg, H.K., W. Malalasekera (1995). An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. *Prentice Hall*.
- Vinokur, M. (1989). An analysis of Finite-Difference and Finite-Volume Formulations of Conservative Laws. *J. Computational Physics* 81(1): 1.
- Waiz, S., B.M. Cedillo, S. Jambunathan, S.G. Hohnholt, P.K. Dasgupta, D.K. Wolcott (2001). Dispersion in open tubular reactors of various geometries. *Anal. Chim. Acta* 428: 163.
- Wang, L., T. Yang (2004). Bifurcation and stability of forced convection in curved ducts of square cross-section. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 47: 2971.
- Wang, L., T. Yang (2005). Periodic oscillation in curved duct flows. *Physica D* 200: 296.
- Wang, L., F. Liu (2007). Forced convection in slightly curved micro-channels. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 50: 881.
- Warner, H.R. (1972). Kinetic theory and rheology of dilute suspensions of finitely extendible dumbbells. *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 11: 379.
- Webster, D.R., J.A.C. Humphrey (1993). Experimental Observations of flow instability in a helical coil. *J. Fluid Eng.* 115: 436.
- Weissman, M.H., L.F. Mockros (1968). Gas transfer to blood flowing in coiled circular tubes. *J. Eng. Mech. Div. - Am. Soc. Civ. Eng.* 94: 857.
- White, C.M. (1929a). Streamline flow through curved pipes. *Proc. of the Royal Society A* 123: 645.
- White, C. M. (1929b) Fluid friction and its relation to heat transfer. *Trans. Inst. Chem. Eng.* 10: 66.
- White, J.L., A.B. Metzner (1963). Development of Constitutive Equations for Polymeric Melts and Solutions. *Journal of Applied Polymer Science* 7(5): 1867.
- Williams, J.R., C.W. Hubbell, G.H. Fenkell (1902). Experiments at Detroit Mich., on the effect of curvature upon the flow of water in pipes. *Transactional ASCE* 47: 1.
- Winters, K.H. (1987). A bifurcation study of laminar flow in a curved tube of rectangular cross-section. *Journal of Fluid Mechanics* 180: 343.
- Winzeler, H.B., G. Belfort (1993). Enhanced performance for pressure driven membrane processes: the argument for fluid instabilities. *J. Membr. Sci.* 80: 35.
- Wongwises, S., M. Polsongkram (2006a). Evaporation heat transfer and pressure drop of HFC-134a in a helically coiled concentric tube-in-tube heat exchanger. *Int. J. Heat Mass Transfer* 49(3-4): 658.
- Wongwises, S., M. Polsongkram (2006b). Condensation heat transfer and pressure drop of HFC-134a in a helically coiled concentric tube-in-tube heat exchanger. *Int. J. Heat Mass Transfer* 49(23-24): 4386.

- Wu, H.L., X.F. Peng, P. Ye, Y.E. Gong (2007). Simulation of refrigerant flow boiling in serpentine tubes. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 50: 1186.
- Yamaguchi, Y., F. Takagi, T. Watari, K. Yamashita, H. Nakamura, H. Maeda, K. Sotowa, K. Kusakabe, Y. Yamasaki, S. Morooka (2004). 3-D simulation and visualization of laminar flow in a microchannel with hair-pin curves. *AIChE J.* 50: 1530.
- Yanase, S., K. Nishiyama (1988). On the bifurcation of laminar flows through a curved rectangular tube. *J. the Physical Society of Japan* 57(11): 3790.
- Yanase, S., N. Goto, K. Yamamoto (1989). Dual solution of the flow through a curved tube. *Fluid Dynamics Research* 5: 191.
- Yanase, S., Y. Kaga, R. Daikai (2002). Laminar flows through a curved rectangular duct over a wide range of aspect ratio. *Fluid Dynamics Research* 31: 151.
- Yanase, S., R.N. Mondal, Y. Kaga (2005a). Numerical study of non-isothermal flow with convective heat transfer in a curved rectangular duct. *International Journal of Thermal Science* 44: 1047.
- Yanase, S., R.N. Mondal, Y. Kaga, K. Yamamoto (2005b). Transition from steady to chaotic states of isothermal and non-isothermal flows through a curved rectangular duct. *J. the Physical Society of Japan* 74(1): 345.
- Yang, Z.-H., H.R. Keller (1986). Multiple laminar flows through curved pipes. *Applied Numerical Mathematics* 2: 257.
- Yao, L.-S., S. Berger (1975). Entry flow in a curved pipe. *J. Fluid Mech.* 67(1): 177.
- Yao, L.-S., S. Berger (1988). The three-dimensional boundary layer in the entry region of curved pipes with finite curvature ratio. *Physics of Fluids* 31(3): 486.
- Yasuda, K., R.C. Armstrong, R.E. Cohen (1981). Shear flow properties of concentrated solutions of linear and star branched polystyrenes. *Rheol. Acta* 20: 163.
- Yi, J., Z.-H. Liu, J. Wang (2003). Heat transfer characteristics of the evaporator section using small helical coiled pipes in a looped heat pipe. *Appl. Therm. Eng.* 23: 89.
- Zalosh, R.G., W.G. Nelson (1973). Pulsating flow in a curved tube. *J. Fluid Mechanics* 59(4): 693.
- Zavadsky, E., E. Karnis, V. Pechoc (1985). Non-isothermal flow of polymer melts in a curved tube. *Rheol. Acta* 24: 335.
- Zhang, Z. (2003). Effects of curved inlet tubes on air flow and particle deposition in bifurcating lung models. *J. Biomech.* 34: 659.
- Zang, Y., R.L. Street, J.R. Koseff (1994). A Non-staggered Grid, Fractional Step Method for Time-Dependent Incompressible Navier-Stokes Equations in Curvilinear Coordinates. *J. Computational Physics* 114: 18.
- Zhang, M.-K., X.-R. Shen, J.-F. Ma, B.-Z. Zhang (2006). Galerkin method study on flow of Oldroyd-B fluids in curved circular cross-section pipes. *J. Zheijiang University: Science A* 7(2): 263-270, ISSN: 1009.
- Zilz, J., R.J. Poole, M.A. Alves, D. Bartolo, B. Levaché, A. Linder (2012). Geometric scaling of purely elastic flow instability in serpentine channels. *J. Fluid Mech.* 721: 203.